Jean-Paul Auffray

Einstein et Poincaré

Sur les traces de la relativité

Éditions Le Pommier

Nouvelle édition

Einstein et Poincaré

Jean-Paul Auffray a fait ses études supérieures en physique mathématique à l'université Columbia, à New York, puis au Courant Institute of Mathematical Sciences où, en qualité de chercheur et d'enseignant, il a côtoyé quelques-uns des grands mathématiciens de l'Université de Göttingen, émigrés aux États-Unis lors de la Seconde Guerre mondiale.
Scientifique de formation, mais aussi musicien, philosophe et historien, il est également l'auteur, au Pommier, de *Newton ou le triomphe de l'alchimie*, paru en 2000.

Jean-Paul Auffray

Einstein et Poincaré

Sur les traces de la relativité

seconde édition

A CONTRE-COURANT

Éditions
Le Pommier

ISBN 2-7465-0233-X
239, rue Saint-Jacques, 75005 Paris
www.editions-lepommier.fr

Φνσις

La nature

Aristote, *Métaphysique*.

Avant-propos aux deux éditions

Henri Poincaré et Albert Einstein ont incarné deux conceptions différentes de la quête du savoir. La différence qui les sépare tient en deux mots : « esprit mathématique ». Il fut inné chez Poincaré, il ne le fut pas chez Einstein, et nous verrons les conséquences que cela a entraînées.

Ce n'est plus un secret pour personne : le rôle décisif joué par Henri Poincaré dans la découverte de la relativité a été largement occulté, dans des circonstances et pour des raisons que nous tenterons de préciser. Notre enquête ne sera ni tout à fait celle d'un historien, ni tout à fait celle d'un physicien : nous laisserons les acteurs de cette grande aventure nous expliquer eux-mêmes leurs motivations et leurs raisonnements, nous réservant tout au plus le droit – faut-il dire le devoir ? – de sélectionner parmi leurs propos ceux qui concernent plus directement notre sujet et l'éclairent en profondeur.

Ce livre est un livre de philosophie, d'histoire et de science. Il apporte quelques réponses et pose des questions. Je suggère au lecteur de le lire en suivant les recommandations faites par Descartes à la publication, en 1647, de ses *Principes de la philosophie* :

> [...] Je voudrais qu'on le parcourût d'abord tout entier ainsi qu'un Roman, sans forcer beaucoup son attention, ni s'arrêter aux difficultés qu'on y peut rencontrer [...]. [ensuite] Marquer d'un trait de plume les lieux où l'on trouvera de la difficulté et continuer de lire sans interruption jusqu'à la fin. Puis, si on reprend le Livre pour la troisième fois, j'ose croire qu'on y trouvera la solution de la plupart des difficultés qu'on aura marquées auparavant; & que, s'il en reste encore quelques-unes, on en trouvera enfin la solution en relisant.

Pour cette nouvelle édition de mon livre, j'ai approfondi le rôle joué par chacun des deux protagonistes dans cette grande aventure, tout en cherchant à éclairer quelques points laissés obscurs dans la première édition. J'espère que le lecteur tirera un bénéfice nouveau de mes efforts.

Avril 2005

I.
Questions inouyes

Le titre de cette partie est celui d'un traité publié en 1634 par le père Marin Mersenne, correspondant et ami de Descartes. Le titre complet en était *Questions inouyes ou Récréation des Sçavans. Qui contiennent beaucoup de choses concernant la Theotie, la Philosophie et les Mathématiques.* A Paris, chez Jacques Villery, 1634. Avec Privilège du Roy. – In-8°; pièces liminaires et 180 pages. Ce traité était suivi de quatre autres, également publiés en 1634, intitulés *Questions Harmoniques, Questions Theologiques, Les Mechaniques de Galilée* et *Les Préludes de l'Harmonie Universelle.*

Nous proposons au lecteur d'étudier ici avec nous deux « questions inouyes » dont l'analyse préliminaire facilitera notre entrée dans les arcanes de la relativité...

L'aberration

Où le capitaine Pieroni regarde une étoile

La gloire tient souvent à peu de chose. En 1639, l'ingénieur toscan Giovanni Pieroni, ami de Galilée, fait en Allemagne, où il réside, une découverte qui eût fait de lui le découvreur du phénomène de *l'aberration astronomique*... s'il avait pu l'interpréter correctement. Ayant, à de multiples reprises, observé avec précision la position de certaines étoiles dans le ciel, il s'aperçoit, sans qu'il lui soit permis d'en douter, qu'elles ne se trouvent pas tout à fait à l'endroit où, d'une observation sur l'autre, il s'attend à les voir, comme si elles avaient changé de place. Ce changement a beau être de très faible envergure – à peine quelques secondes d'arc –, il n'en est pas moins réel. Compte tenu des instruments optiques rudimentaires dont Pieroni disposait à cette époque, qu'il soit parvenu à détecter cet infime changement apparent de position... et qu'il ait su y attacher de l'importance, est admirable en soi !

Pieroni croit – mais il se trompe – avoir observé, pour la première fois dans l'histoire de l'astronomie, une « *parallaxe* » stellaire, c'est-à-dire le simple « déplacement » apparent d'un objet éloigné (en l'occurrence, une étoile) lorsque l'observateur se déplace par rapport à lui.

Voyons comment cette parallaxe fonctionne.

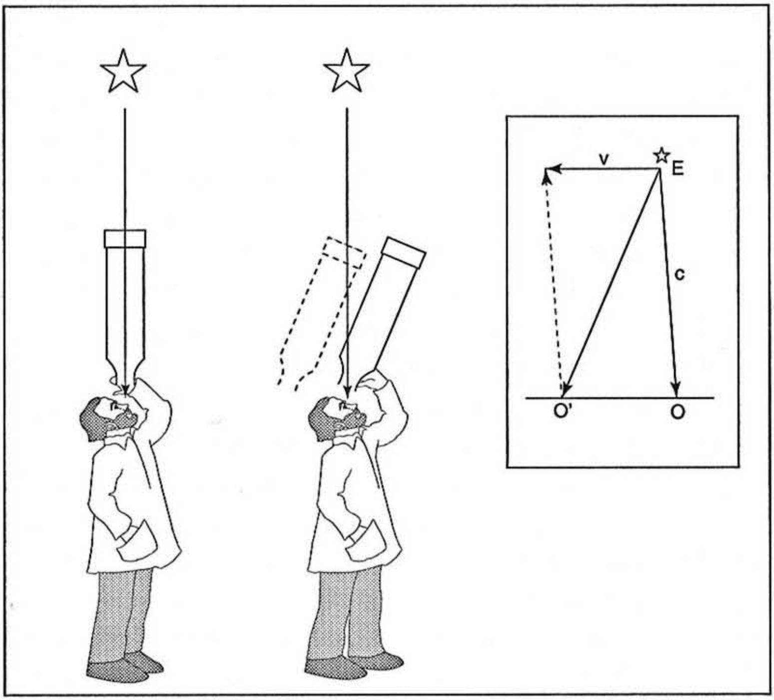
J'ai, dans mon champ de vision, deux objets éloignés, dont l'un – que j'appellerai l'*objet G* – me paraît être à la gauche de l'autre. Lequel des deux est le plus proche de moi ? Pour le découvrir, il me suffit de me déplacer légèrement vers la droite. Lorsque j'effectue ce mouvement, de deux choses l'une : ou bien les deux objets semblent *se rapprocher* l'un de l'autre – auquel cas l'objet G est plus éloigné de moi que l'autre objet; ou ils paraissent *s'éloigner* l'un de l'autre – dans ce cas l'objet G est plus proche de moi.

Pensant donc avoir observé une parallaxe, le capitaine Pieroni en informe aussitôt le Résident toscan à Venise, Francesco Rinuccini, qui transmet l'information à Galilée, retiré dans sa villa d'Arcetri, au sein des collines de Florence, où il vit les derniers mois de sa vie.

Quelles conclusions peut-on espérer tirer d'observations si délicates à réaliser et si peu sûres quant aux résultats? demande Galilée, qui émet là une remarquable réserve [1] : il faudra en effet près d'un siècle avant que les travaux de Pieroni ne soient repris... pour finalement déboucher sur des conclusions fort différentes de celles qu'avait envisagées le capitaine précurseur.

Le jour de Noël 1725, le riche astronome amateur Samuel Molineux reçoit dans son observatoire particulier à Kew, près de Londres, la visite du jeune Dr James Bradley, professeur d'astronomie à l'université d'Oxford. Observant ensemble l'étoile γ-Draconis, ils la trouvent plus au sud que prévu. Croyant d'abord à une erreur, ils répètent leurs observations à intervalles réguliers; après la mort de Molineux, Bradley confirme l'étrange résultat : si l'étoile change de position selon un cycle régulier, son mouvement apparent se produit... dans le sens contraire de celui qu'on attendrait dans le cas d'une parallaxe! Informant la Royal Society de sa découverte [2], il propose une explication de ce qu'il appelle « un nouveau mouvement des étoiles fixes » : le mouvement apparent de l'étoile dans le ciel n'est pas une parallaxe mais une « aberration » (du latin *aberrare*, « s'éloigner, s'écarter ») due à la vitesse de la lumière.

L'explication que propose Bradley est – en apparence – toute simple. Un rayon lumineux en provenance de l'étoile entre dans la lunette. Il lui faut encore, avant d'atteindre l'œil de l'observateur, traverser la longueur de la lunette. Pendant ce trajet, aussi court soit-il, la Terre se déplace, entraînant la lunette et l'observateur avec elle. Pour compenser ce déplacement, l'observateur est obligé d'orienter la lunette dans une direction qui n'est pas tout à fait « la bonne ». Il voit donc l'étoile là où elle ne se trouve pas *vraiment*. C'est l'aberration.



Un astronome regarde une étoile. Si cette étoile est « fixe » dans le ciel au-dessus de lui, il la voit dans sa « vraie » direction. En revanche, si elle est en mouvement latéral par rapport à lui – ou lui par rapport à elle, cela revient au même –, il est obligé, pour la voir, d'orienter son télescope dans une direction qui n'est pas tout à fait « la bonne ». L'angle de cette « aberration » peut atteindre une vingtaine de secondes d'arc. Les tentatives d'explication de l'aberration sont à l'origine des travaux qui ont conduit à la relativité.

Si l'explication que nous venons de donner paraît au lecteur difficile à accepter – Comment ? Le mouvement de la lumière sur un trajet aussi court serait donc capable de produire un tel effet ? –, que ce dernier se rassure : elle *est* difficile à accepter et, pour résoudre le problème qu'elle soulève, les meilleurs mathématiciens et physiciens de l'époque vont devoir mettre en jeu toute leur ingéniosité...

Les modèles d'Euler

Fils d'un pasteur protestant établi à Riehen près de Bâle, Leonhard Euler (1707-1783), pour satisfaire aux exigences de son père, étudie la théologie et l'hébreu à l'université de Bâle. Il y attire l'attention de Jean Ier Bernoulli, disciple de Leibniz, qui, devinant ses dons exceptionnels, lui donne gracieusement une leçon de mathématiques par semaine. Bientôt, Nicolas et Daniel Bernoulli, fils de l'éminent mathématicien, deviennent ses amis.

Appelé à siéger à l'Académie de Saint-Pétersbourg, il y arrive... le jour de la mort de l'Impératrice Catherine Ire, qui avait succédé à son époux Pierre le Grand. En 1739, alors qu'il dirige la section de mathématiques de l'Académie, Euler prend connaissance des travaux de Bradley sur l'aberration, et essaie immédiatement de calculer cet effet.

A cette époque, deux grandes conceptions s'opposent sur la nature de la lumière. Les uns suivent celle proposée par Christiaan Huygens (1629-1695) un siècle plus tôt : la lumière est un mouvement ondulatoire qui se propage dans un milieu élastique qui remplit l'espace, l'*éther*. Les autres adhèrent à la conception « balistique » d'Isaac Newton, pour lequel les rayons lumineux seraient composés de corpuscules (ce que Newton appelle des *rais*) qui se propagent en ligne droite à grande vitesse.

Euler modélise pour l'étudier, de la façon la plus simple possible, le problème de l'aberration [3]. Imaginons avec lui une source lumineuse « en mouvement » et un observateur « au repos ». La source émet un rayon – un rai – auquel elle communique son mouvement, donc sa vitesse v. Le rayon se dirige vers l'observateur à une vitesse qui, selon la règle bien connue du parallélogramme de composition des vitesses, est la composée de sa « vitesse naturelle » c et de la vitesse v ; par conséquent, il atteint l'œil de l'observateur avec une vitesse *différente en grandeur et en direction* de celle qu'il aurait eue si la source avait été « au repos ». L'angle entre les vecteurs représentant les deux vitesses constitue l'aberration [4]. Ce modèle explique donc l'aberration par la composition de la vitesse « naturelle » du rayon lumineux avec celle de la source dont il émane, résultat qui enchante Euler, car il lui paraît « fort naturel ».

Il construit néanmoins un deuxième modèle où l'observateur se déplace à la vitesse v, tandis que la source est immobile. C'est le modèle « réaliste » – celui correspondant à la situation d'un observateur situé sur la Terre (donc en mouvement) qui observe avec sa lunette une étoile « fixe ». Pour faire fonctionner ce modèle, Euler imagine que la source et l'observateur constituent ensemble un *système* auquel il imprime – par la pensée – une vitesse égale, mais de sens contraire, à celle de la source dans le premier modèle. Cette « transformation » met la source du deuxième modèle *en mouvement* et l'observateur *au repos* – exactement comme ils l'étaient dans le premier modèle... Mais Euler s'aperçoit que sa transformation ne permet pas de répondre à une question pourtant fondamentale : comment cette transformation affecte-t-elle le rayon lumineux? Lui communique-t-elle la vitesse $-v$ telle qu'elle le fait à la source et à l'observateur? ou le laisse-t-elle indifférent?

La question se pose d'emblée quand Euler construit un troisième modèle. Cette fois-ci, la lumière n'est plus un corpuscule, mais une *onde* se propageant dans l'éther de Huygens. Euler applique à ce modèle la transformation qu'il vient d'inventer. Il lui faut alors se décider : la transformation imprime-t-elle, oui ou non, la vitesse $-v$ au milieu intervenant entre la source et l'observateur – c'est-à-dire à l'éther?

Euler essaie les deux possibilités : la transformation n'imprime aucune vitesse à l'éther, après transformation l'éther est au repos *par rapport à l'observateur*; la transformation imprime la vitesse $-v$ à l'éther, après transformation l'éther est au repos *par rapport à la source*. Laquelle des deux possibilités est la bonne [5]?

La réponse est vite trouvée : seule la seconde possibilité donne le résultat désiré, celui obtenu dans le premier modèle, qui « explique » l'aberration. Mais alors, si cela est vrai, remarque Euler, « il apparaît clairement que la source au repos apparaîtra différemment à l'observateur en mouvement et différemment la source en mouvement à l'observateur au repos – même si le second mouvement est égal (en grandeur absolue) et opposé ».

Pouvons-nous accepter cette différence ?

« Non ! » s'exclame Euler. Il conclut donc – à regret – que, l'hypothèse ondulatoire ne fournissant pas d'explication satisfaisante de l'aberration astronomique, il faut lui préférer la théorie balistique, « mieux adaptée à notre entreprise et qui permet une composition du mouvement qui n'est pas possible avec la théorie ondulatoire [...] ».

L'équation d'onde

A la veille de la Révolution française, cinq ans après la mort d'Euler, Joseph Louis de Lagrange (1736-1813) publie, « avec Approbation et Privilège du roi chez la Veuve Desaint, libraire, rue du Foin Saint-Jacques à Paris », sa *Mécanique analytique,* traité fondant l'ère nouvelle de la physique mathématique[6]. Au dernier chapitre, reprenant des travaux entrepris avant lui par Jean Le Rond d'Alembert, Lagrange écrit une équation qui, selon lui, contient « la vraie théorie des ondes formées par les élévations, & les abaissements successifs, & infiniment petits d'une eau stagnante & contenue dans un canal ou bassin peu profond ».

Elle a ceci de remarquable qu'elle s'applique à la description de *n'importe quelle onde* se propageant dans *n'importe quel milieu* – ce qui fait qu'aujourd'hui nous la connaissons sous le nom d'« équation d'onde ».

Selon Lagrange, l'étude de la propagation d'une onde sonore dans l'air s'appuie sur trois observations :

1. L'air se déplace et ce mouvement change (localement) la densité.

2. Le changement local de la densité entraîne un changement local de la pression.

3. Les inégalités locales de la pression entraînent un mouvement de l'air, et ainsi de suite.

En un mot, une fois déclenchée, la propagation constitue un véritable « cercle vicieux »... mais qui ne fonctionne pas n'importe comment. Le talent de Lagrange est d'avoir su en découvrir le mécanisme.

La caractéristique fondamentale d'une ligne droite est d'être « droite ». *A contrario*, un cercle, une ellipse, une parabole sont intrinsèquement courbes. Allons plus loin. La courbure d'un cercle est la même sur tout le pourtour du cercle. Celle d'une ellipse varie d'un point à l'autre de la courbe, mais pas arbitrairement : elle passe progressivement d'une courbure faible là où l'ellipse est plutôt *plate* (aux deux extrémités du petit axe) à une courbure plus accentuée là où elle est plutôt *ronde* (aux extrémités du grand axe). Une onde qui se propage dans un milieu élastique possède un profil géométrique dont la courbure varie elle aussi d'un point à l'autre. Mais ses caractéristiques ne sont ni tout à fait celles d'un cercle, ni tout à fait celles d'une ellipse. L'équation d'onde les décrit sous une forme mathématique remarquablement simple – et pourtant remarquablement efficace.

Examinons-les dans le cas le plus simple, celui d'une onde qui se propagerait dans une seule direction, que nous appellerons l'« axe des x ». La vitesse de propagation de notre onde est déterminée par la nature du milieu : une fois l'onde amorcée, elle se propage dans ce milieu-là à cette vitesse-là, une fois pour toutes (tant que le milieu reste identique à lui-même[7]).

Soit v cette vitesse et soit a l'amplitude de l'onde au point x à l'instant t. Selon Lagrange, la courbure du profil géométrique de l'onde s'exprime de deux façons différentes : soit en fonction de x à un instant donné – notons-la X ; soit en fonction de t à un endroit donné – notons-la T. Ces deux représentations sont reliées entre elles par l'équation $v^2\mathrm{X} = \mathrm{T}$. C'est l'équation d'onde[8]. Pour l'instant, notons ce qu'elle a de simple et d'essentiel : ainsi en va-t-il souvent des grandes découvertes...

Comment la lumière se propage-t-elle ?

Se promenant un jour sur le rempart de Perpignan, un jeune garçon natif d'Estagel, petite commune des Pyrénées-Orientales, aperçoit un officier du génie supervisant des réparations. Il lui demande : « Comment êtes-vous arrivé si promptement à porter l'épaulette ? — Je sors de l'École polytechnique. »

Le jeune curieux, François Dominique Arago (1786-1853), alors âgé de quatorze ans, se procure les meilleurs traités mathématiques disponibles à l'époque, et les apprend par cœur, tout seul. Examiné sans complaisance à Toulouse par le frère cadet du grand Monge venu spécialement pour interroger les candidats, il est reçu sixième au concours d'entrée de Polytechnique en 1803. Il vient d'avoir dix-sept ans. Élu membre de l'Académie des sciences six ans plus tard, il se lance aussitôt dans un programme de recherches ayant pour but de déterminer la vitesse de la lumière réfléchie par les astres. Au moyen d'un instrument d'optique extravagant – une pile de prismes accolés – qui lui permet de déceler d'infimes différences dans la vitesse des rayons lumineux réfractés, il vise Pollux, Alpha d'Orion et l'Épi de la Vierge lorsque ces étoiles passent au méridien, à six heures du soir – nous sommes en hiver, il fait déjà nuit – alors que le point d'observation, dans le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même, s'éloigne d'elles ; puis il observe d'autres étoiles, qui passent au méridien à six heures du matin lorsque le point d'observation se rapproche d'elles. Il pense que la vitesse de la Terre s'ajoutera à celle de la lumière dans le premier cas et se retranchera d'elle dans le second – différence que son instrument devrait lui permettre de détecter. A sa grande surprise, il n'en est rien ! Il demande à son ami Augustin Fresnel (1788-1827) de lui dire si ce résultat négatif « pourrait se concilier plus aisément avec le système qui fait consister la lumière dans les vibrations d'un fluide universel[9] » plutôt qu'avec celui de la théorie balistique de la lumière.

C'est l'époque où Fresnel s'interroge, lui aussi : comment la lumière se propage-t-elle ? et par quel moyen ? Dans une lettre qu'il adresse à Arago en 1818, il lui propose une explication du résultat négatif obtenu par son ami. Il reprend l'idée que la lumière est une onde se propageant dans un milieu élastique invisible, l'éther. Si sa propagation s'y fait en accord avec l'équation d'onde, une question cependant se pose : l'éther lui-même, support des ondes lumineuses, est-il un milieu stable ? ou est-il susceptible d'être entraîné par les corps en mouvement qui le traversent ?

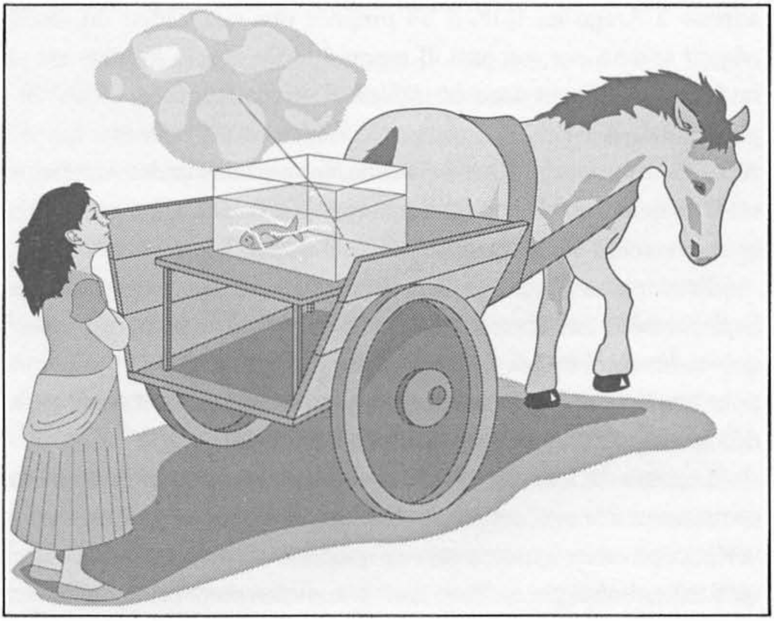
Pour rendre compte de la façon dont la lumière se comporte dans le phénomène de l'aberration, Fresnel met alors au point une formule qui va devenir l'une des plus célèbres de l'histoire de la physique – et pour une bonne raison (même si les physiciens mettront un siècle à la découvrir) : c'est la première formule « relativiste ».

Le verre du télescope, explique Fresnel, contient un excès d'éther commensurable avec son excès de densité par rapport à l'air. Lorsque le télescope est en mouvement – ce qui est le cas dans la pratique, puisqu'il est entraîné par la Terre dans son mouvement orbital autour du Soleil –, il entraîne avec lui cet excès d'éther – mais seulement partiellement[10].

Ce *partiellement* est la grande contribution de Fresnel à la physique. Qui plus est, loin de se contenter d'affirmer que l'éther est entraîné partiellement, Fresnel propose une formule qui précise que si v est la vitesse de translation de la Terre, la vitesse de cet « entraînement partiel » est égale à $v(1 - 1/n^2)$, équation dans laquelle n représente l'indice de réfraction[11] du verre. C'est la « formule de Fresnel ».

Arago accepte l'explication : « Les théories, remarque-t-il, ne sont en général que des manières plus ou moins heureuses d'enchaîner un certain nombre de faits déjà connus. Mais quand toutes les conséquences nouvelles qu'on en fait ressortir s'accordent avec l'expérience, elles prennent une tout autre importance[12]. »

Tout cela se passe en 1818. En 1845, coup de théâtre ! Le mathématicien irlandais sir George Gabriel Stokes (1819-1903) propose une explication du même phénomène fondée sur une idée profondément



Un poisson dans un bocal se comporte de la même façon, que le bocal soit au repos ou qu'il soit entraîné à vitesse rectiligne uniforme. C'est le principe du « mouvement partagé » de Galilée. Comme le démontre un calcul effectué par Poincaré en 1888 – dix-sept ans avant la découverte de la relativité –, il en va de même des phénomènes optiques, tel celui de la réfraction d'un rayon lumineux à son entrée dans l'eau.

différente : il affirme que l'éther est *totalement entraîné* par la Terre « à sa surface », et que par conséquent il est parfaitement « au repos » par rapport aux lunettes d'observation utilisées sur Terre ! Laquelle de ces théories rivales est « la bonne » ? Celle de Stokes est invraisemblable[13]. L'explication de Fresnel, moins simple, débouche néanmoins sur une formule qui « explique tout ». C'est donc elle qu'il faut retenir... au moins jusqu'à trouver mieux.

Un quart de siècle après la mort prématurée de Fresnel à Ville-d'Avray en 1827, Armand Hippolyte Fizeau (1819-1896) réalise une expérience dans laquelle il utilise deux rayons lumineux provenant d'une même source. Il leur fait traverser deux tubes parallèles remplis d'eau, d'une longueur d'environ 1,5 mètre. A leur sortie, ces rayons donnent des franges d'interférences qui sont observées avec un oculaire muni d'un micromètre. Quand il fait se mouvoir l'eau des tubes en sens opposé, Fizeau constate un déplacement des franges. Le déplacement a lieu tantôt à droite, tantôt à gauche, suivant le sens du mouvement de l'eau. Le calcul effectué dans l'hypothèse où la vitesse d'entraînement est celle donnée par la formule de Fresnel « conduit à une valeur du déplacement [des franges] très voisine de celle trouvée expérimentalement [14] ».

Ces résultats sont bientôt confirmés en Angleterre : à Greenwich, l'astronome britannique sir George Biddell Airy (1801-1892) observe une étoile, puis remplit d'eau sa lunette et répète l'observation. Il s'attend à une forte différence [15]. Eh bien non! L'aberration est la même, que le télescope soit ou non rempli d'eau. Il essaie la formule de Fresnel : elle donne un coefficient d'entraînement partiel de 44% environ pour l'eau. Cet entraînement partiel compense exactement l'effet attendu [16]!

Venant après les résultats négatifs obtenus par Arago et Fizeau, ce résultat – *négatif lui aussi* – conforte la théorie de Fresnel : quelque chose dans la nature semble « compenser » (de façon exacte!) les effets attendus, causés par la réfraction de la lumière dans le phénomène de l'aberration. Et s'il faut en croire la formule de Fresnel – pour l'instant, c'est la seule dont les physiciens disposent –, ce quelque chose est l'« entraînement partiel » de l'éther par le milieu réfringent que la lumière traverse.

Se sentant désormais obligés de travailler dans le cadre de cette explication, les physiciens vont perdre quelque peu de vue le fait que toute hypothèse formulée dans le but explicite de *sauver les apparences* du phénomène qu'elles cherchent à représenter est nécessairement suspecte et pour le moins sujette à révision... à la moindre provocation.

Notes

1. Galilei G., *Lettre à Francesco Rinuccini*, 23 mars 1641, Biblioteca nazionale centrale, Florence.
2. Bradley J., *An Account of a New Discovered Motion of the Fix'd Stars, Philosophical Transactions*, vol. XXXV, 1727-1728, p. 637-661.
3. Euler L., *Explicatio phaenomenorum quae a motu lucis successive oriuntur*, 1739, *Opera Omnia*, vol. III, 5, p. 46-80.
4. La tangente de cet angle est égale au rapport de v à c (v/c).
5. La transformation considérée par Euler est une « expérience de pensée »; il peut donc choisir la façon dont il faut qu'elle fonctionne : l'objectif est de trouver celle qui donne le résultat désiré.
6. Lagrange J. L. de, *Mécanique analytique*, 1788. Dans la préface de ce traité, Lagrange explique : « On ne trouvera point de figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une démarche régulière et uniforme. » C'est le commencement de la physique mathématique moderne.
7. Le son, par exemple, a une vitesse dans l'air, une vitesse dans l'eau, etc.
8. Dans la notation technique utilisée par les mathématiciens, l'équation d'onde s'écrit $v^2\nabla^2 a = \partial^2 a/\partial t^2$ ou, mieux encore, $[\nabla^2 - (1/v^2)\partial^2/\partial t^2]a = 0$. L'emploi de ces symboles, comme celui de tous les autres, n'a d'autre but que de simplifier l'écriture des équations.
9. Fresnel A., *Œuvres complètes*, Imprimerie impériale, Paris, t. II, 1868, p. 628.
10. Fresnel A., « Lettre à Arago », septembre 1818, *Œuvres complètes, op. cit.*, t. II, p. 627-636.
11. Si c est la vitesse de la lumière dans le vide et si c' est sa vitesse dans le verre, l'indice de réfraction au passage de l'air dans le verre est donné par $n = c/c'$. Par convention, $n = 1$ pour l'air ($n = 1{,}5$ environ pour le verre ordinaire).
12. Arago F. D., cité dans Maurice Daumas, *Arago*, Paris, Gallimard, 1943, réimpression Belin, coll. « Un savant, une époque », 1987, p. 104.
13. Si on admet que l'éther est « incompressible », alors un entraînement total de l'éther ne peut se produire qu'avec un très fort « glissement » à la surface de la Terre, ce qui contredit l'hypothèse fondamentale de Stokes.
14. Fizeau H., *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, vol. 33, 1851, p. 349. L'explication de l'expérience de Fizeau rapportée dans notre texte s'appuie sur celle donnée par Poincaré dans ses *Théories mathématiques de la lumière*, Georges Carré ed., Paris 1889, éditions Jacques Gabay, 1995, p. 385.
15. Comme la lumière va nettement moins vite dans l'eau que dans l'air, elle passe plus de temps dans la lunette remplie d'eau que dans celle remplie d'air; l'aberration aurait donc dû s'en trouver aggravée.
16. Selon la formule de Fresnel, si le télescope rempli d'eau se déplace à la vitesse v, l'éther qu'il entraîne se déplace à la vitesse $0{,}44v$.

L'électrodynamique

« Expériences terribles »

Tandis que les astronomes étudient l'aberration, les pionniers de la physique observent quant à eux les phénomènes de l'électrostatique, distinguent deux sortes d'électricité, inventent les condensateurs, déterminent la loi des attractions électriques et « comprennent la nature de la foudre ». Suivons quelques étapes de ces recherches : elles nous mèneront au pas de la porte qui ouvre sur la découverte de la relativité.

A Leipzig en 1743, Georges Mathias Bose (1710-1761) reprend l'idée d'une « machine électrique » développée par son collègue, le professeur de mathématiques Christian August Hausen (1693-1743). Elle consiste en un globe de verre que l'on met en mouvement à l'aide d'une roue. Bose lui ajoute un (modeste) perfectionnement : un tube de fer-blanc ouvert, servant de conducteur. Il constate que la personne qui électrise la boule en la frottant avec sa main, alors que la boule tourne, est tout aussi électrisée qu'elle ! Se tenant debout sur un baril de brai [1], des flammes jaillissent peu à peu de son corps, en commençant par les pieds et en remontant jusqu'à la tête, autour de laquelle se forme une sorte d'auréole – phénomène qu'il baptise du nom de « béatification ».

A Leyde, deux ans plus tard, un amateur nommé Cunaeus assiste à une démonstration de Petrus Van Musschenbroek (1692-1761) : celui-ci prétend que l'eau s'électrise beaucoup mieux si on la met dans une bouteille de verre. Chez lui, Cunaeus répète l'expérience, en la modifiant par inadvertance : tenant d'une main la bouteille dans laquelle plonge le fil métallique attaché au conducteur, il l'éloigne du conducteur et saisit le fil de l'autre main. Il reçoit aussitôt dans les bras et la poitrine une violente secousse : l'infortuné vient de découvrir... le courant électrique! Informé de ces « expériences terribles », l'abbé Nollet s'en fait l'écho à Paris. Il restait à étudier le phénomène de plus près pour en élucider le fonctionnement dans ses détails subtils.

Le « conflit électrique »

A Côme, en 1800, Alessandro comte Volta (1745-1827) empile plusieurs disques de zinc et de cuivre séparés par des rondelles de drap qu'il imprègne d'eau. C'est la première pile électrique, appelée – et pour cause – pile voltaïque.

Professeur à l'université de Copenhague, le physicien danois Hans Christian Œrsted (1777-1851) est, en 1820, un adepte de la *Naturphilosophie*, système interprétatif de la nature selon lequel la matière est l'apparence sous laquelle se manifestent des forces primitives, attractives et répulsives, dont le jeu engendre la diversité observée des corps pondérables. Pour rendre compte de ce jeu, il propose une nouvelle hypothèse : l'électricité et le magnétisme, mais également le calorique (fluide hypothétique dont on pensait qu'il transportait la chaleur) et la lumière, seraient les effets d'un même « conflit électrique ». Il recherche donc un phénomène où l'électricité et le magnétisme pourraient conjuguer leurs effets et le découvre en reliant l'un à l'autre par un fil métallique les deux pôles d'une pile voltaïque. Le contact provoque le conflit attendu dans le fil, rendu manifeste par la déviation d'une aiguille aimantée placée sous le fil.

Selon les conceptions alors en vigueur, notamment en France, le fil « conjonctif » aurait dû anéantir le courant, et non pas faire pivoter l'aiguille sur elle-même. Œrsted répète l'expérience. Même résultat. Il publie aussitôt un mémoire, rédigé en latin, relatant cette observation[2]. Une traduction en français paraît en Suisse en août.

En visite à Genève, Arago en prend connaissance et y lit avec étonnement cette phrase : « Il est assez évident par ce qui précède que le conflit électrique n'est pas enfermé dans le conducteur ou fil d'union, mais qu'il se répand dans l'espace environnant, et même assez loin. » Il s'enthousiasme. De retour à Paris le 11 septembre (1820), il reproduit l'expérience devant les membres de l'Académie des sciences. Deux semaines plus tard, il la décrit aux membres du Bureau des longitudes.

Poète, mathématicien et rêveur, André Marie Ampère (1775-1836) assiste à la séance. Fasciné par ce phénomène surprenant, il se livre, au début de l'automne et en l'espace de quelques semaines, à une fulgurante série d'expériences et de calculs [3]. Il généralise le « simple fait isolé du physicien danois », remplace l'aiguille aimantée par un second fil conjonctif [4] car il pense que le premier « agira sur le second comme sur l'aiguille aimantée ». D'un lundi à l'autre, il établit les lois qui régissent la création des champs magnétiques par les courants électriques et déterminent l'action des champs magnétiques sur les courants, réunissant ainsi l'électricité et le magnétisme en une seule science. L'ensemble de ces recherches le conduit à formuler cet énoncé, qu'il lit le 28 avril 1822 devant les membres de l'Académie des sciences [5] :

« On ne peut attribuer [l'action qui émane des piles voltaïques] qu'à des fluides en mouvement dans le conducteur qu'ils parcourent en se portant rapidement d'une des extrémités de la pile à l'autre extrémité. »

Il introduit un terme nouveau : « Parce que les phénomènes dont il est ici question ne peuvent être produits que par l'électricité en mouvement, j'ai cru devoir les désigner sous la désignation de *phénomènes électro-dynamiques* [6]; celle de phénomènes électromagnétiques, qu'on leur avait donnée jusqu'alors [...] ne pouvait plus présenter qu'une idée fausse depuis que j'avais trouvé qu'on produisait des phénomènes du même genre sans aimant. »

Quelques phrases plus loin, il parle ouvertement de « molécules électriques [7] » et se déclare « bien convaincu que toute recherche de ce genre doit être précédée de la connaissance purement expérimentale des lois, et de la détermination, uniquement déduite de ces lois, de la valeur des forces élémentaires *dont la direction est nécessairement celle de la droite menée par les points matériels entre lesquels elles s'exercent* [8] ».

La loi qu'il a découverte intervient donc entre des « points » et s'exerce « nécessairement » le long de la droite menée entre ces points : en un mot, Ampère nous propose une « loi de point ». Il parlera désormais de l'« action mutuelle » d'éléments de courant [9], qui s'exerce toujours exclusivement le long de la droite menée d'un élément à l'autre, permettant ainsi à l'action exercée par un élément d'être égale et de sens opposé à celle exercée par l'autre [10]. Il manquait à cette façon de voir un élément fondamental que les mathématiciens de l'école allemande de Göttingen vont s'appliquer à découvrir, propulsant par là l'électrodynamique au premier rang des disciplines de la physique.

Les lois de point

En 1833, Wilhelm Weber (1804-1891) est à Göttingen le collaborateur du grand Gauss, le *Prince des mathématiciens* [11], avec lequel il invente et construit le premier télégraphe électrique ! En 1850, il fonde l'Institut de « physique mathématique » de Göttingen, le premier du genre, où il accueille, parmi ses étudiants, un jeune homme modeste et talentueux, Bernhard Riemann (1826-1866). En l'espace de quelques années, Weber, Riemann et Gauss – chacun à sa manière – ont cherché à résoudre le problème fondamental de la physique mathématique à cette époque : exprimer la loi de point – qu'ils appellent « loi fondamentale » – de la transmission de la force électrique entre corps en mouvement.

Entre corps en mouvement : c'est la nouveauté. Car tout porte à croire que l'action mutuelle entre éléments de courant chère à Ampère n'est pas la même lorsque les charges qui circulent dans ces éléments sont en mouvement relatif l'une par rapport à l'autre – considération qu'Ampère n'avait pas prise en compte.

Selon la loi dite de Coulomb [12], deux charges électriques e et e' placées à la distance r l'une de l'autre exercent l'une sur l'autre une force F supposée agir instantanément « à distance », proportionnelle à ee'/r^2.

Weber s'interroge : que se passe-t-il si les deux charges sont en mouvement l'une par rapport à l'autre? Pour répondre à cette question, il s'appuie sur trois observations :

1. Deux éléments de courant placés *dans le prolongement* l'un de l'autre se repoussent ou s'attirent selon qu'ils sont parcourus par le courant dans le même sens ou en sens opposé.

2. Deux éléments de courant placés *parallèlement* l'un à l'autre – et perpendiculairement à leur ligne de jonction – s'attirent ou se repoussent selon qu'ils sont parcourus par le courant dans le même sens ou en sens opposé.

3. Un élément de courant placé dans le prolongement d'un élément de conducteur induit dans ce dernier un courant dirigé dans son propre sens ou en sens inverse suivant que sa propre intensité diminue ou augmente.

Weber déduit de ces trois observations que la formule qu'il recherche doit faire intervenir, d'une part, la vitesse v avec laquelle les charges électriques s'éloignent ou se rapprochent l'une de l'autre, d'autre part l'accélération a du mouvement relatif de ces charges entre elles.

Comment exprimer par une formule, le plus simplement possible, l'idée que la force n'est pas simplement $F = ee'/r^2$ (comme le veut la loi de Coulomb), mais qu'elle dépend aussi de la vitesse relative des éléments de courant?

Weber pose $F_v = F(1 - kv)$ et réalise aussitôt que le produit kv qui entre dans cette équation doit correspondre à un « nombre » (pour que l'on puisse le retrancher de 1). Le facteur k représente par conséquent l'inverse d'une vitesse V.

Il pose donc $k = 1/V$, V représentant une vitesse dont la valeur reste à déterminer. Son équation devient $F_v = F(1 - v/V)$.

Il lui faut maintenant introduire un second terme dans sa formule, terme qui dépendra de l'accélération a du mouvement relatif. Il pose donc : $F_v = F(1 - v/V + ba)$. Sa formule contient désormais deux paramètres – la vitesse V et la constante b – dont les valeurs restent à déterminer. Mais, la formule étant *simple*, Weber espère bien pouvoir l'ajuster de façon à obtenir les résultats désirés. Il fait alors une découverte qui se révélera l'une des plus fécondes de l'histoire de la physique.

Il s'aperçoit que, pour que sa formule fonctionne correctement, il faut que $b = 2r/V^2$.

La loi fondamentale devient $F_v = F(1 - v/V + 2ar/V^2)$ et ne dépend plus désormais que d'*un seul* paramètre, la vitesse V – un résultat des plus encourageants. Puis il note que, lorsque l'accélération est nulle, la formule se réduit à $F_v = F(1 - v/V)$. Qui plus est, si $v = V$, alors $F_v = 0$! La vitesse V est donc celle pour laquelle la force entre les charges s'annule, bref, celle pour laquelle l'action électrodynamique contrebalance exactement l'action électrostatique ! Le paramètre V est donc intimement lié au rapport de l'unité électrostatique à l'unité électrodynamique [13] – un résultat qui enthousiasme Weber. Avec l'aide du physicien expérimentaliste Rudolf Kohlrausch, il mesure V et obtient $V = 311\,000$ km.s^{-1}. Surprise ! C'est, à peu de chose près... la vitesse de la lumière dans le vide !

Weber communique ce résultat remarquable à Gauss. Le prince des mathématiciens ne se montre pas entièrement satisfait. Selon lui, il faudrait pouvoir déduire les forces qui se produisent entre les charges, non d'une *action instantanée* s'exerçant à distance, mais d'une action se propageant de proche en proche, à la manière d'une onde. Il explique qu'il avait, en 1839, tenté de formuler une loi fondamentale fondée sur cette idée, mais que, la formule obtenue par lui ne représentant pas de façon correcte le phénomène de l'induction, il avait abandonné son projet.

En 1850, Bernhard Riemann arrive à Göttingen et se passionne à son tour pour le problème. Pour le résoudre, il formule une théorie révolutionnaire selon laquelle toute particule électrisée produit un *potentiel* [14] qui se propage dans l'espace à la vitesse de la lumière, pour atteindre en un temps r/c les points situés à la distance r. Il en déduit lui aussi une loi fondamentale...

L'électromagnétisme

En 1873, le physicien écossais James Clerk Maxwell (1831-1879), qui vient de créer le célèbre Cavendish Laboratory à l'université de Cambridge[15], publie son grand traité en deux volumes *On Electricity and Magnetism*[16]. Dans la préface à la première édition du traité (datée du 1er février 1873), il explique ce qu'il faut entendre, selon lui, par l'expression « électromagnétisme » :

« Certains corps, quand on les frotte, semblent attirer d'autres corps. Ces phénomènes ont été classés sous le nom de phénomènes électriques, le mot grec ηλεκτρον, qui signifie "ambre" décrivant la substance dans laquelle le phénomène a été observé pour la première fois. D'autres corps agissent "à distance" par une action appelée magnétisme, la substance μαγνης ayant été découverte dans la province thessalienne de Magnesia. On a découvert depuis que ces deux classes de phénomènes ont partie liée. Leurs relations constituent l'électromagnétisme[17]. »

Il indique ensuite les raisons qui l'ont conduit à rédiger son traité. Elles tournent autour d'un nom – magique entre tous en Grande-Bretagne à cette époque : Faraday[18]. Il explique : « Je savais qu'une différence était réputée exister entre la façon de concevoir les phénomènes électriques de Faraday et celle des mathématiciens en sorte que ni l'un ni les autres n'étaient satisfaits du point de vue de l'autre. »

Les mathématiciens dont il s'agit – le lecteur l'aura deviné – ne sont autres qu'Ampère, Gauss, Weber et Riemann... tous des « continentaux ». La rivalité entre les savants britanniques et ceux du continent, exacerbée depuis l'accrochage entre Newton et Leibniz au sujet de l'invention du calcul différentiel, continuait de battre son plein. Persuadé cependant que cette différence « ne signifiait pas que l'un des deux points de vue était en erreur », Maxwell se donne pour mission d'exprimer les idées de Faraday sous une forme mathématique « de façon à pouvoir les comparer à celles des mathématiciens ».

Voici ce que, fasciné, il découvre[19] : « Faraday voit "avec les yeux de l'imagination[20]" des "lignes de force" traversant tout l'espace là où les mathématiciens ne voient que des "centres de force" s'attirant mutuellement à distance; il voit un "milieu intervenant" là où ils ne voient que de la distance; il recherche le siège des phénomènes dans des actions réelles se produisant dans ce milieu, alors qu'ils le trouvent dans un pouvoir d'action s'imprimant à distance sur les fluides électriques. » De tout cela il conclut que « plusieurs des méthodes de recherches découvertes par les mathématiciens s'expriment mieux dans le cadre des idées dérivées de Faraday que dans celui de la formulation d'origine » et se met aussitôt au travail pour réaliser cette synthèse.

Son programme est désormais clair :

1. Montrer que les phénomènes électromagnétiques sont mesurables.

2. Découvrir « les connexions mathématiques reliant les quantités mesurées entre elles ».

3. Formuler aussi clairement que possible les relations liant l'expression mathématique de cette théorie et la science fondamentale de la dynamique, « afin de nous mettre en mesure, jusqu'à un certain point, de déterminer le type de "phénomène dynamique" susceptible de nous servir de modèle pour "expliquer ou illustrer" les phénomènes électromagnétiques ».

Pour réaliser ce programme, il se démarque d'Ampère, de Gauss, de Weber et de Riemann, avec leurs lois de point, et reprend à son compte l'idée de Faraday : « L'électricité présente sur n'importe quelle petite surface d'un corps conducteur est soumise à l'action d'une force qui s'exerce perpendiculairement à cette surface et que nous appellerons la tension électrique. » Comme lui, il appelle « ligne de force » la trajectoire que décrirait un point qui s'éloignerait de la surface de ce corps dans la direction de l'intensité décroissante de la force et admet l'hypothèse fondamentale de Faraday selon laquelle « la tension électrique existe non seulement à la surface du conducteur mais encore tout au long de la ligne de force ».

A cette idée – « âme » de la théorie de Faraday – il ajoute cependant une nouveauté : « Outre la tension qui s'exerce le long de chaque ligne de force, il s'exerce également, perpendiculairement à cette ligne, une pression. » Qui plus est, cette pression est égale, en grandeur, à la tension. Quant à la tension, elle est « en tous points analogue à celle qu'expérience une corde ordinaire sur laquelle on tire ».

Il restait à préciser ce en quoi pouvait consister le milieu envisagé par Faraday comme support de ces lignes de force.

L'électricité selon Maxwell

Nous avons tendance à penser qu'un fossé infranchissable sépare les auteurs anciens de ceux de l'ère moderne, seuls détenteurs de la vérité scientifique. Pour nous familiariser en profondeur avec les conceptions de Maxwell, amusons-nous à placer côte à côte ses idées sur la nature de l'électricité et celles d'Aristote concernant la nature de la lumière.

Maxwell reprend une idée du mathématicien Denis Poisson, ami et contemporain d'Arago, selon lequel le milieu en question est un « fluide incompressible », mais se voit contraint de faire une distinction entre corps conducteurs et corps isolants qu'il appelle – adoptant le vocabulaire de Faraday – « diélectriques ». En ce qui concerne la lumière, Aristote distingue les *corps transparents*, qu'il appelle « diaphanes », des *corps opaques*.

Maxwell suppose que le fluide incompressible de Poisson se comporte de façon différente dans les conducteurs et dans les diélectriques (comme Aristote la lumière dans les corps opaques et les diaphanes) : dans les conducteurs, il se comporte comme un fluide inerte – lorsqu'il est mis en mouvement, le mouvement se perpétue –, dans les diélectriques comme un fluide élastique – déplacé de son état d'équilibre, le milieu tend à revenir à cet état.

Lorsqu'un corps est soumis à l'action d'une force *électromotrice*, la tension engendrée se manifeste donc différemment selon que le corps est un conducteur ou un diélectrique : dans le conducteur, le fluide incompressible cède, un courant électrique se constitue ; dans le diélectrique, le courant ne peut pas se constituer, la force engendre un déplacement électrique. Ce phénomène se manifeste, l'espace d'un court instant, sous la forme d'un *courant de déplacement*. Une fois complété, le déplacement constitue la tension du fluide incompressible. Cette conception fait de l'électricité non pas une substance (pas plus que la lumière n'est une substance pour Aristote), mais simplement l'*effet mesurable* d'une certaine tension d'un fluide qui, seul, est *réel* [21].

Le traité de Maxwell comprend cinquante-six chapitres. Au chapitre XX de la quatrième partie, l'un des tout derniers, Maxwell aborde soudainement le problème de la lumière. Il note les rapports qui paraissent exister entre la théorie qu'il vient de développer pour l'électromagnétisme et la théorie des ondulations de Fresnel.

Il explique : « Quand un corps lumineux émet de la lumière, une certaine quantité d'énergie quitte ce corps, et si cette lumière est absorbée par un autre corps, ce corps s'échauffe, montrant qu'il a absorbé de l'énergie venue du dehors. Pendant l'intervalle de temps qui sépare l'émission de l'absorption, cette lumière a dû exister sous forme d'énergie dans l'espace intervenant. Pendant le passage de la lumière, le milieu luminifère est donc dépositaire d'énergie. [...] Dans la théorie de l'électricité et du magnétisme adoptée dans ce Traité, deux formes d'énergie sont reconnues, électrostatique et électrocinétique, et elles sont supposées avoir leur siège non seulement à l'intérieur des corps électrifiés ou magnétisés, mais partout dans l'espace environnant où la force électrique ou magnétique est perçue. Notre théorie est donc en accord avec la théorie ondulatoire de la lumière en ce qu'elle postule, elle aussi, l'existence d'un milieu susceptible d'être dépositaire de deux formes d'énergie. »

Nous venons d'entrer dans le domaine mystérieux de la *théorie électromagnétique de la lumière* que nous apprendrons à mieux connaître au fur et à mesure du déroulement de notre histoire.

Notes

1. Brai : mot d'origine gauloise, résidu pâteux de la distillation de la houille.
2. Œrsted C., *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticam*, Copenhague, 1820; *Journal für Chemie und Physik*, t. 29, 1820, p. 275. Cette découverte est habituellement présentée comme due à la chance. En réalité, Œrsted avait bel et bien cherché à « démontrer » sa théorie du conflit électrique.
3. Après avoir délaissé depuis plusieurs mois ses recherches mathématiques et physiques pour s'adonner à des spéculations concernant la psychologie et la métaphysique.
4. On appelait à cette époque fil « conjonctif » ce que nous appelons aujourd'hui fil « conducteur ».
5. Ampère A.- M., *Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques uniquement déduite de l'expérience*, Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France, 1823, t. VI, p. 298.
6. Le terme « électromagnétisme » était, à cette époque, passé dans l'usage de façon naturelle, sans qu'il soit aujourd'hui possible de préciser qui l'avait forgé le premier. Ampère écrit « électro-dynamique » avec un tiret, habitude que depuis nous avons perdue – peut-être à tort.
7. Ancêtres de nos électrons.
8. Ampère A.- M., *op. cit.*, p. 177.
9. *Ibid.*, p. 325.
10. Rappelons que si, dans la nature, l'action et la réaction n'étaient pas rigoureusement égales et de sens opposé, un « élément » serait en mesure d'en mettre un autre en mouvement sans être lui-même affecté réciproquement par la démarche – ce qui ne se produit manifestement pas, heureusement!
11. Gauss! En 1807, le baron von Humboldt, ami d'Arago, souhaite faire nommer Gauss au poste de directeur de l'observatoire de Göttingen. Il demande à Laplace quel est, selon lui, le plus grand mathématicien d'Allemagne. Laplace répond : « Pfaff. » Humboldt s'étonne : « Que faites-vous donc de Gauss? — Gauss, répond Laplace, *est le plus grand mathématicien du monde.* » Cité par E. T. Bell dans *Les Grands Mathématiciens*, Payot, 1939, p. 264.
12. En l'honneur de Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), son découvreur.
13. Au facteur $\sqrt{2}$ près (simple affaire de choix d'unités).
14. Le concept de *potentiel* introduit par Riemann pour remplacer celui de *force* préfigure l'introduction du concept de *champ* en physique et va jouer un grand rôle dans la suite de notre récit.
15. Grâce à des fonds accordés par le duc de Devonshire, qui était apparenté à Henry Cavendish.
16. Maxwell J. C., *A Treatise on Electricity & Magnetism*, 1873, réimpression de la troisième édition, Dover, New York, 1954, p. v.
17. *Ibid.*, p. v.
18. Maxwell suivait attentivement les travaux de Faraday – comme ceux d'Ampère d'ailleurs – depuis de nombreuses années. Son premier mémoire sur l'électricité, publié en 1855, est intitulé *On Faraday's Lines of Forces*.
19. Selon Maxwell, « le travail de recherche par lequel Ampère a établi les lois de

l'action mécanique entre courants électriques constitue l'une des plus brillantes réussites de l'histoire de la science ». Mais il constate que « le tout, théorie et expériences, semble avoir surgi tout armé du cerveau du "Newton de l'électricité". [...] Nous ne pouvons pas croire qu'Ampère a découvert sa loi, comme il le laisse entendre, au moyen des expériences qu'il décrit. Nous devons supposer au contraire, comme il le dit d'ailleurs lui-même, qu'il l'a découverte par un processus qu'il n'a pas révélé et qu'ayant ensuite construit une démonstration parfaite de sa loi, il a effacé toute trace de l'échafaudage qu'il avait utilisé pour faire sa découverte. » Faraday, au contraire, nous laisse tout voir : ses erreurs, ses hésitations, les fausses pistes qu'il a suivies... aussi bien que les expériences réussies. Maxwell en conclut : « Tout étudiant devrait donc lire Ampère comme un exemple splendide de style scientifique dans l'exposé d'une découverte, mais il devrait également s'inspirer de Faraday pour mieux cultiver son esprit scientifique. » Maxwell, *A Treatise, op.cit.*, II, § 528.

20. « *In his mind's eye* ».

21. Un exemple fera comprendre la nuance : quand je dis que mon cœur est *rempli de joie*, je ne veux pas dire que la joie est une substance, mais que mon cœur est dans un certain état d'agitation, état que le mot « joie » exprime. Avant de quitter Aristote, abordons ses conceptions concernant la couleur. Pour lui, les diaphanes n'ont pas de couleur propre – leur couleur *est* la lumière : elle naît de l'alliance de la lumière et de l'ombre à la surface des opaques : la couleur joue donc pour les opaques le rôle que la lumière joue pour les diaphanes. Dans un état d'esprit à peine différent, Maxwell considère que, lorsqu'un déplacement électrique se produit dans un diélectrique, une certaine « quantité d'électricité entre dans le diélectrique ».

II.
Des idées et des hommes

On naît mathématicien,
on ne le devient pas.

Henri POINCARÉ,
La Valeur de la science, 1905.

Rencontrons Henri Poincaré

Henri, Jules

Nous sommes en l'an 1854. A Paris, Charles Louis Napoléon, neveu de Napoléon le Grand, s'applique à consolider les conséquences du coup d'État qui lui a permis de devenir le nouvel empereur des Français. A Berlin, victime de troubles mentaux, Frédéric-Guillaume IV se prépare à céder la place à son frère qui montera bientôt sur le trône de Prusse sous le nom de Guillaume I^er^. A Londres, la reine Victoria vient de fêter le trente-cinquième anniversaire de sa naissance et s'apprête à célébrer la dix-septième année de son règne.

A Nancy, le 29 avril, le docteur Léon Poincaré, professeur à la faculté de médecine, assiste à la naissance de son fils qu'il fait baptiser deux jours plus tard sous les prénoms Henri, Jules.

Dès sa plus jeune enfance, Henri adopte une manière d'être qui restera la sienne jusqu'au dernier jour de sa vie. L'un de ses camarades de classe, le futur général Xardel, l'a rapportée ainsi : « Combien de fois, en allant après la classe, vers cinq ou six heures, lui demander quelques éclaircissements sur ses devoirs, obscurs pour moi, lumineux pour lui, combien de fois l'ai-je trouvé dans la chambre de sa mère, allant et venant, prenant part aux conversations et, en apparence, occupé de tout autre chose que de faire ses devoirs. Et puis, tout à coup, il s'approchait de la table, et, sans s'asseoir, posant un genou sur la chaise, il prenait sa plume de la main droite ou de la main gauche, au hasard, écrivait quelques mots ou quelques lignes, puis reprenait ses allées et venues et la conversation interrompue. Après quelques pauses semblables, le devoir se trouvait fait, et bien fait.[1] » A cette époque, le petit Henri est « tendre et charmant, doux et gentil avec ses camarades ». Entré en classe de neuvième au lycée de Nancy, il devient rapidement le meilleur de la classe. C'est surtout en histoire et géographie qu'il se distingue alors. En quatrième, il découvre les mathématiques.

1870. A Paris, la foule réclame la guerre. On crie « A Berlin ! » Le 3 août, les Prussiens entrent en France. L'année suivante, l'État de fait républicain signe la paix, écrase la Commune, rétablit l'ordre, cède l'Alsace, une partie de la Lorraine, et accepte l'entrée solennelle, symbolique, des troupes allemandes dans Paris.

Henri Poincaré a seize ans. Au lycée de Nancy, en novembre, il se présente aux épreuves du baccalauréat. Il arrive en retard pour l'épreuve de mathématiques, comprend mal la question posée, obtient un zéro[2]. Heureusement, notre apprenti mathématicien avait déjà « sa petite réputation » : « Tout autre élève que lui, dit le Président du Jury lors de la proclamation des admissibles, aurait été refusé pour sa composition en Mathématiques.[3] »

A l'automne 1872, après leur victoire sur la France, des troupes allemandes défilent dans les rues de Königsberg, capitale mythique de la Prusse-Orientale fondée sur la Baltique par les chevaliers teutoniques au lendemain des croisades. Parmi les jeunes garçons venus admirer la parade, deux entreront un peu plus tard dans notre récit. Profitons de l'occasion pour les rencontrer.

Le premier a dix ans. Fils d'une famille piétiste protestante, éduqué dans l'enseignement de la Bible et le respect des valeurs traditionnelles de la Prusse – ponctualité, frugalité, discipline, respect de la loi... –, il s'appelle David Hilbert. Le second a huit ans. Fils d'une famille juive originaire d'Alexoten près de Kovno (Kaunas), il vient de traverser avec ses parents la frontière qui sépare l'Estonie de la Prusse pour échapper aux persécutions de la police du tsar de toutes les Russies. Il s'appelle Hermann Minkowski. Poincaré, Minkowski, Hilbert... Ces trois mathématiciens joueront un rôle décisif dans la formulation de la théorie de la relativité, un quart de siècle plus tard.

Les compositions écrites pour l'admission à Polytechnique commencent à Nancy le 4 août 1873. Ce jour-là, l'ancienne capitale du roi-duc de Lorraine, Stanislas Leszczynski, est en liesse : les drapeaux français flottent partout aux fenêtres ; à la suite des accords de paix, les troupes prussiennes viennent d'évacuer la ville ! Paul Appell, son camarade de classe qui se présente, lui aussi, au concours, raconte que, rendu nerveux par l'émotion, Poincaré étend trop rapidement les couches d'encre de Chine sur sa feuille de lavis sans attendre que les précédentes soient sèches, et colle la feuille trop vite : « Il avait hâte de rejoindre sa famille sur la place Stanislas à l'hôtel de ville pour y attendre l'arrivée des troupes françaises.[4] »

Ses professeurs sont inquiets. L'examinateur, Abel Transon, déclare : « Nancy présente un candidat bien remarquable. Mais nous sommes bien embarrassés. Il a un zéro pour le dessin et le zéro est éliminatoire. Pour le reste, il est absolument hors pair. S'il est reçu, il sera premier ; mais sera-t-il reçu ?[5] »

Il le sera.

Prix d'honneur au Concours général pour les Mathématiques spéciales, il est « admis le premier » à Polytechnique, malgré l'incident du lavis : les professeurs de Polytechnique n'avaient pas voulu, pour une bêtise, priver l'école de pareil candidat...

A Polytechnique, le nouveau venu manifeste très vite ses singularités : « Quelquefois, aux récréations, nous dit son ami Paul Appell, il se promenait dans la cour de l'École, en tenant par le bras deux de ses camarades, mais sans se mêler à la conversation et sans prendre part aux discussions si vives à cette époque ; d'autres jours, il marchait seul en faisant, suivant une habitude invétérée, tourner l'anneau de son trousseau de clefs autour de l'index de sa main droite. C'est, également, en se promenant dans la salle d'études ou dans les couloirs et en faisant tourner ses clefs, qu'il repassait les cours entendus et les articles lus. » Ces cours, Poincaré ne les rédige pas. Il avait bien essayé, en mathématiques spéciales, les premiers jours, de prendre des notes pendant les cours : assis au fond de la classe en sa qualité de nouveau, ses camarades l'avaient vu sortir de sa poche un faire-part d'enterrement en guise de cahier de notes... Les jours suivants, ils l'avaient observé, stupéfaits, griffonner quelques lignes sur la même feuille, « facilement reconnaissable à sa bordure de deuil ». Cela n'avait pas duré. Assis désormais au premier rang – il est un peu myope –, Poincaré écoute les professeurs les bras croisés, sans prendre de notes, intégrant leurs cours directement dans sa tête, sans passer par l'écriture[6]. Cela étonne et, bientôt, déconcerte ses condisciples. « Réservé et pensif, il fut incompris de presque tous ses camarades de promotion. » Et Paul Appell d'ajouter : « Il vivait trop loin et trop haut pour être apprécié à sa vraie valeur. » *Trop loin et trop haut...*

Interrogé en géométrie aux examens de sortie en 1875, il manifeste une nouvelle fois son inaptitude au dessin, trace en pointillé sur le tableau des droites convergentes – qui ne sont ni droites... ni convergentes ! Cela déplaît à l'examinateur, Jules de La Gournerie : il est classé deuxième.

Poincaré aux Mines

Sorti de Polytechnique, Henri Poincaré entre comme « élève-ingénieur » à l'École des Mines du boulevard Saint-Michel, à Paris, où il va passer quatre ans. Il obtient sa licence ès sciences en Sorbonne le 2 août 1876, passe l'été suivant en Autriche-Hongrie – où il étudie l'exploitation des mines de la Staatsbahn et la fabrication de l'étain dans le Banat –, puis revient à Paris à l'automne. Raymond Poincaré, son cousin germain – futur président de la République –, de six ans son cadet, arrive à son tour à Paris pour y suivre des études de droit. Les deux jeunes gens logent dans deux chambres voisines d'un modeste hôtel du Quartier latin, au 4, carrefour de l'Odéon, et dînent volontiers ensemble à la pension Laveur, rue Serpente. En août 1878, Raymond Poincaré passe ses examens de droit, puis obtient sa licence ès lettres à la faculté de Nancy avec mention « très bien ». Il a dix-huit ans [7] !

1879 est une année pivot dans la carrière et la vie d'Henri Poincaré. Nommé ingénieur ordinaire des Mines de troisième classe le 26 mars, il est attaché au Service du contrôle de l'exploitation des chemins de fer de l'Est. C'est donc aux confins de sa Lorraine natale que, le 29 avril, il fête ses vingt-cinq ans. De retour à Paris en août, il défend en Sorbonne sa thèse de doctorat devant un jury présidé par le géomètre nîmois Gaston Darboux [8], qui n'était alors âgé lui-même que de trente-quatre ans (quelle époque !).

Le 11 août, Poincaré présente sa première « Note à l'Académie des sciences de Paris ». Il la fera suivre, le 24 novembre, d'une seconde portant également « Sur quelques propriétés des formes quadratiques ». Excellente préparation ! Quelques années plus tard, en effet, c'est encore une « forme quadratique » qui lui donnera l'une des clés de la relativité (*cf.* p. 124).

Mis à la disposition du ministre de l'Instruction publique, il s'installe à Caen le 1er décembre. Le 31, veille du jour de l'an, il se rend chez son ami Léon Le Cornu, un ancien de Polytechnique lui aussi. « Il passa la soirée, nous dit Le Cornu, à se promener de long en large, n'entendant pas ce qu'on lui disait ou répondant à peine par monosyllabes... Passé minuit, je pris le parti de lui rappeler doucement que nous étions maintenant en 1880. Il parut, à ce moment, redescendre sur la terre, et se décida à prendre congé de nous. Quelques jours après, m'ayant rencontré sur le quai de Caen, il me dit négligemment : "Je sais maintenant intégrer toutes les équations différentielles." [9] »

Nous verrons l'onde de choc que cette petite phrase, d'apparence anodine, allait créer dans la communauté scientifique internationale.

L'enseignement du jeune professeur Poincaré à Caen n'enthousiasme pas ses élèves. « Il avait la parole très hésitante, nous dit Le Cornu, et, de plus, ne s'inquiétait pas de rendre claires à ses débutants des choses qui lui apparaissaient comme intuitives. Il était, à cette époque, plus distrait que jamais.[10] » Il avait en effet de grandes choses en tête. L'une d'elles, et non des moindres : se marier. Il fait bientôt la connaissance d'une arrière petite-fille de l'illustre zoologiste Étienne Geoffroy Saint-Hillaire. Il demande sa main à son père, M. Poullain d'Andecy... qui la lui accorde bien volontiers.

Notes

1. Darboux G., « Éloge historique d'Henri Poincaré », 1913, in *Œuvres d'Henri Poincaré*, Éditions J. Gabay, t. II, 1995, p. XI.
2. Il s'agissait de trouver la valeur de la somme $1 + n + n^2 + n^3 + \ldots$, dans laquelle n est un nombre positif plus petit que 1.
Appelons S la somme considérée. $S = 1 + n + n^2 + \ldots$ peut également s'écrire $S = 1 + n(1 + n + n^2 + \ldots)$, ce qui donne $S = 1 + nS$, d'où l'on tire $S = 1/(1 - n)$.
3. *Ibid.*, p. XVI.
4. Appell P., *Henri Poincaré*, Plon, coll. « Nobles vies/Grandes œuvres », 1925, p. 26.
5. Darboux G., *op. cit.*, p. XIX.
6. Cela ne semble cependant pas avoir été son comportement habituel. On a récemment retrouvé dix-sept cahiers couvrant près de 4500 pages de notes prises par Poincaré pendant les classes alors qu'il était élève au Lycée de Nancy et plus tard à l'Ecole des Mines (aucunes alors qu'il était élève à Polytechnique).
7. En 1883, Raymond Poincaré soutient sa thèse de doctorat, puis publie, dans *La Revue libérale*, un article sur la moralité – l'« immoralité » ? – chez Émile Zola, qui lui vaut les félicitations... d'Émile Zola lui-même! Celui-ci s'exclame : « Vingt-deux ans seulement! Une pareille maturité chez un jeune homme est extraordinaire. Je lui répondrai dans notre Revue. »
8. A la demande de Darboux, Poincaré dut faire un « petit travail de correction et de déblaiement » sur le texte de sa thèse – ce qu'il fit, nous dit Darboux, « bien volontiers ». Pour la petite histoire, cette « thèse inaugurale » est signée Henri Poincaré, « Ingénieur des Mines ».
9. Appell P., *Henri Poincaré*, *op. cit.*, p. 33.
10. *Ibid.*, p. 33.

Les mathématiciens

Le principe de dualité

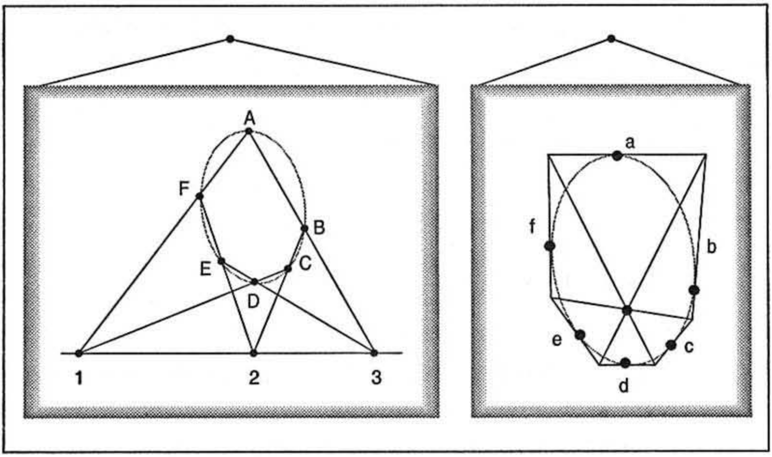
Les recherches menées par Poincaré à Polytechnique, à l'École des mines et à l'université de Caen entre 1874 et 1881 sont généralement classées comme relevant de l'« Analyse mathématique pure », sujet plutôt abstrait. Adoptant ici un point de vue différent, nous rechercherons en quoi ces travaux l'ont préparé à la grande aventure « concrète » de la relativité. La tâche n'est pas très difficile : ces travaux concernent, pour l'essentiel, la question des « transformations de l'espace ». Pour nous familiariser avec ce qui se cache derrière cette expression, intéressons-nous d'abord aux premiers pas faits dans ce domaine, au XVIIe siècle, par Blaise Pascal.

Fils d'Étienne Pascal, président de la Cour des aides de Clermont (aujourd'hui Clermont-Ferrand), Blaise Pascal (1623-1662) participe à quatorze ans avec son père aux discussions hebdomadaires tenues par le père Mersenne, ami et correspondant de Descartes, en son couvent de la place Royale. Vers l'âge de seize ou dix-sept ans, il fait ce qui est l'une de ses plus belles découvertes mathématiques – celle qui nous est en tout cas la plus précieuse pour bien comprendre la suite de notre histoire.

Imaginons une ellipse (voir la figure page 45). Sur cette ellipse, marquons six points quelconques A, B, C, D, E et F, dans cet ordre. La droite AB et la droite DE se coupent en un point 3. La droite BC et la droite EF se coupent en un autre point 2. Enfin, la droite CD et la droite FA se coupent en un troisième point 1. Pascal découvre que quelle que soit l'ellipse et quels que soient les points A, B, C, D, E et F choisis sur cette ellipse, les trois points 1, 2 et 3 sont toujours alignés sur une même droite ! Pour cette raison, qui lui paraît merveilleuse, il appelle la figure formée par les six points et inscrite à l'intérieur de l'ellipse l'« Hexagramme mystique ». Dans le théorème de l'hexagramme mystique, aucun *nombre* n'intervient – la longueur des droites ou la valeur des angles n'entrant pas en compte. C'est là l'intérêt de la découverte. La géométrie impliquée dans ce théorème diffère donc profondément de celle étudiée par les Grecs : ce n'est pas une géométrie *métrique*, mais une géométrie *descriptive*.

On la qualifie aussi de « projective » pour la raison suivante : imaginons un cône de lumière issu d'un point lumineux O. Plaçons une lame de verre dans ce cône de façon à obtenir sur la lame le dessin d'une ellipse. Marquons un hexagramme mystique sur cette ellipse. Si nous plaçons, dans le cône, une seconde lame de telle sorte que l'ombre de l'hexagramme tracé sur la première lame tombe dessus, nous constatons que cette ombre forme un second hexagramme mystique sur la seconde lame, en parfaite correspondance avec l'hexagramme initial. Cela signifie que le théorème de Pascal reste vrai lorsqu'on transforme l'hexagramme par une projection conique : on dira qu'il est un « invariant en projection conique ». C'est d'autant plus passionnant que, dans ces projections, les propriétés métriques ne sont en général pas des invariants.

La découverte de Pascal est reprise, un siècle et demi plus tard, par Jean Victor Poncelet (1788-1867), dont l'histoire est l'une des plus étonnantes qui soient. Polytechnicien, puis officier du génie, il accompagne Napoléon et la Grande Armée lors de la campagne de Russie. Laissé pour mort, il est fait prisonnier sur le champ de bataille au passage du Dniepr en novembre 1812. Traîné en haillons d'un endroit à l'autre pendant cinq mois, il est finalement enfermé dans la prison de Saratov sur la Volga. Trop épuisé pour penser, il y croit mourir mais, le « soleil splendide d'avril » ranimant son courage et n'ayant rien de mieux à faire, il entreprend de reconstituer de mémoire les mathématiques apprises à Polytechnique du grand Gaspard Monge [1]. Sans livres, il reconstruit la



Inscrit à l'intérieur d'une ellipse, l'« hexagramme mystique » de Pascal permet de construire la droite 123 située à l'extérieur de l'ellipse. Si, dans cette construction, on échange points et droites (selon le principe de dualité), cette droite 123 se transforme en un point situé à l'intérieur d'un hexagramme circonscrit à l'extérieur de l'ellipse.

totalité de son savoir et, emporté par son élan, prolonge les travaux de Pascal. Il crée la « géométrie projective ». Rapatrié en France en septembre 1814, il rapporte avec lui sept manuscrits écrits en prison, « avec divers autres écrits, vieux et nouveaux ». Dans l'ouvrage qu'il publie en 1822 sont notamment établis les fondements du « principe de dualité ».

En géométrie plane, on parle communément de *points* et de *droites*. On dira, par exemple, que « par deux points distincts A et B passe une droite et une seule ». C'est une autre façon de dire que « deux points distincts se trouvent sur une droite et sur une seule ». Poncelet découvre que si, dans toute proposition de géométrie plane qui fait intervenir des points et des lignes droites, on interchange les mots « points » et « droites »... la proposition modifiée reste vraie ! Ainsi, dans l'exemple ci-dessus, interchangeant les mots « points » et « droite » (et remplaçant « se trouvent » par « se croisent »), nous obtenons : « Deux droites distinctes se croisent sur un point et sur un seul. » C'est le principe de dualité. Le lecteur en vérifiera la surprenante puissance en l'appliquant par exemple au théorème de l'hexagramme mystique : l'hexagramme inscrit à l'intérieur de l'ellipse se transforme alors en un nouvel hexagramme circonscrit à l'extérieur de l'ellipse ; la droite sur laquelle se trouvent les points 1, 2 et 3 devenant... un point à l'intérieur de l'ellipse [2].

Le « programme d'Erlangen »

En 1869, alors qu'à Nancy Poincaré poursuit ses études secondaires, un jeune Allemand se rend à Paris pour y rencontrer les mathématiciens français. Originaire de Düsseldorf, il a vingt ans et s'appelle Felix Klein. Il fait, à la Sorbonne, la connaissance de Camille Jordan, l'un des meilleurs mathématiciens d'Europe. Ce que le jeune Allemand apprend du jeune Français l'émerveille : celui-ci lui parle du *concept de substitution* qui prolonge les travaux de Poncelet et qui, appliqué à l'espace, permet d'effectuer des *transformations*, dont le champ d'application paraît immense... Hélas! la guerre de 1870 oblige bientôt Klein à retourner en Allemagne. Démobilisé l'année suivante, il est nommé *Privatdozent* [3] à Erlangen, petite ville de Franconie. Chargé de professer la « leçon inaugurale » à la rentrée universitaire de 1872, il prononce ce jour-là un discours – célèbre depuis sous le nom de programme d'Erlangen – qui représente l'un des grands moments de l'histoire de la pensée mathématique. Familiarisons-nous avec quelques-unes de ses retombées.

Le principe de dualité fait correspondre un point à une droite et une droite à un point. C'est un exemple de *transformation* des figures de la géométrie. Un type de transformation plus simple consiste à faire correspondre à un point un autre point. On dira que c'est une transformation *ponctuelle*. Si, à chacun des points de l'espace, nous faisons correspondre un autre point du même espace, nous aurons alors transformé l'espace dans sa totalité et pourrons dire que nous avons accompli une « transformation ponctuelle de l'espace tout entier ».

Pourquoi nous intéresser aux transformations de l'espace? Parce que, comme nous l'explique Klein dans son « programme d'Erlangen », « la composition d'un nombre quelconque de transformations de l'espace redonne toujours une transformation de l'espace [4] ».

Comprenons bien le sens de *composition*, mot clé de cette phrase : si j'applique à mon espace une transformation, puis, au résultat de cette transformation, une autre transformation, j'aurai *composé* les deux transformations en question.

« Supposons maintenant qu'un ensemble donné de transformations ait la propriété que toute transformation résultant de la composition d'un nombre quelconque d'entre elles appartienne aussi à l'ensemble, il constitue un groupe de transformations. » Nous verrons en détail ce qu'il faut entendre par le mot *groupe* quand Poincaré l'utilisera à son tour lorsqu'il inventera l'espace-temps (*cf.* p. 121). Laissons pour l'instant Klein poursuivre son exposé : « Il y a des transformations de l'espace qui n'altèrent en rien les propriétés géométriques des figures. Par nature, ces propriétés sont, en effet, indépendantes de la situation occupée dans l'espace par la figure considérée, de sa grandeur absolue, et enfin du sens dans lequel ses parties sont disposées. [...] Faisons maintenant abstraction de la figure matérielle qui, du point de vue mathématique, n'est pas essentielle et ne voyons plus désormais dans l'espace qu'une "multiplicité de points" à plusieurs dimensions. On peut alors poser le problème suivant : "On donne une multiplicité et un groupe de transformations; développer la théorie des invariants relatifs à ce groupe." »

Tout aussi essentiel à notre sujet, le terme d'*invariant* va de pair avec celui de *groupe* : tout groupe a ses invariants; réciproquement, tout invariant a son (ou parfois ses) groupe(s). Nous aurons, là encore, amplement l'occasion de comprendre la signification de ces mots le moment venu. Arrêtons-nous seulement sur cette idée : Klein vient d'inventer une nouvelle façon de concevoir la géométrie. « Science des figures » depuis l'Antiquité, elle devient d'un seul coup « science des transformations de l'espace ». Rarement « coup de baguette scientifique » aura produit semblable métamorphose [5] !

Quelques petites années plus tard, Poincaré nous montrera à quel point cela change tout.

Klein reçoit un choc... puis fait une dépression

A l'université de Leipzig, par un matin gelé de février 1881, Felix Klein consulte le dernier fascicule des *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences* de Paris. Le sol se dérobe soudain sous ses pieds : le fascicule contient une Note de quatre pages qui concerne son domaine de recherches privilégié, les transformations de l'espace ! Et, pour couronner le tout, l'auteur de la Note a nommé ses découvertes fonctions *fuchschiennes* « en l'honneur de M. Fuchs, dont les travaux m'ont servi très utilement dans ces recherches ». Lazarus Fuchs [6]... rival de Klein !

Les choses s'aggravent rapidement. Parue le 14 février [7], la Note est suivie d'une deuxième le 21, d'une troisième le 4 avril, d'une quatrième le 18, d'une cinquième le 23 mai, d'une sixième le 30, d'une septième le 25 juin, d'une huitième le 11 juillet... Toutes sont signées du même nom – un nom qui commence à agacer Klein –, « Henri Poincaré » !

La dernière Note l'exaspère tout particulièrement. Ironie – ou provocation ? – elle commence par ces mots : « Une remarque de M. Klein, que j'ai citée dans ma dernière Note, m'a amené à rechercher [...] »

Au printemps de 1883, on apprend, à la stupéfaction générale, qu'Hermann Minkowski, tout juste âgé de dix-huit ans [8], s'est vu attribuer le grand prix des sciences mathématiques, décerné par l'Académie des sciences de Paris, pour un mémoire qu'il a rédigé... en allemand [9]. Dans l'émoi suscité par cet événement – c'était l'équivalent local d'un prix Nobel (prix qui n'existait pas à l'époque) ! – le juge Hilbert conseille à son fils David de se tenir modestement à l'écart de ce jeune prodige, si timide mais déjà trop célèbre. Heureusement pour la suite de notre histoire, David Hilbert n'en fait rien :

Minkowski devient son meilleur ami. D'autant plus qu'au printemps suivant, arrive un autre jeune mathématicien à Königsberg...

Adolf Hurwitz (1859-1919), précoce lui aussi, doux de tempérament et excellent pianiste, vient, à vingt-cinq ans, d'être nommé *Extraordinarius*. Chaque jour, Hurwitz, Hilbert et Minkowski se retrouvent, à cinq heures, sous un pommier des jardins de l'université pour échanger leurs idées.

Pendant ce temps, à Leipzig, Felix Klein voit d'un œil morne son sujet d'étude favori lui échapper progressivement. Pour tenter de tenir tête à Poincaré, il se lance dans une poursuite éperdue qui l'échauffe... et l'oblige bientôt à prendre du repos. Il passe alors une année difficile dans un état de profonde dépression mentale [10].

A Caen, c'est tout le contraire pour Poincaré, qui nage, lui, en pleine euphorie. On pourrait croire que son duel à distance avec Fuchs et Klein a épuisé son imagination et son temps. Il n'en est rien! Les deux années consacrées à ces travaux sont également celles pendant lesquelles il a forgé plusieurs des outils mathématiques qui, dans d'autres domaines, ont préparé la voie à ce que certains physiciens contemporains appellent la « physique du XXIe siècle [11] ».

Poincaré s'intéresse à l'aberration

En octobre 1881, Poincaré est nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Paris. Felix Klein envoie deux de ses élèves – dont David Hilbert – à Paris faire sa connaissance : « Les mathématiciens français sont supérieurs à nous, leur explique-t-il. Nous devons étudier leurs méthodes si nous voulons pouvoir les dépasser [12]. » De Paris, Hilbert lui écrit : « Poincaré s'exprime clairement, un peu trop vite. Il donne une impression très juvénile. Il paraît un peu nerveux, plutôt timide [13]. »

Quelques mois plus tard, Klein se voit offrir une chaire à l'université américaine Johns Hopkins – qu'il refuse – et un ordinariat à celle de Göttingen... – qu'il accepte naturellement aussitôt.

Göttingen! En l'espace de quelques années, soutenus financièrement par de riches amis industriels – dont le fameux Gustav Krupp –, Klein et son ami du temps de guerre, Friedrich Althoff, devenu le grand patron des universités allemandes, y établissent un formidable système d'enseignement des mathématiques qui fera de cette petite ville du centre de l'Allemagne le premier centre universitaire du monde.

Si les moyens qu'ils utilisent nous paraissent aujourd'hui bien modestes, à l'époque, ils sont novateurs et même révolutionnaires. Au troisième étage du bâtiment central, l'*Auditorienhaus*, Klein fait par exemple aménager une bibliothèque conçue spécialement, qui deviendra rapidement célèbre sous le nom de *Lesezimmer* : pour la première fois dans l'histoire universitaire de l'Europe, les livres y sont placés sur des étagères directement accessibles aux étudiants. Et ceux-ci sont autorisés à les consulter quand bon leur semble! En outre, dans le corridor qui mène à la *Lesezimmer*, Klein installe une collection, unique en son genre, de « modèles mathématiques » conçus par lui.

A Paris, Poincaré succède à l'illustre Lippmann à la chaire de physique mathématique de la Sorbonne. L'année suivante, il est élu membre de l'Académie des sciences. Sa nomination et son élection suscitent bien des jalousies chez les physiciens. D'autant plus que le nouvel académicien n'est âgé que de trente-deux ans.

Pour ses débuts à la Sorbonne, il professe un cours sur la « Théorie mathématique de la lumière », qu'il termine, au printemps 1888, par un exposé concernant l'aberration astronomique[14]. Il rapporte d'abord l'explication de Bradley, soulignant qu'elle s'appuie sur la théorie selon laquelle la lumière est faite de « corpuscules » se propageant en ligne droite à vitesse constante. Puis, il note que dans le cadre de la théorie ondulatoire, la géométrie du problème donne un résultat légèrement différent de celui obtenu avec l'explication de Bradley. Selon l'explication de Bradley (*cf.* p. 12), la *tangente* de l'angle d'aberration est égale à v/c, expression dans laquelle v représente la vitesse de déplacement de la Terre sur son orbite et c la vitesse de la lumière. Selon la théorie ondulatoire, c'est le *sinus* – et non la tangente – de l'angle d'aberration qui est égal à v/c.

Certes, observe Poincaré, l'aberration étant très petite – à peine quelques secondes d'arc –, la différence entre la tangente et le sinus de l'angle sous-tendu est négligeable. Dans cette mesure – mais dans cette mesure seulement –, on peut donc considérer que les deux méthodes donnent le même résultat.

Il va plus loin dans son analyse, notant que l'explication élémentaire du phénomène par la théorie des ondulations suppose que l'éther contenu dans la lunette ne participe pas au mouvement de la Terre. Si, en effet, l'éther contenu dans la lunette se trouvait entraîné par elle, « la vitesse de propagation de la lumière dans la lunette serait la composante c' de la vitesse c et de la vitesse v d'entraînement du milieu élastique. Mais d'autre part, l'observateur participant lui aussi au mouvement de la Terre, la vitesse relative de la lumière serait pour lui la résultante de c' et de $-v$, c'est-à-dire c ! » Par suite, il n'y aurait pas d'aberration, conséquence contraire à l'expérience... Il ne peut donc que conclure qu'il faut admettre l'hypothèse que l'éther n'est pas entraîné par le mouvement de la Terre.

C'est alors que Poincaré démontre que s'il a été, comme Gauss avant lui, un grand mathématicien – le plus grand de son temps –, il a également été, et tout autant, un grand physicien.

Sur le tableau noir de la Sorbonne, il présente à ses élèves ce qui constitue, après celui de Fresnel, le deuxième calcul « relativiste » de l'histoire de la physique. Et nous ne sommes qu'au printemps 1888, quelque dix-sept ans avant la formulation officielle de la théorie !

Le calcul est très simple, mais comme tout ce qui est simple, il est subtil. Poincaré imagine un télescope rempli d'eau. Soit c la vitesse de la lumière dans l'air, c' sa vitesse dans l'eau, et v la vitesse de déplacement de la Terre. La vitesse de déplacement de la Terre étant très petite par rapport à celle de la lumière, on peut négliger dans les calculs [15] les termes proportionnels au carré de l'aberration, v^2/c^2.

Pour la première fois dans ce genre de calcul – et l'idée sera reprise par tous ses successeurs –, Poincaré envisage deux systèmes de référence : l'un fixe dans l'espace, l'autre entraîné par l'eau en mouvement. La vitesse de la lumière dans l'eau est c' dans le système fixe ; quelle est-elle dans le système entraîné ?

Pour répondre à cette question, Poincaré fait appel à la technique de la composition des vitesses, en suivant la méthode du parallélogramme qu'Euler avait utilisée : il compose la vitesse c' dans le système fixe avec la vitesse d'entraînement de l'éther – puisque c'est dans l'éther que la lumière est supposée se propager. La question est de savoir quelle vitesse prendre pour l'entraînement de l'éther. Poincaré utilise la formule de Fresnel : c'est la clé de son raisonnement et c'est parce que cette formule est déjà *relativiste* – ce que personne ne sait encore – que le raisonnement réussit ! Par définition, la vitesse de la lumière dans l'eau est égale à c/n, où n est l'indice de réfraction de l'eau. Selon la formule de Fresnel, la vitesse *relative* d'entraînement de l'éther v' est donnée par $v - (1 - 1/n^2)v$; elle est donc égale à v/n^2, ce qui donne : $v'/c'^2 = (v/n^2)/(c/n)^2 = v/c^2$.

Surprise ! Le rapport v/c^2 garde la même valeur – est *invariant* – lorsque l'on passe du système fixe au système entraîné. Ce résultat remarquable – et surprenant ! – permet à Poincaré d'en obtenir un autre, qui sera lui aussi d'importance fondamentale pour la suite de notre histoire. Se tournant vers ses élèves, il leur dit : « Une conséquence importante de la formule précédente est que les lois de la réflexion et de la réfraction, et les phénomènes d'interférence de la lumière, ne sont pas affectés par le mouvement de la Terre. »

Pour simple qu'il soit, ce résultat nous apprend quelque chose que nous ne savions pas et qui va révolutionner la physique ainsi que nos conceptions de l'espace et du temps : aux approximations considérées, « les phénomènes optiques ne peuvent mettre en évidence que les mouvements relatifs, par rapport à l'observateur, de la source lumineuse et de la matière pondérable. C'est ce qui a lieu dans l'aberration

– où l'observateur et l'astre observé ne sont pas animés du même mouvement. C'est ce qui arrive aussi dans l'expérience de Fizeau [...]. [16] »

Cette brève leçon donnée à la Sorbonne aurait pu constituer un point tournant : Poincaré affirme et démontre par un petit calcul tout simple (mais ô combien ingénieux!) qu'aucun phénomène optique ne pourra jamais servir aux physiciens à mettre en évidence le mouvement absolu de la Terre à travers l'espace. Et pourtant : c'est précisément ce sur quoi ces derniers vont s'acharner.

Notes

1. Comte de Péluse (1746-1818), Monge avait accompagné Napoléon en Égypte à la tête de la Légion de Culture.
2. Lorsqu'on passe de la géométrie plane à la géométrie de l'espace à trois dimensions, le principe de dualité s'exerce entre *points* et *plans*; dans ces échanges, les droites restent des droites.
3. Titre auquel les nouveaux docteurs ès sciences des universités allemandes devaient postuler avant de pouvoir accéder aux grades de professeur *Extraordinarius* (professeur associé) puis *Ordinarius* (professeur à plein titre). Le titre leur conférait le droit d'enseigner « à titre privé » dans les universités. Les étudiants aimaient dire qu'un *Extraordinarius* « ne savait rien d'ordinaire », qu'un *Ordinarius* « ne savait rien d'extraordinaire », alors qu'un *Privatdozent* « savait tout ».
4. Klein F., *Le Programme d'Erlangen*, 1872, réimpression J. Gabay, 1991.
5. Klein n'avait que vingt-trois ans en 1872 au moment où il a énoncé le programme d'Erlangen.
6. De nombreux étudiants travaillaient avec Fuchs à Berlin et avec Klein à Leipzig sur le problème des transformations de l'espace. A Caen, Poincaré travaillait seul et faisait tout de tête, n'utilisant sa plume qu'à la dernière minute pour rédiger ses Notes – qu'il expédiait directement à l'Académie des sciences, sans les relire.
7. Poincaré H., *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. 92, 1881, p. 333, 395, 859, 957, 1198, 1274, 1484; t. 93, p. 44.
8. Il venait de recevoir une lettre de Camille Jordan l'incitant à « travailler dur pour devenir un grand mathématicien ». Reid C., *Hilbert*, New York, Springer-Verlag, 1996, p. 12.
9. En s'excusant toutefois – diplomatiquement il faut le dire – auprès de l'Académie de n'avoir pas eu le temps de le faire traduire en français. Il avait également pris la précaution d'inscrire en épigraphe sous le titre de son texte un vers de Boileau : « Rien n'est beau que le vrai, le vrai seul est aimable. »
10. Ce qui ne l'empêcha pourtant pas – ainsi sont faits les mathématiciens – de composer dans sa misère un court traité sur l'icosaèdre – polyèdre à vingt faces

(vingt triangles équilatéraux égaux) –, petit chef-d'œuvre de mathématiques pures, considéré aujourd'hui encore comme un classique.
11. *Cf.* annexe, p. 318.
12. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 21.
13. Lettre d'Hilbert à Klein, mars 1886, *ibid.*, p. 23.
14. Poincaré H., *Théorie mathématique de la lumière*, George Carré éd., 1889, réimpression J. Gabay, 1995.
15. Sans pouvoir encore en soupçonner toute la portée, Poincaré vient de faire une distinction qui dominera la physique pendant plusieurs décennies : dans certains calculs et certaines expériences, seuls les termes du premier ordre (proportionnels à v/c) sont importants ; dans d'autres, les termes du second ordre (proportionnels à v^2/c^2) devront être pris en compte – même si, de toute évidence, ils sont très petits.
16. *Ibid.*, § 238.

Le mystère s'épaissit...

Les déboires d'Albert Michelson

L'un des plus acharnés à vouloir mettre en évidence, par des moyens optiques, le mouvement de la Terre à travers l'éther s'appelle Albert Michelson. Né en Prusse polonaise en 1852, ayant émigré très jeune aux États-Unis où il est devenu « le » spécialiste de l'optique, il est de deux ans l'aîné de Poincaré. En 1885, à trente-trois ans, il fait une dépression nerveuse ; l'année suivante, un incendie ravage son laboratoire à la Case School of Applied Science de Cleveland, où il enseigne l'optique. Il trouve refuge auprès de son ami Edward Morley, professeur de chimie à l'université Western Reserve [1]. En avril 1887, celui-ci écrit à son père : « Michelson et moi avons entrepris une nouvelle expérience : nous voulons voir si la lumière se déplace à la même vitesse dans toutes les directions. [2] » Trois mois plus tard, Michelson envoie un message découragé à Lord Rayleigh, son mentor en Angleterre : « Avons complété notre expérience. Résultat décidément négatif [3]. » Les deux amis annoncent le résultat de leur expérience dans l'*American Journal of Science* en décembre 1887, puis, pour être sûrs d'être lus également en Europe, dans le *Philosophical Magazine* de Londres, quinze jours plus tard [4].

Le principe de l'expérience de Michelson et Morley est tout simple : il consiste à mesurer avec précision le temps mis par un rayon lumineux pour faire un trajet aller-retour entre une source lumineuse et un miroir réfléchissant placé à la distance L de la source.

A la veille de la grande expérience, Michelson et Morley, comme d'ailleurs tous les physiciens, pensaient que la durée du trajet ne serait pas la même si ce trajet avait lieu dans le sens du mouvement de la

Terre ou, au contraire, verticalement par rapport à ce mouvement. Il est facile de comprendre pourquoi.

Imaginons que le rayon lumineux en question soit un petit projectile se déplaçant à la vitesse c.

Première opération : l'interféromètre est placé *parallèlement* au mouvement de la Terre, supposée se déplacer dans l'espace à la vitesse v. Pendant que le projectile avance vers le miroir à la vitesse c, celui-ci, entraîné par le mouvement supposé de la Terre, s'éloigne de lui à la vitesse v. C'est l'histoire d'Achille poursuivant la tortue ! C'est donc la distance $L + vt$ – et non simplement la distance L – que notre projectile doit franchir pour atteindre le miroir. Au retour, effet contraire : la source se rapproche progressivement du projectile au fur et à mesure que celui-ci avance vers elle ; la distance à parcourir n'est plus L mais $L - vt$. Si on calcule le temps mis par le projectile pour effectuer chacun de ces deux trajets à la vitesse c, on trouve $L/(c - v)$ pour l'aller et $L/(c + v)$ pour le retour, pour un temps total de $L/(c - v) + L/(c + v)$ pour l'aller-retour, c'est-à-dire égal à $(2L/c)/(1 - v^2/c^2)$.

Seconde opération : l'interféromètre est placé perpendiculairement au mouvement supposé de la Terre. Le trajet aller et le trajet retour, dans ce cas, sont tous les deux allongés d'une même distance qui se calcule facilement grâce au théorème de Pythagore ; ce qui donne pour l'aller-retour $2L/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$: la longueur du trajet aller-retour n'est plus, comme précédemment, égale à $(2L/c)/(1 - v^2/c^2)$, mais à cette distance multipliée par le facteur $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$. (Ce facteur fait intervenir un terme qui dépend du carré de l'aberration. Nous l'avons mis en évidence car il va jouer un rôle fondamental dans la suite de notre histoire.)

L'interféromètre de Michelson était suffisamment sensible pour détecter la différence effective de la longueur des deux trajets calculée ci-dessus, aussi petite cette différence puisse-t-elle paraître. Jugez donc de la stupeur – et de la déception – des deux savants découvrant que leur appareil, pourtant si bien construit, si méticuleusement mis au point, refusait de mettre en évidence la moindre différence !

Coïncidences

Interprétant quelques mois plus tard l'expérience de Michelson et Morley, le physicien irlandais George Francis Fitzgerald (1851-1901) constate qu'il est possible de rendre compte de son résultat négatif, en supposant que tout corps en mouvement à la vitesse v subit un raccourcissement dans le sens de son déplacement proportionnel au facteur $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$.

Fitzgerald explicite cette hypothèse simple, mais hardie, dans une lettre qu'il adresse en 1889 à la revue américaine *Science*, laquelle la publie aussitôt [5]. *Science* ayant, suite à des difficultés financières, provisoirement interrompu ses publications peu de temps après, Fitzgerald croit que sa lettre n'a pu être publiée à temps et l'oublie. Trois ans plus tard, le physicien hollandais Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) – qui ignore tout de la suggestion de Fitzgerald – formule la même explication. Apprenant deux ans plus tard que Fitzgerald a fait la découverte avant lui, il déclare aussitôt publiquement que la priorité en revient à Fitzgerald, auquel il rend hommage. Mais les choses se compliquent quand Fitzgerald, qui continue de croire à la faillite de *Science*, insiste pour céder la priorité à Lorentz... qui la refuse.

Tous ces problèmes de préséance importent peu au vu de ce qui se passe, presque au même moment, à l'université de Göttingen. Le physicien Woldemar Voigt (1850-1919), contemporain de Poincaré (et par conséquent de Michelson), s'intéresse à un autre problème concernant la lumière : celui de l'effet découvert par Fizeau et rendu célèbre par Doppler, selon lequel la fréquence d'une onde augmente (ou diminue) lorsque la source dont elle émane est en mouvement par rapport à l'observateur. Il se propose de donner de ce phénomène une théorie plus précise que celle existante, et, pour mettre en œuvre ce programme, écrit l'équation d'onde [6] pour une source et un observateur immobiles l'un par rapport à l'autre, puis la réécrit pour un observateur immobile et une source en mouvement par rapport à lui à la vitesse v.

Une surprise (désagréable) l'attend : l'équation n'est pas la même dans les deux cas.

« Une équation est une équation », se dit Voigt. Si elle doit changer de forme chaque fois que l'on passe d'un système de référence à un autre, alors ce qu'elle décrit ne saurait correspondre à aucune réalité physique et ne serait que pure fiction – une illusion dépendant du point de vue duquel on se place pour observer la nature – en un mot, un mirage. Avec une facilité déconcertante, Voigt découvre que l'équation d'onde conserve *la même forme* si on y remplace les variables x et t, qui spécifient l'espace et le temps, par les variables $x' = k(x - vt)$ et $t' = k(t - vx/V^2)$ respectivement, nouvelles variables dans lesquelles v désigne la vitesse de déplacement de la source, V la vitesse de propagation de l'onde, et où le facteur k est égal à $1/\sqrt{(1 - v^2/V^2)}$. Lorsque le phénomène étudié est celui de la lumière (plutôt que celui du son, par exemple), c'est-à-dire lorsque $V = c$, le facteur k devient celui de la « contraction » de Fitzgerald – dont, bien entendu, Voigt ignore tout !

Fort bien, mais le *changement de variables* qu'il vient d'inventer paraît à Voigt ne constituer qu'un artifice de calcul dont le seul mérite est de préserver l'intégrité de l'équation d'onde et d'éviter ainsi qu'elle ne décrive que des mirages. Il ne voit vraiment pas comment pareille procédure, à caractère purement mathématique, pourrait présenter un intérêt quelconque *du point de vue de la physique.*

Ses interrogations ne l'empêchent cependant pas d'utiliser sa petite invention pour établir une nouvelle théorie de l'effet Doppler... qui fonctionne à merveille. Il décrit le changement de variables et son application à l'effet Doppler dans « *Über das Doppler'sche Princip* », article qui paraît en 1887 dans le journal de l'université de Göttingen, le *Göttinguer Nachrichten* [7]. Le texte passe totalement inaperçu... Et pourtant, la découverte de Voigt constitue ce qu'on appellera quelques années plus tard la clé de voûte de la relativité, la *transformation... de Lorentz* [8].

L'électron entre en jeu

Quatre ans plus tard, en 1892, Lorentz, que nous avons fugacement rencontré, introduit sa *théorie des électrons.*

Né à Arnhem, petite ville de la Gueldre sur le Rhin, Lorentz avait hérité de son père une étonnante faculté de mémoire, caractéristique qu'il partageait avec Henri Poincaré, son contemporain. Doué d'un regard vif et pénétrant, toujours souriant, il parle couramment plusieurs langues : le néerlandais, bien sûr, mais aussi le français, l'anglais et l'allemand.

Dans son premier grand mémoire, publié en français en 1892, *La Théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants* [9], il présente la première ébauche de ce qui deviendra, au fil des ans, la théorie des électrons.

Dans la préface de son traité, nous l'avons vu, Maxwell avait constaté l'impérieuse nécessité de lier les fertiles découvertes des mathématiciens aux idées d'origine expérimentale exprimées par Faraday [10]. Il avait cité explicitement les travaux de Laplace, Poisson, Gauss, Weber et Riemann, travaux fondés sur la théorie de l'action à distance dépendant soit du mouvement relatif de corpuscules, soit de la propagation d'un potentiel ou d'une force d'un corpuscule à l'autre, et s'était insurgé contre cette façon de voir, lui préférant les conceptions de Faraday fondées sur l'idée de champs de force. Il reconnaissait cependant que l'idée de corpuscules électrisés avait, elle aussi, ses mérites.

C'est aussi l'opinion de Lorentz. Fervent admirateur de Maxwell, il se donne pour mission principale de réconcilier son point de vue avec celui de Gauss, Weber et Riemann. Prenant résolument la théorie de Maxwell pour point de départ, il y introduit une nouveauté : il affirme que le champ électromagnétique décrit par les équations de Maxwell est engendré dans l'espace par des corpuscules électriquement chargés, se ralliant de cette façon à Gauss, Riemann et Weber. Il baptise ces corpuscules les « électrons ». Le nom leur est resté, mais soyons clair à cet égard : l'idée de l'existence de corpuscules électrisés dans la nature n'est pas nouvelle et la démarche de Lorentz s'inscrit même parfaitement dans le cadre proposé par Maxwell en ces termes : « D'un point de vue philosophique, il est de première importance que les deux méthodes soient comparées l'une à l'autre étant donné qu'elles ont, l'une comme l'autre, réussi à expliquer les principaux phénomènes électromagnétiques, en particulier celui de la propagation de la lumière et le calcul de sa vitesse, alors même que les conceptions de ce qui se passe réellement s'opposent l'une à l'autre si radicalement. »

Si la démarche de Lorentz n'est ni nouvelle, ni incompatible avec le point de vue de Maxwell, ce qui est nouveau, c'est sa façon particulière de tenter la fusion théorique de deux points de vue si radicalement opposés en apparence.

Nous apprendrons à mieux connaître la théorie des électrons. Observons pour l'instant le premier usage que Lorentz a tenté d'en tirer : expliquer le succès de la formule de Fresnel.

Cette première tentative l'amène au bord de la crise de nerfs. Le 18 août 1892, il écrit à Lord Rayleigh : « L'hypothèse de Fresnel [d'un éther immobile] prise conjointement avec sa formule $1 - 1/n^2$ pour le coefficient d'entraînement partiel de l'éther rend compte admirablement bien de tous les phénomènes optiques observés – si ce n'était pour le résultat de l'expérience de Michelson [...] qui semble contredire les vues de Fresnel. Je me sens tout à fait incapable d'expliquer cette contradiction et pourtant j'estime que si nous devions abandonner la théorie de Fresnel nous n'aurions aucune théorie adéquate pour la remplacer, les [deux] conditions que M. Stokes s'est vu obligé d'imposer au mouvement de l'éther dans sa théorie étant incompatibles l'une avec l'autre[11]. » (*cf.* p. 19)

Il ajoute – et c'est là que se manifeste son esprit créatif : « Je n'ai trouvé qu'une seule façon de réconcilier ces résultats négatifs avec la théorie de Fresnel. Elle consiste à supposer que la droite qui joint deux points d'un corps solide, lorsqu'elle est parallèle à la direction du mouvement de la Terre, ne conserve pas la même longueur si on la fait pivoter de 90°. »

Nous le voyons, Lorentz marche, sans le savoir, sur les pas de Fitzgerald et de Voigt... D'autant plus que, pour réaliser son idée, il invente une technique qui rappelle étrangement celle utilisée par Voigt quatre ans plus tôt et que celui-ci avait rangée dans un tiroir, la jugeant trop... mathématique. Cette technique, qui constitue l'ossature de toutes les tentatives pour expliquer l'électron, l'espace et le temps pendant cette période de l'histoire de la physique, sera, notamment, le point de départ des travaux de Poincaré et d'Einstein sur la relativité. Il importe donc de l'étudier en détail.

Lorentz met au point une méthode étrange pour décrire l'électron

Nous avons vu comment Voigt avait découvert le changement de variables sous lequel l'équation d'onde conserve la même forme. Lorentz s'attaque au même problème.

A cette époque, chacun avait ses petites préférences concernant le choix des symboles représentant les choses. Nous adopterons ici une notation unique pour rapporter *tous les travaux* portant sur la relativité dont nous aurons à prendre connaissance.

Pour commencer, introduisons deux coordonnées, l'une pour représenter l'espace – nous l'appellerons x – l'autre pour représenter le temps – nous l'appellerons t.

Pourquoi donc *une seule* coordonnée d'espace, alors que l'espace possède *trois* dimensions ? Tout simplement parce que seule nous intéressera désormais la *direction* du mouvement supposé de la Terre à travers l'éther. C'est dans cette seule direction que les choses qui nous occupent vont se passer. Elle sera pour nous l'*axe des x*. Nous laisserons donc de côté dans nos équations les deux autres dimensions de l'espace – que les mathématiciens appellent généralement y et z.

Lorentz considère un électron isolé quelque part dans l'éther. Pour décrire son mouvement, il introduit, *de facto*, trois systèmes de coordonnées. Il imagine un premier système, que j'appellerai système de coordonnées *absolues* x, t, supposé être fixe dans l'éther (lui-même supposé être « immobile » dans l'espace). Puis un deuxième système, que j'appellerai système de coordonnées *relatives* x_r, t_r, supposé être entraîné par la Terre dans son mouvement à travers l'éther. Un troisième système enfin, que j'appellerai système de coordonnées *fictives* x', t', supposé être attaché à l'électron, que celui-ci soit *immobile* dans l'éther ou *en mouvement* à travers lui. En un mot, l'électron *traîne* partout avec lui les coordonnées fictives, comme un escargot traîne sa coquille.

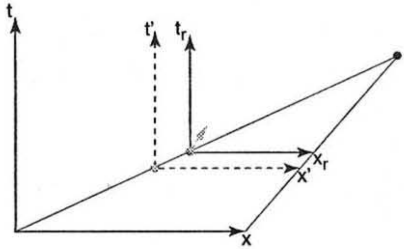
Lorentz se propose d'utiliser ses coordonnées fictives pour faire des calculs – dans un système où l'électron est donc parfaitement immobile – puis de retourner aux coordonnées absolues pour obtenir le résultat physique final désiré.

Tout le problème consiste à découvrir comment passer d'un système à l'autre de façon à toujours s'y retrouver. Pour tout compliquer, Lorentz accomplit ce trajet *à l'envers* :

1. Il définit d'abord comment passer des coordonnées *absolues* aux coordonnées *relatives* en posant $x_r = x - vt$, $t_r = t$ (exprimant la relativité du mouvement selon Galilée [12]) ;

2. Il passe ensuite des coordonnées *relatives* aux coordonnées *fictives* en posant $x' = kx_r$, $t' = t - k^2 v x_r / c^2$ avec $k = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$.

Les deux premières équations nous disent que lors du passage des coordonnées absolues aux coordonnées relatives... rien d'extraordinaire ne se produit (raison pour laquelle on se demande pourquoi Lorentz a tenu à conserver cette étape dans son raisonnement). Les deux équations suivantes – celles qui permettent de passer des coordonnées relatives aux coordonnées fictives – sont en revanche extraordinairement intéressantes. Elles nous apprennent qu'à ce passage la coordonnée d'espace subit une *dilatation* dans la direction du



Pour décrire l'électron en mouvement, Lorentz utilise trois systèmes de coordonnées absolu *[x, t]*, relatif *[x_r, t_r] et* fictif *[x', t']. Les « changements de variables » qui permettent de passer d'un système à l'autre constituent la contribution historique de Lorentz à la théorie de la relativité.*

mouvement de translation et que la coordonnée de temps subit, elle aussi, un changement. Lorentz appellera bientôt le temps mesuré dans le système fictif le « temps local ».

Encore bien imparfaites, ces équations n'en marquent pas moins le point de départ de ce qui va devenir la théorie de la relativité. Nous n'irons, pour l'instant, pas plus loin dans notre analyse de ce qu'elles impliquent. Intéressons-nous plutôt aux deux conséquences, pour le moins inattendues, qu'elles entraînent.

La première est agréable : l'hypothèse de la dilatation des longueurs exprimée par l'équation $x' = kx$ donne un résultat satisfaisant quand on l'applique au problème de l'aberration. Pour v/c très petit, les équations permettent de retrouver la formule de Fresnel de l'entraînement partiel !

La seconde l'est beaucoup moins : imaginons un rayon lumineux se propageant à la vitesse c dans la direction x. Quelle est sa vitesse dans le système fictif ? Passant des coordonnées absolues aux coordonnées fictives – de x et t à x' et t' – Lorentz obtient [13] $x' = ct'/k$: la vitesse de la lumière n'est égale à c dans le système fictif que si on prend $k = 1$, c'est-à-dire si on néglige les termes de l'ordre du carré de l'aberration, v^2/c^2. Ce résultat pose problème.

Dans un article qu'il publie peu après [14], Lorentz, cherchant néanmoins à justifier cette méthode de calcul, se lance dans l'explication suivante : « Qu'est-ce qui détermine la taille et la forme d'un corps solide? Évidemment, les forces intermoléculaires. Toute cause qui modifierait ces forces influencerait donc également la taille, la forme et la dimension [des corps solides]. » Il formule alors son « hypothèse des forces moléculaires ». Elle revient à supposer que les forces qui déterminent la forme des corps solides agissent, elles aussi, par l'intermédiaire de l'éther et sont, par conséquent, affectées par le mouvement à travers l'éther – de la façon décrite par l'hypothèse de la « contraction » des longueurs.

Lorentz invente l'*electrische Kraft*

Peu satisfait des résultats obtenus, Lorentz publie l'année suivante une version améliorée de sa théorie. Le mémoire dans lequel il l'expose, généralement connu sous le premier mot de son titre, le *Versuch* [15], comporte deux contributions historiques.

Imaginons que l'Univers contienne un unique électron plongé dans le champ électromagnétique régi par les équations de Maxwell. En raison de sa charge, l'électron subit l'action du champ, laquelle se manifeste sous la forme d'une force que Lorentz baptise *electrische Kraft*. Elle est connue aujourd'hui sous le nom de « force de Lorentz ». Le Hollandais ne se contente pas de donner un nom à sa force, il lui consacre une formule. Pour apprécier le rôle qu'elle va désormais jouer dans la physique, familiarisons-nous avec quelques termes fondamentaux de la théorie des électrons.

Pour Lorentz comme pour Maxwell, le *champ* électromagnétique est défini à chaque point de l'espace si l'on se donne à ce point l'intensité et la direction de la *force électrique*, **E**, et du *champ magnétique*, **B**. L'*electrische Kraft* de Lorentz comporte deux composantes. La première est **E**; la seconde, plus subtile, ne se manifeste que lorsque l'électron est *en mouvement*. Soit **v** sa vitesse. Si **v** est perpendiculaire à **B**, cette seconde composante est nulle; si **v** est parallèle à **B**, elle possède sa valeur maximale, égale à vB. Si **v** et **B** font entre eux l'angle φ, son intensité est égale à vBsinφ. La formule complète s'écrit aujourd'hui sous la forme symbolique **F** = **E** + **v**x**B**, où le signe de « multiplication » x résume l'ensemble de ce que nous venons d'expliquer.

La théorie des électrons, qui, au départ, ne comprenait que les quatre équations de la théorie de Maxwell, s'est donc enrichie d'une cinquième équation, qui précise l'intensité et la direction de la force de Lorentz. Cette force, nous l'avons dit, comporte une composante qui n'est ressentie par l'électron que lorsque celui-ci est en mouvement. Mais en mouvement par rapport à quoi? C'est là que le bât blesse.

Je suis sur la Terre, j'observe un électron. Il est immobile par rapport à moi – l'est-il également par rapport à l'éther? Il l'est... si la Terre est immobile par rapport à l'éther. Il ne l'est pas... si la Terre est en mouvement par rapport à l'éther. A première vue, cela n'a pas l'air bien compliqué.

Dans la section § 89 de son ouvrage, Lorentz explique : « Comme Maxwell l'a fait remarquer le premier, le temps mis par un rayon lumineux pour aller du point A au point B et revenir au point A doit varier lorsque les deux points subissent ensemble un déplacement sans entraîner l'éther avec eux. La différence est du deuxième ordre [c'est-à-dire proportionnelle à v^2/c^2] mais elle est suffisamment grande pour pouvoir être détectée par un instrument sensible. »

Il décrit alors l'expérience de Michelson et Morley, souligne l'importance de son résultat négatif, se demandant : « Ce résultat nous permet-il de dire que l'éther prend part au mouvement de la Terre et que, par conséquent, la théorie de l'aberration de Stokes est la bonne? » A quoi il répond : « Les difficultés que cette théorie rencontre dans son explication de l'aberration me paraissent trop grandes pour opter pour elle. Je préfère pour ma part tenter de dissiper la contradiction entre la théorie de Fresnel et le résultat de Michelson. »

Pour accomplir cet objectif, il reprend la méthode du « changement de variables » qu'il avait mise au point trois ans plus tôt, en la modifiant quelque peu : il passe cette fois-ci des coordonnées *absolues* aux coordonnées *relatives* en posant $x_r = x - vt$, $t_r = t - vx/c^2$, puis des coordonnées relatives aux coordonnées fictives en posant $x' = kx_r$, $t' = t_r$. Et il baptise le temps fictif « temps local ».

Laissons là ces considérations : nous les retrouverons sous une forme plus affinée, encore une fois chez Lorentz en 1904 puis chez Einstein en 1905.

Notes

1. Michelson jouait, paraît-il, fort bien du violon, Morley du piano. Leur intérêt pour les ondes sonores n'aurait pas été sans incidence sur leur décision d'étudier les ondes lumineuses; *cf. Physics Today*, mai 1987, p. 28.
2. Morley E. W., « Lettre à S. B. Morley », 17 avril 1887, in *Science in Nineteenth Century America*, New York, Hill and Wang, 1964, p. 312.
3. Michelson A. A., « Lettre à Lord Rayleigh », 17 août 1887, *American Journal of Physics*, vol. 32, 1964, p. 32. *Cf. Physics Today*, *op. cit.*, p. 56.
4. Michelson A. A. et Morley E. W., *American Journal of Science*, vol. 34, 1887, p. 333; *Philosophical Magazine*, vol. 24, 1887, p. 449.
5. Fitzgerald G. F., *Science*, vol. XIII, 1889, p. 390. L'histoire de l'idée de la contraction des longueurs passe par plusieurs épisodes. Conçue en 1889 par Fitzgerald, celui-ci la promène d'un séminaire à l'autre pendant plusieurs années. Oliver Lodge en parle explicitement comme venant de Fitzgerald dans le mémoire intitulé *Aberration Problems*, qu'il publie en 1893 (*Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 184, 1893, p. 749). Joseph Larmor en fait autant dans son ouvrage *Aether and Matter* en 1900.
6. L'équation d'onde s'écrit, sous forme abrégée, $c^2\nabla^2 a = \partial^2 a/\partial t^2$ (*cf.* note 8 p. 22). Définissons, avec Voigt, un nouveau ∇^2 que nous appellerons ∇'^2. Cela fait, remplaçons ∇^2 et t, dans l'équation d'onde, par ∇'^2 et t'. Un petit calcul pas trop compliqué montre qu'après ce *changement de variables*, l'équation d'onde devient $c^2\nabla'^2 a = \partial^2 a/\partial t'^2$. L'équation transformée a donc exactement la même forme que celle possédée au départ, avant transformation. C'est le résultat recherché par Voigt, qui justifie la forme particulière des équations de son changement de variables. Notons que, dans ses deux systèmes, Voigt a intuitivement utilisé la même valeur c pour la vitesse de la lumière. Nous verrons l'importance énorme de ce détail.
7. Voigt W., *Göttinger Nachrichten*, 1887, p. 41.
8. Lors d'une conférence à l'université Columbia à New York en 1906, Lorentz fera

ce commentaire : « Dans son article [de 1887] dont l'existence m'a malheureusement échappé toutes ces années, Voigt a appliqué [à l'équation de la propagation des ondes électromagnétiques] une transformation équivalente à celle donnée dans mes formules. L'idée de cette transformation doit par conséquent lui être attribuée, la preuve que cette transformation n'altère pas l'équation étant également donnée dans son article. » Lorentz H. A., *The Theory of Electrons*, 1906, réimpression J. Gabay, 1992, p. 198. Lorentz était un gentilhomme (selon le *Larousse*, « gentilhomme » : « homme qui fait preuve de délicatesse dans sa conduite »). Il semble que le mémoire de Voigt ait également échappé à l'attention de Poincaré. Peut-être aurait-il, s'il l'avait lu, baptisé le changement de variables *transformation de Voigt* et non *transformation de Lorentz*, comme il le fit en 1905. La petite histoire de la physique en eût été changée, dans le sens d'une plus grande véracité, objectif toujours désirable. Notons que le changement de variables inventé par Voigt ne concerne que les variables *d'espace et de temps* qui interviennent dans l'équation d'onde. Elles ne font intervenir aucune considération touchant à l'électrodynamique.
9. Lorentz H. A., « La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants », *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, vol. XXV, 1892, p. 363-551.
10. Maxwell, *Treatise...*, *op. cit.*, p. x.
11. Lorentz H. A., « Lettre à Lord Rayleigh », 18 août 1892, citée par R. S. Shankland, *Isis*, vol. 59, 1967, p. 86.
12. Le principe de relativité de Descartes et de Galilée concerne uniquement le mouvement d'un corps par rapport à un autre. Il correspond à l'énoncé de Galilée selon lequel le mouvement partagé par plusieurs corps *e como nullo* – est sans effet sur eux – et à celui inscrit par Descartes en marge du manuscrit de ses *Principes de la philosophie* : « Qu'on dise d'un corps qu'il est en mouvement, de l'autre qu'il est en repos, cela n'est que relatif et dépend de notre manière de concevoir. » C'est l'une des premières fois que le mot « relatif » apparaît dans un écrit philosophique fondamental. Ce principe est proprement appelé par Poincaré « principe du mouvement relatif ».
13. En combinant les équations données dans le texte, on obtient, pour le retour des coordonnées fictives aux coordonnées absolues, $x = kx' + vt'$, $t = t' + kvx'/c^2$, ce qui donne $x' = ct'/k$.
14. Lorentz H. A., « The Relative Motion of the Earth and the Ether », *Verslaagen Koninklijke Akademie van wetaschappen te Amsterdam*, vol. I, 1892, p. 74.
15. Lorentz H. A., *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpen*, Leiden, Brill, 1895.

Umwälzung !

Poincaré relit Lorentz

En 1899, Poincaré enseigne la théorie de Lorentz à la Sorbonne. Vers la fin de son cours, il fait part à ses étudiants de ses réflexions concernant l'hypothèse supplémentaire utilisée par Lorentz, selon laquelle tous les corps subiraient dans le sens du mouvement de la Terre un raccourcissement de leur longueur :

« Cette étrange propriété semblerait un véritable *coup de pouce* donné par la nature pour éviter que le mouvement absolu de la Terre puisse être révélé par les phénomènes optiques. Cela ne saurait me satisfaire et je crois devoir dire ici mon sentiment : je regarde comme très probable que les phénomènes optiques ne dépendent que des mouvements relatifs des corps matériels en présence, sources lumineuses ou appareils optiques et *cela non pas aux quantités près de l'ordre du carré ou du cube de l'aberration, mais rigoureusement.*[1] »

Il ajoute cette prédiction :

« A mesure que les expériences deviendront plus exactes, ce principe sera vérifié avec plus de précision [...] Faudra-t-il un nouveau *coup de pouce*, une hypothèse nouvelle, à chaque approximation? [...] Évidemment non : une théorie bien faite devrait permettre de démontrer le principe d'un seul coup dans toute sa rigueur. La théorie de Lorentz ne le fait pas encore. De toutes celles qui ont été proposées, c'est elle qui est le plus près de le faire. On peut donc espérer de la rendre parfaitement satisfaisante sous ce rapport sans la modifier trop profondément. » *Une théorie bien faite...*

Peut-être songeait-il déjà qu'il était destiné à devenir celui qui, cinq ans plus tard, parviendrait à accomplir ce miracle?

Un vent nouveau souffle sur la physique

Le 14 avril 1900, le président de la République française, Emile Loubet, inaugure l'Exposition universelle internationale de Paris. Le 6 août, Poincaré y ouvre le Congrès des Mathématiciens qui, pendant six jours, va réunir, sous sa houlette, l'élite mondiale des sciences mathématiques. Il alterne les séances avec celles du Congrès de Physique, dont il est le Secrétaire général. Il a profité de la circonstance pour persuader ses collègues, mathématiciens et physiciens, de contribuer, chacun, par un mémoire original, à un recueil qui sera offert à Lorentz.

Le 11 décembre 1900, les *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles* publient ledit recueil. Sous le titre *Travaux offerts par les Auteurs à H. A. Lorentz à l'occasion du vingt-cinquième anniversaire de son doctorat* », il couvre quelque six cents pages !

Deux articles dominent le lot. L'un est du physicien Wilhelm Wien, alors âgé de trente-six ans seulement, l'autre de Poincaré. Wien, qui recevra le prix Nobel de physique onze ans plus tard, préconise l'abandon du point de vue mécanique de la physique au profit d'un nouveau point de vue, *électrodynamique*.

Le point de vue mécanique est pour l'essentiel celui de Descartes (repris par Newton), selon lequel tout corps possède une masse : si ce corps est en mouvement, il transporte avec lui une certaine quantité de mouvement proportionnelle à la masse. La masse, dans cette conception, est une donnée fondamentale, un véritable principe : elle représente « la somme des parties qui constituent le corps » et demeure par conséquent identique à elle-même, que le corps soit immobile ou en mouvement.

Wien propose d'adopter une vision de l'Univers basée sur une nouvelle hypothèse concernant la nature et l'origine de la masse. Dans cette vision – ce *Weltbild* – les deux principes fondamentaux sont l'électron et l'éther. Les lois gouvernant l'Univers ne sauraient dès lors plus être de simples lois mécaniques et devraient exhiber un caractère proprement électrodynamique. Il s'agit de préciser ces nouvelles lois, puis d'en déduire les lois de la mécanique.

La proposition enflamme les esprits. Elle incite à une véritable révolution dans l'histoire de la pensée scientifique en Occident. Les étudiants des universités allemandes n'ont plus qu'un mot à la bouche : *Umwälzung* – chamboulement des valeurs acquises !

Bref retour en arrière...

En 1842, le physicien irlandais sir George Gabriel Stokes – auteur de la théorie rivale de celle de Fresnel – étudie théoriquement le mouvement d'une sphère de masse m qui traverse un fluide incompressible à une vitesse constante v. Il montre que tout se passe comme si la masse de cette sphère était augmentée d'une petite quantité m' – qu'il appelle la masse *induite* ou masse *hydrodynamique* –, dont la valeur dépend à la fois du rayon de la sphère et de la densité du fluide traversé.

En 1881, sir Joseph John Thomson (1856-1940) applique la technique de Stokes à l'étude d'une sphère chargée électriquement qui traverse un milieu possédant une capacité inductive K. Il trouve qu'aux faibles vitesses tout se passe, là aussi, comme si la masse de la sphère avait augmenté d'une quantité μ. Reprenant la question huit ans plus tard, Oliver Heaviside montre que la formule pour μ se complique si on tient compte d'effets dépendant du rapport v/c de la vitesse de la sphère à celle de la lumière.

Sir Joseph revient alors sur son premier calcul. Connaît-il à cet instant la contraction de Fitzgerald et la transformation de Voigt ? En tout cas, il en redécouvre l'essentiel ! Il confirme son analyse quatre ans plus tard dans ses *Notes on Recent Researches on Electricity and Magnetism*. G. Searle en 1896 et sir Arthur Schuster en 1897 confirment ses vues.

Ce qu'il y a ici de *surréaliste* – au sens propre du terme, c'est-à-dire, littéralement, « au-delà de la réalité » –, c'est que tout le monde avait toujours cru jusque-là que la masse d'un corps était une caractéristique immuable de ce dernier, sa *raison d'être* en quelque sorte. Or voici que

Stokes, Thomson et Heaviside nous disent – preuve à l'appui ! – que cette masse peut varier et qu'elle pourrait ne pas être d'origine purement mécanique !

A la lecture du texte de Wien, Lorentz, l'un des premiers, se rallie au nouveau point de vue. Il publie coup sur coup plusieurs articles qui abondent dans ce sens, tout en émettant une réserve : le droit de trouver qu'au moins une partie de la masse puisse être d'origine mécanique.

Poincaré critique Lorentz...

Le mémoire contribué par Poincaré au *Festschrift* de Lorentz est l'un des plus originaux qu'il ait jamais écrits. Il ouvre sur une remarque de nature philosophique : « On trouvera sans doute étrange que dans un monument élevé à la gloire de Lorentz, je revienne sur des considérations que j'ai présentées autrefois comme une objection à sa théorie. Mais, ajoute-t-il aussitôt, *les bonnes théories sont souples* [les italiques sont de lui]. Elles ont raison de toutes les objections ; celles qui ne sont que spécieuses ne mordent pas sur elles, et elles triomphent même des objections sérieuses, mais elles triomphent en se transformant. » Il en conclut : « Les objections les servent donc, loin de leur nuire, puisqu'elles leur permettent de développer toute la vertu latente qui était en elles. Eh bien, la théorie de Lorentz est de celles-là. »

Le mémoire tourne tout entier autour d'une question que Poincaré formule en ces termes: « Dans la théorie de Lorentz, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction n'est plus vrai. Du moins, ajoute-t-il, quand on veut l'appliquer à la matière seule. »

Pour résoudre l'énigme, Poincaré propose la solution suivante : « Nous pouvons regarder l'énergie électromagnétique comme un fluide fictif qui se déplace dans l'espace conformément aux lois de Poynting. » Sa proposition renvoie au célèbre théorème élaboré par John Poynting, un ancien élève de Maxwell, selon lequel le champ électromagnétique peut être représenté à chaque point de l'espace au moyen de trois vecteurs mutuellement perpendiculaires, représentant respectivement le champ électrique E, le champ magnétique B, et la direction et le taux d'écoulement S de l'énergie électromagnétique en ce point. Le théorème précise les relations qui relient entre elles les trois grandeurs ainsi définies.

Poincaré imagine une perturbation électromagnétique se propageant « de gauche à droite » à partir d'un point O de l'espace. Il explique : « La perturbation se produisant en O et cessant après quelques instants, il ne restera plus que des ondes se propageant vers la droite et s'éloignant de plus en plus du centre d'ébranlement O. Il s'ensuit de là que l'énergie totale transportée par ces ondes mesure l'impulsion qui a produit la perturbation. »

Mathématicien expert, pour lui tout est facile : « Évaluons la quantité d'énergie qui traverse une surface donnée. D'après le Théorème de Poynting, cette énergie est représentée par le produit de la surface en question par le vecteur radiant dont les composantes sont représentées par [2]... »

Le résultat du calcul est le suivant. Soit m la « masse » du fluide fictif contenu dans l'unité de volume. Se déplaçant à la vitesse de la lumière c, cette masse transporte avec elle une Quantité de mouvement égale à mc. Par ailleurs, selon le Théorème de Poynting, si S représente le taux d'écoulement de l'énergie, la Quantité de mouvement contenue dans l'unité de volume est égale à S/c^2. On a donc $S/c^2=mc$. Par ailleurs, l'énergie E contenue dans l'unité de volume est reliée au taux d'écoulement par la relation $S = Ec$. L'équation $S/c^2=mc$ devient donc $E = mc^2$.

Dès 1900, Poincaré est donc en possession de la célèbre relation d'équivalence énergie-masse. Certes la « masse » définie dans son raisonnement est « fictive ». Mais Poincaré « redécouvrira » la relation d'équivalence cinq ans plus dans le cadre de sa Mécanique nouvelle relativiste.

... évoque le temps local de Lorentz...

Long de vingt-cinq pages, le mémoire contient dans sa dernière partie une étonnante incursion dans le domaine de ce qui va bientôt devenir, aux mains de Poincaré, la théorie de la relativité. Je citerai ici un segment de cette incursion qui aura une incidence directe sur les travaux ultérieurs d'Albert Einstein portant sur la même question.

Poincaré s'intéresse au concept du « temps local » utilisé par Lorentz dans sa théorie : « Je suppose, écrit Poincaré, que des observateurs placés en différents points, règlent leurs montres à l'aide de signaux lumineux; qu'ils cherchent à corriger ces signaux du temps de la transmission, mais qu'ignorant le mouvement de translation [de la Terre] dont ils sont animés et croyant par conséquent que les signaux se transmettent également vite dans les deux sens, ils se bornent à croiser les observations en envoyant un signal de A en B, puis un autre de B en A. Le temps local t' est le temps marqué par les montres ainsi réglées. Si alors V est la vitesse de la lumière, et v la translation de la Terre que je suppose parallèle à l'axe des x positifs, on aura $t' = t - vx/V^2$ [où t désigne le temps "vrai"] »

Comment Lorentz va-t-il réagir à la lecture de ce mémoire?

... et met Lorentz au pied du mur

Le 20 janvier 1901, il écrit à Poincaré pour le remercier de sa contribution au *Festschrift* : « Comme votre jugement a, à mes yeux une très grande importance, [...] j'ai suivi vos raisonnements avec toute l'attention qu'ils demandent et je sens toute la force de vos remarques.[3] » Puis, en huit pages, il s'efforce... de réfuter le schéma théorique que Poincaré lui propose pour sauver la théorie des électrons : « Je dois vous avouer qu'il m'est impossible de modifier la théorie de telle façon que la difficulté disparaisse. [...] Je crois plutôt [...] que la violation du principe de réaction est nécessaire dans toutes les théories qui peuvent expliquer l'expérience de Fizeau. »

Il explique : « Ayant toujours en vue les phénomènes de l'aberration, j'ai toujours admis que l'éther est absolument immobile – je veux dire que ses éléments de volume ne se déplacent pas, bien qu'ils puissent être le siège de certains mouvements internes [...] Si un corps ne se déplace jamais, il n'y a aucune raison pour laquelle on parlerait de forces exercées sur ce corps, C'est ainsi que j'ai été amené à ne plus parler de forces agissant sur l'éther. »

Il va jusqu'à affirmer : « Je dis que l'éther agit sur les électrons, mais je ne dis pas qu'il éprouve de leur côté une réaction. » Ce qui l'amène à cette conclusion : « Je nie donc le principe de la réaction dans ces actions élémentaires. »

Ce n'est pas tout! Lorentz s'engage – d'un cœur apparemment léger – dans une étonnante aventure. Le voici en effet obligé d'ajouter : « Dans cet ordre d'idées, je ne puis pas non plus parler d'une force exercée par une partie de l'éther sur l'autre. [...] Les pressions de Maxwell n'ont plus d'existence réelle et ne sont que des fictions mathématiques qui servent à calculer d'une manière simple la force qui agit sur un corps pondérable. [...] Évidemment, je n'ai plus à me soucier de ce que les pressions qui agissent à la surface d'une portion d'une partie de l'éther ne seraient pas en équilibre. » Cette dernière conséquence simplifie effectivement tout!

Jamais chamboulement plus total des idées admises n'aura été exprimé en si peu de mots et avec autant de désinvolture – et de force! – dans une lettre adressée par un scientifique de haut rang à l'un de ses pairs!

A la fin de sa lettre, Lorentz s'excuse du peu de réalisme de ses nouvelles conceptions : « [Sans doute] n'aurais-je pas été conduit à cette théorie si les phénomènes de l'aberration ne m'y eussent forcé. » Le problème soulevé par le résultat négatif des expériences de Michelson le tarabuste tout autant. Pour modifier sa théorie de façon à ce qu'elle rende compte d'une façon ou d'une autre de ces résultats, Lorentz s'y reprendra à quatre fois – la quatrième sera la bonne.

Notes

1. Poincaré H., *La Lumière et les Théories électrodynamiques*, 2e éd., Gauthier-Villars, 1901, réimpression J. Gabay, 1990, § 416. Les italiques sont de Poincaré.
2. Poincaré H., *Leçons professées à la Sorbonne*, 1899, reproduites *in Optique et Electricité*, J. Gabay, 1890, §351, p. 452.
3. Lettre de Lorentz à Poincaré, 20 janvier 1901, reproduite dans A. I. Miller, *Frontiers of Physics*, Birkhaüser, 1986, p. 6.

Poincaré pressent une nouvelle « loi générale de la nature »

L'instant de l'invention

Lors d'une célèbre conférence prononcée à l'Institut Général Psychologique en 1908, Poincaré a décrit comment les idées de base de ses grandes découvertes lui sont venues à l'esprit, « avec un caractère de brièveté, de soudaineté et de certitude immédiate », à un instant où il s'y attendait le moins. Il donne plusieurs exemples, dont celui-ci :

« Je partis pour le Mont-Valérien, où je devais faire mon service militaire. [...] Un jour, en traversant le boulevard, la solution de la difficulté qui m'avait arrêté m'apparut tout à coup. Je ne cherchai pas à l'approfondir immédiatement, et ce fut seulement après mon service que je repris la question. J'avais tous les éléments, je n'avais qu'à les rassembler et à les ordonner. Je rédigeai donc mon mémoire définitif d'un seul trait et sans aucune peine [1]. »

En 1901, il assiste en Sorbonne à la soutenance de thèse de Victor Crémieu, élève du physicien Gabriel Lippmann, futur prix Nobel de physique (1908). Une remarque faite par ce dernier lors de la soutenance met soudain son esprit en effervescence : « Supposons deux corps électrisés. Bien qu'ils nous semblent au repos, ils sont l'un et l'autre entraînés par le mouvement de la Terre. Or une charge électrique en mouvement, Rowland nous l'a appris [2], équivaut à un courant ; ces deux corps chargés équivaudront donc à deux courants parallèles et de même sens et ces deux courants devront s'attirer [3]. En mesurant cette attraction, nous mesurerons la vitesse de la Terre, non pas sa vitesse par rapport au Soleil ou aux Etoiles fixes, mais sa vitesse absolue. »

Cela ne se produit pas dans la réalité. Il en tire cette conclusion – qui lui vient à l'esprit « avec un caractère de brièveté, de soudaineté et de certitude immédiate » : « Il semble que l'impossibilité de mettre en évidence expérimentalement le mouvement absolu de la Terre soit une loi générale de la nature. »

Revenons un instant en arrière et examinons comment le concept de « mouvement absolu » est apparu dans la pensée des physiciens.

Newton formule son Système du Monde

Confiné dans ses chambres de l'East Great Court de Trinity College à l'université de Cambridge, Isaac Newton est plongé dans une profonde réflexion : quels concepts fondamentaux faut-il adopter, se demande-t-il, pour servir de fondement au Système du Monde que – interrompant provisoirement ses travaux d'alchimie et ses recherches sur le langage des prophètes de la Bible [4], - il a entrepris d'élaborer? Ses illustres prédécesseurs continentaux – Galileo Galilei, René Descartes et Christiaan Huygens – ont soutenu en leur temps une opinion que Descartes, dans ses *Principes de la philosophie* (dont Newton a lu l'édition latine originale), a succinctement exprimée en ces termes : « [Le mouvement] n'est que le transport d'un corps, du voisinage de ceux qui le touchent immédiatement & que nous considérons comme au repos, dans le voisinage de quelques autres [5] », – une opinion que Huygens a confirmée en affirmant à son tour : « Mouvement des corps, vitesses égales et inégales... ces expressions doivent être entendues relativement à d'autres corps considérés comme au repos [6]. »

Affirmations inadmissibles aux yeux de Newton : si le mouvement - si tout mouvement - n'est que *relatif*, alors le mouvement n'est qu'une illusion. Or, comment concevoir – comment imaginer un instant – que Dieu, Cause suprême de tout, ait pu vouloir que l'une de Ses créations ne soit qu'une illusion?

Rejetant donc l'opinion des trois Continentaux, Newton fait sienne celle professée par ses protecteurs initiatiques à Cambridge, le philosophe et théologien néo-platonicien Henry More et le chapelain du roi, devenu Maître de Trinity College, Isaac Barrow, son prédécesseur à la chaire lucasienne de mathématiques. Newton reconnaît certes la réalité du mouvement relatif, « qui est le transfert d'un lieu relatif à un lieu relatif », et admet même « qu'il est très difficile de connaître les vrais mouvements de tous les corps et de les distinguer actuellement de leurs mouvements apparents ». Mais si la tâche est « difficile », elle n'est pas fondamentalement irréalisable, assure-t-il. Il affirme tout au contraire : « On fera voir plus amplement par la suite comment trouver les mouvements vrais à partir de leurs causes, de leurs effets et de leurs différences apparentes[7]... » Adoptant le point de vue de ses mentors, il élabore un Système du Monde dans lequel les corps célestes se déplacent dans un Espace absolu, « qui est sans relation avec quoi que ce soit d'extérieur », au rythme immuable d'un Temps « vrai et mathématique », c'est-à-dire absolu, lui aussi. Pareil Système permet le mouvement « absolu », « qui est le transfert d'un corps d'un lieu absolu à un lieu absolu ».

Le succès prodigieux remporté par le Système du Monde ainsi structuré a entraîné l'acceptation non contestée de ses fondements – jusqu'au jour où...

Notons, avant de nous engager plus avant, que la raison retenue par Newton pour justifier son rejet du principe du mouvement relatif est de nature essentiellement *théologique*.

Revenons à Poincaré au moment où il formule sa « loi générale de la nature ». Notons ce que cette « loi générale » a de remarquable ... et d'insolite : Poincaré nous propose d'admettre que la nature « conspire » contre nous pour nous empêcher de mesurer, *par quelque moyen que ce soit*, une vitesse « absolue ». Notons également qu'ainsi énoncée, la loi est « générale » et non « restreinte » à la considération de certains types de moyens privilégiés. J'y reviendrai[8].

Notes

1. Poincaré H., *Bulletin de l'Institut Général Psychologique*, 8e année, n° 3, 1908, pp. 175-187.
2. Poincaré fait ici référence aux expériences réalisées à Berlin en 1876 par le jeune physicien américain Henry Augustus Rowland (1848-1901), qui avait démontré qu'une charge en mouvement équivaut à un courant. Il a réitéré cette remarque – qui fait mon bonheur – à plusieurs reprises, manifestant ainsi l'importance qu'il attachait à la découverte.
3. Deux courants continus placé parallèlement l'un à l'autre s'attirent s'ils vont dans la même direction; ils se repoussent s'ils vont en directions opposées (expériences d'Ampère).
4. Voir, par exemple, J.-P. Auffray, *Newton ou le Triomphe de l'alchimie*, Le Pommier, 2000.
5. Descartes R., *Principia philosophiae*, Livre 2, §30.
6. Huygens C., *Œuvres complètes*, vol. XVII, p. 124.
7. Newton I., *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 3e éd. Londres 1726.
8. L'un des plus éminents parmi les physiciens modernes à avoir reconnu la contribution historique de Poincaré concernant cette « loi générale » a été le physicien américain Richard Feynman, prix de Nobel de physique 1965. Dans ses célèbres *Lectures on Physics*, il explique : « Poincaré reconnut au bout du compte *qu'une conspiration totale constitue en soi une loi de la nature*. Il proposa alors d'admettre la réalité de cette loi. »

Rencontrons Albert Einstein

Einstein entre au Bureau fédéral de la propriété intellectuelle

En 1902, Albert Einstein a vingt-trois ans. Il est jeune, sans le sou, et très amer. Evoquant les quatre années que, pour satisfaire aux exigence de son père, il venait de passer au Polytechnikum de Zurich – école destinée à former des ingénieurs –, il décrivit l'amitié qui l'avait lié au meilleur élève de la petite Section VI-A au sein de laquelle il avait fait ses études, le jeune hongrois Marcel Grossmann (1878-1936) : « Je me rappelle nos années estudiantines. Lui, l'étudiant irréprochable, et moi, désordonné et rêveur. Lui [...] comprenant tout, moi, un paria, mécontent et mal aimé... » Sortis tous les deux du Polytehcnikum en 1900, Grossmann avait aussitôt trouvé un emploi; Einstein, non : « Puis ce fut la fin de nos études, se souvient-il. Tout le monde m'a soudain abandonné, désorienté, au seuil de la vie... » Heureusement, l'ami Marcel était resté à ses côtés et, grâce à son père et à lui, il avait obtenu un travail au Bureau de la propriété intellectuelle de Berne. Il était temps! « Ce fut une sorte de salut qui m'évita sinon la mort, du moins une souffrance intellectuelle [1]. »

Le 3 février 1902, Einstein arrive donc à Berne. La ville lui paraît magnifique : « Il y a partout de vieilles arcades de chaque côté des rues, si bien que, lorsqu'il tombe des cordes, on peut aller d'un bout de la ville à l'autre sans être trempé des pieds à la tête! [2] » Il loue une grande chambre meublée pour vingt-trois modestes francs par mois au premier étage du 3 de la Gerechtigkeitsgasse, et dès son installation, fait paraître une petite annonce dans un journal local : *Leçons particulières en mathématiques et physique pour étudiants et élèves don-*

nées avec grande attention par Albert Einstein, diplômé de l'Institut polytechnique fédéral[3].

Un jeune homme se présente le lendemain à l'adresse indiquée. C'est un jeune juif roumain, étudiant à l'université de Berne, épris de philosophie... comme Einstein. Il porte moustaches, col cassé, costume trois pièces... comme Einstein. Il a l'esprit vif et curieux... comme Einstein. Il s'appelle Maurice (Moritz) Solovine. Les deux hommes sympathisent et deviennent amis ; ils le resteront toute leur vie.

Le 23 juin, Einstein entre officiellement au Bureau fédéral de la propriété intellectuelle – certains disent, plus simplement, le Bureau de brevets –, créé à Berne en 1888, avec le titre d'expert technique de troisième classe. Commence une première carrière professionnelle qui s'étendra sur près de sept ans et le marquera profondément.

En quoi ce premier métier consiste-t-il précisément ? Six jours par semaine, le nouvel examinateur se rend à pied au bureau qu'il occupe dans la lourde bâtisse de cinq étages située à l'angle de la Genfergasse et de la Speichergasse. Là, perché sur un tabouret huit heures par jour en compagnie de douze autres examinateurs, il étudie, sous l'œil bienveillant mais sévère du directeur, le Dr Friedrich Haller, les projets pour lesquels les inventeurs demandent un brevet. « Les inventeurs les plus intelligents et les plus ingénieux, nous dit Denis Brian, biographe d'Einstein, écrivaient parfois dans la langue la plus absconse et déroutante qui fût. Les examinateurs en étaient ravis. C'était comme un jeu dont ils cherchaient à percer le code secret. Cela plaisait à Einstein qui mettait le doigt sur les aspects essentiels d'une invention prometteuse, déchiffrait le charabia et le convertissait en une prose lumineuse[4]. » Philippe Frank, autre biographe émérite d'Einstein, renchérit : « Par-dessus tout, il lui fallait dégager des descriptions les idées fondamentales des inventions. Le plus souvent ce n'était pas facile et cela lui fournissait une occasion d'étudier à fond bien des idées neuves et intéressantes[5]. »

Il est devenu conventionnel d'ironiser sur le fait que, simple examinateur au Bureau de brevets de Berne, Einstein ait dû patienter près de sept ans avant d'être enfin reconnu comme l'un des plus grands physiciens de tous les temps. En réalité, il n'a jamais été plus heureux, professionnellement et dans sa vie privée, que pendant ces années bernoises où il exerçait un métier qui lui convenait parfaitement, car il possède précisément les dons nécessaires pour l'exercer avec talent. Il l'a dit d'ailleurs lui-même : « Ce fut pour moi une véritable bénédiction que de travailler à la rédaction définitive des brevets [6] », ce qu'il appelait *bricoler*.

Einstein fonde l'Akademie Olympia

Heureux dans son nouvel emploi, Einstein fonde bientôt avec ses nouveaux amis, Maurice Solovine et Konrad Habicht, rencontré lors d'un séjour à Schaffhouse, une petite colonie d'« exilés dans la grande ville » qui prend le nom d'Akademie Olympia – par dérision envers les académiciens guindés. Einstein reçoit le titre « officiel » d'*Albert Ritter von Steissbein, Präsident* et Solovine celui de *Moritz von Insolvini, Sekretär*. L'ingénieur électricien Lucien Chavan deviendra bientôt le quatrième – et dernier – membre du groupe.

Les Olympiens se retrouvent chez les uns et les autres – souvent au café. Les réunions sont, le plus souvent, bruyantes – ce qui offusque parfois les voisins. On y mange de la saucisse, du fromage et des fruits, qu'on arrose de café, qu'Habicht – qui s'y connaît – est prié de préparer. Le dimanche, on se promène, on fait des randonnées en montagne. Pendant les « réunions », on lit à voix haute des ouvrages, le plus souvent choisis par l'étudiant en philosophie Solovine... Paul Habicht, jeune frère de l'olympien Konrad, se joint parfois aux réunions, mais seulement à titre d'invité.

Peu après Noël, Einstein se marie. Les jeunes époux emménagent dans un nouvel appartement, au deuxième étage du 49 de la Kramgasse, la plus belle rue de Berne, chère à Goethe. Chaque semaine, leur tour venu, ils y reçoivent les Olympiens pour les séances de lecture et de rires qui les tiennent éveillés jusqu'au cœur de la nuit.

L'Akademie Olympia a joué dans la vie d'Einstein un rôle fondamental – comparable à celui du Bateau-Lavoir dans celle de Picasso, à peu près à la même époque. C'est en effet en son sein que naissent les principales préoccupations qui ont dominé sa vie.

Pour le comprendre, revenons quelques années en arrière.

1894. Albert Einstein (il a quinze ans) quitte le Württemberg pour rejoindre ses parents installés depuis peu en Italie. Son père l'interroge : « Que désires-tu faire dans la vie? » Einstein lui répond sans hésiter : « Enseigner la philosophie. » Son père s'insurge. La famille se concerte. « Hermann Einstein l'emporta, nous dit Denis Brian, biographe d'Einstein. Il convainquit son fils de supporter l'insupportable et de suivre des cours d'ingénieur-électricien[7] ». La suite fait partie de la légende : Einstein entre à l'Institut polytechnique de Zurich qui lui offre, par chance, une autre possibilité : devenir professeur de mathématiques et de physique. Il y rencontre sa future épouse, sèche les cours de mathématiques, étudie la physique, apprend le français, obtient son diplôme, ne trouve pas d'emploi, se révolte contre l'« engeance » des professeurs d'université qui refusent de le prendre comme assistant...

Avec le Bureau des brevets, l'Akademie Olympia devient sa consolation, son refuge. Entouré de ses amis et de son épouse Mileva, il y lit les philosophes : Hume, Kant, Spinoza, Mach, Poincaré...

Poincaré? Revenons un instant en arrière.

Fondateur de la Société astronomique de France, l'astronome Camille Flammarion avait publié aux Editions Flammarion une série d'ouvrages de vulgarisation scientifique, dont son *Astronomie populaire* qui avait fait les délices des lecteurs en 1879. Membre du Conseil de l'Observatoire de Paris depuis le 8 novembre 1900 et élu président de la Société astronomique de France en 1901, Poincaré était tout disposé à suivre l'exemple de son illustre aîné. L'occasion se présenta bientôt à lui.

En 1902, Gustave Le Bon n'était plus tout jeune : né à Nogent-le-Rotrou en 1841, il allait avoir soixante ans. Personnage extravagant, il avait fait des études de médecine avant de s'adonner à la recherche scientifique et de créer la « psychologie sociale » (dont, parait-il, Adolf Hitler se serait inspiré pour découvrir comment subjuguer les foules). Ernest Flammarion le persuada d'entrer à son service en qualité d'éditeur en chef d'une nouvelle collection, *La Bibliothèque de Philosophie scientifique*, dont sa maison d'éditions publierait les ouvrages. Pour son coup d'essai, Le Bon proposa à Poincaré de réunir en un volume plusieurs articles concernant la philosophie scientifique qu'il avait publiés au fil des ans dans des revues philosophiques – *La Revue de Métaphysique et de morale* [8] de Paris, *The Monist* de Chicago ou *The Philosophical Magazine* de Londres. Poincaré accepta.

Un certain mot apparaît fréquemment sous sa plume dans ces articles. Il l'a utilisé (pour la première fois semble-t-il) dans celui intitulé *On the Foundations of Geometry* paru dans *The Monist* en octobre 1898 : « Considérons un système matériel quelconque [...]. L'état des corps et leurs distances mutuelles à un instant quelconque [...] ne dépendront nullement de la position absolue initiale du système et de son orientation absolue initiale. C'est ce que j'appellerai, pour abréger le langage, *la loi de relativité* [les italiques sont de Poincaré] [9] . »

R-e-l-a-t-i-v-i-t-é... le mot était lâché.

Einstein lit Poincaré

A Berne, l'Akademie Olympia se réveille un jour en fanfare : un livre exceptionnel vient d'arriver de France. Intitulé *La Science et l'Hypothèse*, il est l'œuvre d'un auteur français dont les Olympiens ne savent rien – ou peu de choses : Henri Poincaré. Ce qu'il raconte dans cet ouvrage fascine les Olympiens qui, au chapitre VI, lisent ceci :

« 1° Il n'y a pas d'espace absolu [...];

2° Il n'y a pas de temps absolu [...];

3° Nous n'avons pas [l'intuition directe] de la simultanéité de deux événements qui se produisent sur des théâtres différents [...];

4° Enfin notre géométrie euclidienne n'est elle-même qu'une sorte de convention de langage [...]. » D'où il tire la conclusion suivante :

« Ainsi l'espace absolu, le temps absolu, la géométrie même ne sont pas des conditions qui s'imposent à la mécanique [...]. On pourrait chercher à énoncer les lois fondamentales de la mécanique dans un langage qui serait indépendant de toutes ces conventions [10]. »

Même si *La Science et l'Hypothèse* les impressionne profondément et les tient en haleine pendant de longues semaines[11], les olympiens ne parviennent pas à tout comprendre des explications données par Poincaré : ils sont peu familiers avec certaines des techniques mathématiques sous-tendant les raisonnements. Ils ignorent en particulier tout – ou presque tout – de la *théorie des groupes*, très nouvelle à cette époque et encore peu répandue dans les milieux universitaires.

Besso rejoint Einstein à Berne

Poincaré a toujours travaillé seul. Sa vitesse fulgurante n'aurait d'ailleurs pas permis à un éventuel collaborateur de le suivre dans ses entreprises. Einstein, par contraste, éprouvait le besoin constant d'avoir à ses côtés un assistant, un collaborateur, ou simplement un ami apte à l'aider à mener à bien ses travaux. « Au fil des ans, nous dit son éminent biographe Abraham Pais, il a eu un nombre étonnamment élevé de collaborateurs : plus de trente [12]. »

En 1904, plusieurs événements significatifs se produisent dans la vie d'Einstein. Lorsqu'il était étudiant à l'Institut polytechnique de Zurich, il avait fait la connaissance d'un jeune ingénieur féru comme lui de physique... et de musique. Aîné d'une famille d'origine juive espagnole établie à Trieste, Michele Besso venait de recevoir son diplôme d'ingénieur en électromécanique au Polytechnikum avec des notes époustouflantes : des six sur six en mathématiques et en physique, plusieurs cinq et demi, aucune note au-dessous de la moyenne. Les deux jeunes gens s'étaient liés d'amitié pour la vie.

En janvier, Michele Besso – en poste à Trieste depuis trois longues années – arrive à Berne fou de joie : Einstein a persuadé le directeur du Bureau des brevets de l'engager pour y travailler comme expert à ses côtés. Caractérisé par une soif de savoir inextinguible et une grande naïveté, il va rapidement redevenir pour Einstein l'indispensable compagnon, le témoin silencieux et consentant de toutes ses entreprises, de toutes ses audaces.

L'arrivée de Besso à Berne tombe à pic. Car, en février, l'Akademie Olympia se disperse ! Konrad Habitch, l'un de ses pères fondateurs, déménage pour la petite ville de Schiers dans le canton des Grisons, où il doit enseigner les mathématiques et la physique dans une école privée. Le 2 mars, Maurice Solovine, *Sekretär* de l'Akademie, quitte Berne à son tour – pour Strasbourg où il espère pouvoir poursuivre ses études de philosophie.

Le 14 mai, nouveau grand événement dans la vie d'Einstein : la naissance de son fils, le petit Hans Albert. Le 20 septembre enfin, autre bonne nouvelle : son chef, le Dr Haller, lui apprend qu'il est confirmé à titre permanent à son poste d'expert technique au Bureau des brevets – avec augmentation de salaire.

Et ce n'est pas tout ! Einstein s'entend cette année-là avec les éditeurs des *Annalen der Physik* – la plus prestigieuse revue scientifique en Allemagne, et peut-être du monde, à cette époque – pour leur fournir régulièrement des comptes rendus d'articles parus dans d'autres journaux ou revues scientifiques.

Aucun des biographes d'Einstein ne mentionne ce fait, et pourtant c'est l'un des événements marquants de sa vie professionnelle : les éditeurs des *Annalen* le chargent de rédiger des revues portant sur les articles concernant la thermodynamique, sujet de prédilection de leur éditeur en chef, Max Planck... ce qui n'est pas une petite marque d'estime et de confiance [13] !

Pour rédiger ses revues, Einstein ne ménagera pas ses efforts : rien qu'en 1905 il en composera vingt et une, que les *Annalen* publieront, par groupes de cinq ou six, dans leur supplément, les *Beiblätter zu den Annalen der Physik*. Les articles qu'il choisit proviennent de plus de dix journaux scientifiques différents, publiés en Allemagne, en Grande-Bretagne, en Italie ou en France – notamment les *Comptes rendus* des séances de l'Académie des sciences de Paris.

A Berne, Michele Besso fait chaque jour le trajet du retour à la maison, parfois celui de l'aller au bureau avec Einstein; ils se retrouvent le soir et les jours de congé, parlant de tout... et de rien. Besso s'intéresse à tout – droit civil, physiologie, littérature anglaise, mécanique céleste, physique... – et lit énormément [14]. « De mois en mois, d'année en année, les connaissances se sont accumulées chez lui à un rythme prodigieux [15] », dit de lui son biographe Pierre Speziali. Mais Besso est un « touche-à-tout », un brouillon, un indécis, qui éparpille volontiers son talent. Einstein l'a comparé à un papillon : « Je persiste à croire que tu aurais pu faire éclore des idées de valeur dans le domaine scientifique si tu avais été assez monomane. Un papillon n'est pas une taupe, mais aucun papillon ne doit le regretter [16]. »

Notes

1. Lettre adressée par Einstein le 26 septembre 1936 à la veuve de Marcel Grossmann, après le décès de son mari à Zurich, le 7 septembre 1936; citée *in* Brian, *Einstein, op. cit.*, p. 340.
2. Lettre d'Einstein à Mileva Maric, *Lettres d'amour et de science*, n° 49, Le Seuil, 1993.
3. *The Collected papers*, vol. I, document 135, Princeton University Press, 1987-1998.
4. Brian D., *Einstein, a Life*, New York, John Wiley & Sons, 1996, traduction française, *Einstein, le génie, l'homme*, Robert Laffont, 1993, p. 75.
5. Frank P., *Einstein, sa vie, son temps*, Flammarion, coll. « Champs », 1991, p. 59.
6. Cité par Françoise Balibar, in *Einstein, la joie de la pensée*, Gallimard, coll. « Découvertes », 1993, p. 24.
7. Brian, D., *op.cit.*, p. 22.
8. La *Revue de Métaphysique et de morale* avait été fondée en 1893 par deux jeunes philosophes idéalistes entreprenants, Xavier Léon et Elie Halévy, alors âgés de

vingt-trois et vingt-cinq ans, respectivement. Ils persuadèrent Poincaré de contribuer un article au tout premier numéro de leur revue. Poincaré leur est demeuré fidèle jusqu'à sa mort.

9. Reproduit *in* H. Poincaré, *La Science et l'Hypothèse*, 1902, réédition Flammarion, coll. « Champs », 1970, p. 98.

10. Poincaré H., *La Science et l'Hypothèse*, Flammarion, 1902, réimpression coll. « Champs », 1968, p. 111-112.

11. Einstein, A., *Lettres à Maurice Solovine*, Paris, Gauthier-Villars, 1956, p. VIII. Commentaire à ce propos d'Abraham Pais, biographe d'Einstein : « J'insiste sur le fait qu'Einstein et ses amis ont fait beaucoup plus que parcourir superficiellement *La Science et l'Hypothèse*. Solovine nous a laissé une liste détaillée des livres que les olympiens ont lus ensemble. Parmi ces livres il en cite un – et un seulement – en particulier : *La Science et l'Hypothèse*. » Pais A., *Subtle is the Lord...*, Oxford, Oxford University Press, 1982, p. 133.

12. Pais A., *'Subtle is the Lord...'*, *op. cit.*, p. 483.

13. La chose est d'autant plus notoire que les biographes d'Einstein suggèrent qu'il lisait peu et se tenait peu au courant de ce qui se publiait autour de lui dans ses domaines d'intérêt.

14. Après sa mort en 1954 – trois semaines avant celle d'Einstein – on a retrouvé parmi ses papiers des centaines de bulletins de prêt, portant le titre de livres empruntés dans les bibliothèques.

15. Speziali P., *op. cit.*, *introduction*, p. XXV. Pour se rendre compte des compétences de Michele Besso, le surdoué, l'éclectique, à cette époque, il suffit de passer en revue son palmarès universitaire. A l'âge de... dix-sept ans (en 1890), il obtient à l'université de Rome un trente sur trente en algèbre et un vingt-huit sur trente en géométrie analytique. Un an plus tard, il suit les cours de Fröbenius, Hurwitz, Fiedler et Geiser au Polytechnikum de Zurich, obtenant de Hurwitz deux six sur six aux examens de sortie quatre ans plus tard – sans parler de deux six sur six en physique, de la part de Weber. Le palmarès d'Einstein lui-même n'égale pas celui de Besso.

16. *Ibid.*, lettre d'Albert Einstein à Michele Besso, n° 153. Besso a-t-il cherché à devenir un nouveau Pic de La Mirandole ? « A-t-il poursuivi le rêve, qui était une réalité pour les humanistes de la Renaissance, de dominer tout le savoir de son temps ? » Il n'est pas interdit de le penser. Voir Speziali., *Albert Einstein, correspondance avec Michele Besso, op. cit.*, p. XXV.

III. Relativité, la grande aventure commence

Pourquoi chacun affirme-t-il que la forme d'une montre est ronde,
ce qui est manifestement faux, puisqu'on lui voit de profil
une figure rectangulaire étroite, elliptique de trois-quarts,
et pourquoi diable n'a-t-on noté sa forme
qu'au moment où l'on regarde l'heure ?
Peut-être sous le prétexte de l'utile.

Alfred JARRY
Éléments de pataphysique, 1898.

Kaufmann et Abraham balisent la piste

La jeune garde de Göttingen

Au dernier chapitre de *La Science et l'Hypothèse*, intitulé « La fin de la matière », Poincaré s'intéresse à la question suivante : un électron en mouvement constitue un courant électrique. Or, une fois établi, tout courant tend à se maintenir, exactement comme tout corps en mouvement tend à conserver sa vitesse. Un électron en mouvement résiste donc à toute cause qui chercherait à modifier sa vitesse, en raison de son inertie proprement dite, d'abord; ensuite parce que toute altération de sa vitesse occasionnerait en même temps une altération du courant correspondant. L'électron aurait donc deux inerties – deux masses : l'une d'origine purement mécanique (qu'il posséderait même sans posséder de charge), l'autre d'origine électrodynamique due à sa charge. C'est l'idée qui avait incité Wien à déclencher l'*Umwälzung*. Poincaré note : « [À Göttingen] MM. Abraham et Kaufmann, l'un calculateur, l'autre expérimentateur, ont uni leurs efforts pour déterminer la part de l'une et de l'autre [1]. »

Le résultat principal – la masse apparente [2] de l'électron augmente avec la vitesse –, présenté par Walter Kaufmann au soixante-quatorzième *Naturforscherversammlung* tenu à Karlsbad en septembre 1902 fait l'effet d'une bombe [3]. Max Abraham, qui lui succède dans l'ordre des présentations [4], offre une explication théorique du phénomène. Ses résultats, tout aussi spectaculaires, indiquent que la masse mécanique de l'électron... est nulle! Il déclare : « Il est désormais nécessaire de fonder la dynamique de l'électron sur des considérations électromagnétiques [5]. »

Les calculs établis par Abraham ont servi de base à la découverte de la relativité. Mieux vaut donc étudier en détail ce qui va nous guider dans la compréhension des étapes de cette découverte…

Le champ considéré comme un « fluide fictif »

Un électron isolé quelque part dans le vide engendre un champ qui se répand à travers tout l'espace. En retour, ce champ exerce sur lui une force, l'*electrische Kraft* de Lorentz. L'électron ressent une force mais le champ n'en ressent aucune.

Telle que formulée par Lorentz, la théorie viole donc le principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Pour mettre de l'ordre dans tout cela, Abraham décide de prendre Poincaré au mot et de considérer le champ comme constituant un *fluide fictif*, c'est-à-dire un système susceptible de contenir de l'énergie et du mouvement et *d'être étudié par les méthodes de la mécanique analytique de Lagrange*. S'il choisit ces méthodes, c'est parce que la mécanique de Lagrange est la plus efficace de toutes celles inventées à ce jour pour traiter ce genre de problème. Voyons ce qu'elle a de particulier.

Si vous me dites que l'électron possède une masse m et qu'il subit l'action d'une force F, vous me parlez de mécanique « façon Newton » : la force F lui communique l'accélération donnée par la formule $F = ma$. Si vous me dites que l'électron transporte une quantité de mouvement, vous me parlez de mécanique « façon Descartes ». Si vous me dites que l'électron possède une *énergie potentielle* U et une *énergie cinétique* T, vous me parlez de mécanique « façon Lagrange »; aux faibles vitesses, l'énergie cinétique est égale à $(1/2)mv^2$ et la mécanique de Lagrange se réduit presque à celles de Newton et de Descartes. Pas tout à fait cependant.

Selon la mécanique de Lagrange, dans un système mécanique dont l'énergie cinétique est T, et l'énergie potentielle U, la somme

T + U représente l'énergie totale du système, ce qui n'est pas une découverte. Considérons maintenant la *différence* T – U : représente-t-elle quelque chose ?

Lagrange, pour qui la réponse est indubitablement oui, nous montre comment construire une mécanique dans laquelle cette différence joue *le rôle principal*. Les physiciens spécialistes de ces questions appellent la somme T + U l'*Hamiltonien*[6] du système considéré et la différence T – U le *Lagrangien* du système considéré.

Abraham entreprend donc la construction d'un Lagrangien pour son fluide fictif[7]. Pour commencer, il lui faut trouver la valeur de l'énergie potentielle U et celle de l'énergie cinétique T contenues dans le champ.

S'inspirant des conceptions de Maxwell sur le fonctionnement d'un champ, il prend U proportionnel au carré de la force électrique E et T proportionnel au carré de la force magnétique B, ce qui lui donne un Lagrangien proportionnel à $E^2 - B^2$. La construction de ce Lagrangien constitue la grande contribution d'Abraham à la physique.

Si l'électron ressent le champ qu'il produit à l'endroit particulier où il se trouve à un moment donné, le champ, lui, s'étend à tout l'espace. Reprenant la suggestion de Poincaré, Abraham, dans une deuxième étape, prend donc pour son Lagrangien l'intégrale de $E^2 - B^2$ évaluée sur tout l'espace : le Lagrangien qu'il est en train de calculer est celui du champ tout entier créé par l'électron ! Découverte étonnante (et ce n'est que la première !) : l'électron est à la fois un corpuscule... et un champ. Dans une troisième étape, Abraham se propose d'utiliser le Lagrangien pour calculer la quantité de mouvement contenue dans le champ. Pour effectuer ce calcul, il faut préciser un modèle de l'électron.

Le modèle adopté par Abraham ne pouvait pas pleinement réussir : il était trop simple[8]. Mais il lui a permis d'ouvrir la voie, ce qui est déjà beaucoup !

L'électron selon Abraham

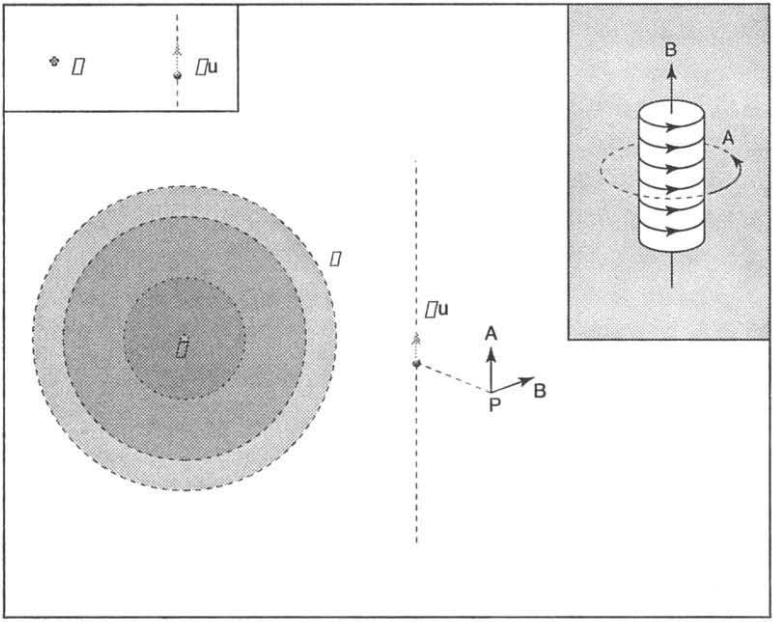
L'électron engendre un champ caractérisé par ses deux composantes : le champ électrique **E** et le champ magnétique **B** (appelons cette construction le système **E**, **B**). Intéressons-nous maintenant à une représentation alternative de ce champ.

Selon cette conception, on dira que l'électron engendre un *potentiel sphérique* φ et que le courant qu'il constitue lorsqu'il est en mouvement produit un *potentiel vecteur* **A** (appelons cette construction le système φ, **A** [9]). Inventée par Denis Poisson, la représentation du champ au moyen des potentiels a de nombreux avantages, dont l'un est que le potentiel sphérique satisfait à une équation très simple, dite « équation de Poisson ». Dans la notation que nous avons introduite pour l'équation d'onde (*cf.* note 8 p. 22), elle s'écrit $\nabla^2\varphi = -4\pi\rho$ (ρ est la densité de charge de l'électron [10]). Cela dit, seule nous importe ici la direction dans laquelle l'électron se déplace ; nous ne tiendrons, par conséquent, compte de la valeur de **A** que dans cette direction ; notons-la A_x.

Pour étudier l'électron, Lorentz, nous l'avons vu, avait introduit *trois* systèmes de coordonnées. Abraham en introduit seulement *deux* : le système x, t, qu'il suppose fixe dans l'éther, et un système x', t', entraîné par l'électron.

En écrivant les équations qui donnent φ et A_x dans le système entraîné par l'électron, il s'aperçoit que, dans les deux cas, le terme en x est multiplié par le facteur $1 - v^2/c^2$. Il multiplie donc par $k = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ la coordonnée d'espace : l'anomalie disparaît. Jusqu'ici, rien d'étonnant : c'est le « truc » de la contraction des longueurs de Fitzgerald.

Abraham franchit alors un nouveau pas en décidant que la charge de l'électron doit avoir la même valeur dans les deux systèmes. Il faut donc que l'intégrale de ρ' prise sur l'espace tout entier soit égale à l'intégrale de ρ également prise sur l'espace tout entier – ce qui entraîne $\rho' = \rho/k$ et, de même, $\varphi' = \varphi/k$.



Un électron au repos engendre un potentiel sphérique ; en mouvement, il constitue un courant électrique tout en engendrant un potentiel vecteur.
Selon le mouvement de l'électron le potentiel vecteur prendra diverses formes : par exemple, si l'électron tourne le long du fil d'un solénoide, le potentiel vecteur s'enroule, lui aussi, autour du solénoide.
Ensemble, le potentiel sphérique et le potentiel vecteur constituent une entité physique quadridimensionnelle.
C'est en remarquant ce fait, et pour en rendre compte utilement du point de vue mathématique, que Poincaré a inventé l'espace-temps.
NB : les flèches sur ce diagramme représentent le mouvement d'une charge positive et non celui d'un électron.

Cela établi, Abraham résout tranquillement son équation de Poisson pour le système dans lequel l'électron est immobile, ce qui lui donne φ' ; puis il convertit le résultat obtenu pour φ' en résultat pour φ au moyen de la transformation $\varphi = k\varphi'$, et trouve φ proportionnel au logarithme de $(1 + v)/(1 - v)$. Il utilise ce résultat pour obtenir A_x à partir de $A_x = v\varphi$, passe ensuite du système φ, **A** au système **E**, **B** et obtient ainsi les composantes **E** et **B** du champ électromagnétique, ce qui lui donne le Lagrangien $L = E^2 - B^2$ tant désiré ! Il utilise ce dernier par le biais de $p = \partial L / \partial v$ pour obtenir la quantité de mouvement contenue dans le champ.

Ce calcul fait apparaître une dépendance de la quantité de mouvement à la vitesse de l'électron. C'est le résultat escompté – même s'il semble quelque peu compliqué [11] –, celui qui justifie tout le calcul, Kaufmann ayant montré, nous l'avons vu, que la masse de l'électron – donc la quantité de mouvement transportée – augmente avec la vitesse. Il nous reste deux petites étapes à franchir.

Abraham introduit une nouvelle approximation, « pièce maîtresse » que nous retrouverons dans les calculs de tous ses successeurs et dont Poincaré donnera, deux ans plus tard, une définition rigoureuse. Contentons-nous pour l'instant de la version simplifiée [12].

Appelée « approximation du mouvement quasi stationnaire », elle envisage un électron en mouvement, mais insuffisamment sollicité par ce mouvement pour émettre de l'énergie, en un mot, un électron faiblement accéléré.

Abraham obtient deux résultats différents selon qu'il fait le calcul dans la direction du mouvement ou dans la direction perpendiculaire au mouvement. L'électron posséderait-il *deux* masses d'origine électrodynamique ? Abraham appelle l'une la masse *longitudinale* (notons-la $m_=$), l'autre la masse *transversale* ($m_\perp$).

Il trouve qu'aux très faibles vitesses les deux masses sont égales, mais qu'aux plus grandes vitesses, $m_=$ varie en fonction de v comme $1 + 6v^2/5 + \ldots$ et $m_\perp$ comme $1 + 2v^2/5 + \ldots$

Le résultat de tout cela est double : non seulement Abraham a réussi à définir une masse d'origine électromagnétique pour l'électron – même si le résultat final de son calcul laisse à désirer, comme nous le verrons plus en détail –, mais surtout il a introduit plusieurs notions qui vont devenir l'ossature de tous les calculs portant sur l'électrodynamique... jusqu'à l'intervention décisive d'Henri Poincaré en 1904.

Notes

1. Poincaré H., *La Science et l'Hypothèse, op. cit.*, p. 246.
2. La masse observée – celle que Kaufmann mesure dans ses expériences.
3. Kaufmann W., *Physikalische Zeitschrift*, vol. IV, 1902, p. 54.
4. En 1902, à respectivement trente et un et vingt-sept ans, Walter Kaufmann et Max Abraham sont à Göttingen deux des plus brillants, des plus talentueux jeunes savants travaillant à l'Institut de physique – l'Institut de Gauss, Weber et Riemann !
5. Abraham M., *Physikalische Zeitschrift*, vol. IV, 1902, p. 57, et *Annalen der Physik*, vol. X, 1903, p. 105.
6. Du nom du mathématicien irlandais, sir William Rowan Hamilton (1805-1865), qui en a fait grand usage dans ses calculs.
7. L'utilisation du Lagrangien dans les calculs constitue l'une des façons modernes de faire de la physique. Elle permet en particulier de calculer la quantité de mouvement p transportée par le système considéré à partir de l'équation $p = \partial L/\partial v$. Voir par exemple Poincaré H., « De l'explication mécanique des phénomènes physiques », *La Science et l'Hypothèse, op. cit.*, chap. xii, p. 219-224.
8. La mécanique quantique a ajouté un terme, d'origine purement « quantique », à la formule d'Abraham, mais à l'époque personne ne pouvait en soupçonner la nécessité.
9. Sans difficultés autres que d'ordre mathématique, on peut toujours passer du système **E**, **B** au système φ, **A** et *vice versa*.
10. Nous retrouverons l'équation de Poisson un peu plus loin dans notre récit lorsqu'elle donnera à Einstein... des maux de tête.
11. L'expression tarabiscotée obtenue pour la quantité de mouvement aurait pu alerter Abraham : sa théorie n'était probablement pas tout à fait la bonne – en vertu du principe selon lequel la nature est à la fois plus compliquée et... moins compliquée qu'elle n'en a l'air !
12. Elle permet à Abraham de définir une masse pour l'électron à partir de l'équation $m = \mathrm{d}p/\mathrm{d}v$.

Poincaré énonce le principe de relativité...

Electron « réel », électron « fictif »

Dans un article publié en 1899, Lorentz laissait entendre qu'il s'efforçait d'améliorer sa théorie des électrons. En 1904, le résultat de ses efforts paraît aux *Comptes rendus* de l'Académie royale d'Amsterdam. Lorentz s'était jusqu'à présent contenté de traiter les phénomènes optiques, ceux n'impliquant que la lumière. Il veut dorénavant étendre sa théorie au cas où les *charges et les courants électriques* entrent en jeu. Il explique ce qui l'a motivé : « [Compte tenu des objections soulevées par Poincaré], il paraît désirable de montrer, à partir de certaines hypothèses fondamentales et sans négliger les termes d'un ordre de grandeur [de l'aberration] ou de l'autre, que de nombreux phénomènes électromagnétiques sont indépendants de l'état de mouvement du système [1]. »

Il reprend donc sa théorie en l'abordant sous un jour nouveau. Il se dit : ma théorie du *changement de variables* donne de l'électron deux portraits différents – l'un est « réel », l'autre « fictif ». Mais puisque ces deux portraits correspondent en fait à la même réalité physique, il doit exister entre eux une relation d'*équivalence*.

Arrêtons-nous un instant sur ces termes : on a reproché à Lorentz d'avoir parlé d'électron *réel* et d'électron *fictif* (il dira plus tard *idéal*)... en oubliant qu'il ne traitait pas directement de la réalité elle-même : il construisait une *théorie*, c'est-à-dire un *modèle* de la réalité.

Je prends une photo d'un athlète au repos, puis une seconde photo du même athlète en pleine action. Mises côte à côte, les deux photos me montrent l'athlète sous deux aspects différents : sur la première, son visage est *détendu* ; sur la seconde, il est *déformé* par l'effort. Il s'agit pourtant du même athlète. A chaque point P du visage déformé doit donc correspondre un point P' du visage détendu. Traduisons notre exemple dans le langage de l'électrodynamique.

Soit P un point de l'électron « réel », et x sa coordonnée à l'instant t. Soit P' le point correspondant – pris celui-ci sur l'électron « fictif » – et x' la coordonnée de ce point à l'instant t'. Le problème consiste à établir entre x' et t' d'une part, et x et t d'autre part une relation d'équivalence. Lorentz l'avait déjà fait en 1895, mais cette fois-ci il veut faire entrer en jeu la *charge* de l'électron et le *courant électrique* qu'elle représente lorsque l'électron est en mouvement.

Pour établir sa « relation d'équivalence », il reprend la méthode qu'il avait inventée en 1892 et perfectionnée en 1895 (que nous avons décrite page 62). Il obtient le résultat final : $x' = k(x - vt)$, $t' = k(t - vx/c^2)$, avec $k = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$.

Si les traités de physique nous présentent généralement ces équations comme suffisant à elles seules à résoudre le problème que nous étudions, il n'en est rien. Jusqu'ici, Lorentz nous a seulement montré comment connecter un point de l'électron réel (celui dont les coordonnées sont dites absolues) – l'électron entraîné par le mouvement de la Terre – au point correspondant de l'électron fictif (celui dont les coordonnées sont dites fictives). Il ne nous a pas encore expliqué comment transformer la charge de l'électron ainsi que le champ électromagnétique qu'il engendre dans l'espace.

Lorentz s'attaque à ce problème. Sans autre justification, il pose $\rho' = \rho/k$ et $u'\rho' = ku\rho$, équations dans lesquelles ρ représente la charge de l'électron et u sa vitesse dans la direction du mouvement de translation. Ces choix sont erronés, mais Lorentz ne s'en aperçoit pas; il poursuit son calcul, empile une dizaine d'hypothèses – lui qui, répondant à l'injonction de Poincaré, voulait justement éviter d'accumuler les hypothèses! – et commet des erreurs [que Poincaré détectera et rectifiera quelques mois plus tard (*cf.* p. 114)... ce qui fera toute la différence]. Au bout du compte, il obtient, pour la masse transversale et pour la masse longitudinale de l'électron, des formules différant dans leurs détails de celles proposées par Abraham, mais montrant comme celles-ci que la masse « apparente » augmente avec la vitesse. Une origine électromagnétique possible de la masse de l'électron se précise.

Sorbonne-Plage

Au tournant du siècle, l'historien d'origine ardéchoise Charles Seignobos (1854-1942), professeur à la Sorbonne, avait découvert le petit village breton d'Arcouest, exposé aux vents marins sur la pointe de l'Arcouest en face de l'île de Bréhat, près de Paimpol. Y ayant acquis une belle maison de granit, il aimait y recevoir, la chanson toujours aux lèvres et coiffé de son éternel chapeau déteint, pour des séjours nautiques et des promenades en mer à bord de son voilier l'*Églantine*, les membres d'une petite académie privée présidée par le mathématicien Émile Borel [(1871-1956) son épouse – fille du mathématicien Paul Appell, ami de Poincaré – tenait un journal qu'elle devait publier quelques années plus tard sous le pseudonyme de Camille Marbo]. Les autres membres du groupe étaient des physiciens tous destinés à devenir célèbres : Jean Perrin, Pierre et Marie Curie, Paul Langevin...

Véritable Saint-Tropez avant l'heure, Arcouest était devenu « Sorbonne-Plage ».

Soudé par une position commune sur l'affaire Dreyfus, qui, en ces années tourmentées, divisait la France, ce groupe un peu bohème, fondé sur les notions de camaraderie et d'amitié, avait rapidement pris une coloration politique fortement orientée à gauche, inscrite dans la mouvance des idées de Jean Jaurès puis de Léon Blum, qu'un autre membre du groupe, le bibliothécaire de l'École normale supérieure, Lucien Herr, socialiste convaincu, défendait avec vigueur.

En 1904, comme les Olympiens de Berne, les académiciens de l'Arcouest étaient pauvres : Pierre Curie aspirait – en vain pour l'instant – à obtenir une chaire à la Sorbonne; Paul Langevin rêvait de prendre sa place à l'École de physique et chimie de la Ville de Paris – alors même que désireuse de voir son mari mieux gagner sa vie (il n'était encore que « professeur suppléant » au Collège de France) sa femme le harcelait pour qu'il quitte l'enseignement supérieur et prenne un poste plus rémunérateur dans l'industrie.

En 1897, Langevin, agrégé de sciences physiques, avait effectué un séjour au laboratoire Cavendish à Cambridge. Le directeur du laboratoire, sir Joseph John Thomson, venait tout juste d'annoncer : « Si les rayons cathodiques étaient des corpuscules chargés se déplaçant à haute vitesse, il s'ensuivrait que la taille de ces corpuscules doit être petite comparée à celle des atomes ou molécules ordinaires » – déclaration généralement considérée comme celle de la découverte expérimentale de l'électron. Langevin était devenu un adepte irréductible du nouveau concept. Mais, au Cavendish, il avait également découvert une atmosphère intellectuelle pour le moins étrange : un climat franchement « spiritualiste » y dominait la pensée des principaux acteurs. Le professeur Joseph Larmor, qui enseignait la physique théorique, et le directeur du laboratoire, sir Joseph lui-même, étaient tous les deux des chauds partisans de la thèse que soutenait notamment la Society for Psychical Research, selon laquelle la matière serait de l'« éther structuré ». A son retour en France, Langevin avait soutenu une thèse de doctorat en Sorbonne dans laquelle on voyait poindre une idée qui deviendrait rapidement le centre de ses préoccupations : l'électron est un lien entre la matière et l'éther. Mieux, il conviendrait de chercher à définir la matière en fonction de ce « substratum universel » que constitue l'éther. Avec cette conviction, Langevin s'inscrivait résolument dans la mouvance de l'école de pensée de Cambridge qui cherchait ouvertement à « étheriser » la physique.

Dans ce climat un peu spécial, Langevin publie coup sur coup toute une série d'articles dont il espère qu'ils le feront remarquer des autorités en charge des nominations aux postes enviables... à la Sorbonne par exemple. Paul Appell n'est-il pas recteur de l'Académie de Paris ? Il est vrai qu'Appell est l'ami indéfectible d'Henri Poincaré.

Qui prononce, en ce début de siècle, le nom de Poincaré... prononce celui de son cousin, Raymond, futur président de la République, homme politique fortement engagé lui aussi, mais pas à gauche. Pour mettre tout le monde d'accord, le recteur charge Poincaré et Langevin de représenter la France au congrès international des Savants qui doit se réunir à l'occasion de l'Exposition universelle de Saint Louis du Missouri.

Le jeudi 22 septembre 1904, Paul Langevin lit devant la « Section de mathématiques appliquées » du Congrès une adresse qu'il a intitulée *La Physique des électrons*[2].

Il affiche d'emblée son intime conviction : « La notion d'électron [...] a pris en peu d'années un développement immense qui lui fait briser les cadres de l'ancienne physique et renverser l'ordre établi des notions et des lois. » Puis pose la question qui lui tient à cœur : « Dans quelle mesure les propriétés connues de la matière peuvent-elles se déduire de ces deux notions d'électron et d'éther et que devons-nous admettre en dehors de celles-ci pour édifier une [nouvelle] synthèse ? »

En réponse à cette question, il prend délibérément parti pour la solution proposée par les adeptes de l'*Umwälzung* : il faut renverser l'ordre établi, se défaire de l'habitude séculaire de « penser en matière » pour apprendre à « penser en éther » : « Il est peu raisonnable de chercher à construire le milieu simple et Un qu'est l'éther à partir du milieu compliqué et Divers qu'est la matière. Je crois qu'il faudra nous habituer à penser "en éther" indépendamment de toute représentation matérielle. »

Deux jours plus tard, le samedi 24 septembre 1904 – la date est historique –, Poincaré lui succède sur le rostrum [3]. Sa conférence est intitulée « *L'état actuel et l'avenir de la Physique mathématique* [4] ».

L'astrophysicien Laurent Nottale a donné du contenu de cette conférence un aperçu saisissant : « Ce texte est une merveille, écrit-il. Poincaré y résume de manière fulgurante la nature de ce que sont les lois de la physique, identifie les problèmes essentiels qu'elle rencontre alors, dresse un diagnostic de crise, rappelle les grands principes fondamentaux en identifiant ceux qui doivent subsister à la transformation en cours et ceux qui sont appelés à disparaître ou à évoluer, et propose, enfin, des solutions qui réalisent une incroyable prophétie de ce qu'allait effectivement être la physique du XXe siècle... [5] »

De cette conférence historique, aussi magistrale qu'impossible à résumer, je retiendrai le passage qui concerne au plus près le sujet qui nous occupe ici.

Poincaré s'engage

Poincaré commence son exposé sur une note élevée : « Sommes-nous à la veille d'une seconde crise [de la physique mathématique] ? [Les] principes sur lesquels nous avons tout bâti vont-ils s'écrouler? »

Puis il précise : « Depuis quelque temps, on peut se le demander. Ce n'est pas seulement la conservation de l'énergie qui est en cause; tous les autres principes sont également en danger, comme nous allons le voir en les passant successivement en revue. »

Il tourne alors son attention sur le sujet qui le préoccupe en priorité : le principe de relativité. C'est son enfant, son sujet de prédilection : « Venons au principe de relativité; celui-là non seulement est confirmé par l'expérience quotidienne [...] mais il s'impose à notre bon sens d'une façon irrésistible; et pourtant lui aussi est battu en brèche. » Il énonce enfin ce principe : « Les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes, soit pour un observateur fixe, soit pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme de sorte que nous n'avons et ne pouvons avoir aucun moyen de discerner si nous sommes, oui ou non, emportés dans un pareil mouvement. »

Pour justifier la confiance « absolue » qu'il a en la validité du principe de relativité, il invoque l'expérience de pensée qui l'avait incité à se lancer dans la grande aventure lors de la soutenance de thèse de Victor Crémieu en 1901, puis, revenant au problème de l'aberration, il affiche ses convictions intimes : « Michelson nous a montré, je vous l'ai dit, que les procédés physiques sont impuissants à mettre en évidence le mouvement absolu ; je suis persuadé qu'il en sera de même des procédés astronomiques quelque loin que l'on pousse la précision. »

En conclusion de son adresse, il laisse deviner qu'il est prêt à franchir le pas décisif : « Peut-être [allons-nous devoir] construire une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, où, l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable... »

Nous sommes aux portes de la relativité.

Notes

1. Lorentz H. A., *Proceedings of the Royal Academy of Sciences of Amsterdam*, vol. VI, 1904, p. 809.
2. Langevin P., *Revue générale des sciences pures et appliquées*, vol. 5, p. 36.
3. Terme utilisé aux Etats-Unis pour désigner le pupitre réservé à l'orateur dans les réunions publiques.
4. Le texte de cette conférence a été publié dès le retour de Poincaré à Paris dans *La Revue des Idées*, le 15 novembre, et dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*, en décembre. Un extrait intitulé « Une image de l'Univers » a paru dans le *Bulletin de la Société astronomique de France* en janvier 1905, et, le même mois, une traduction fut publiée en anglais dans *The Monist* et en japonais dans *Tokyobuteu ni gakkozashi*.
5. Nottale L., *La relativité dans tous ses états*, *op. cit.*, ch. 4, p. 44. Le lecteur consultera avec profit l'analyse magistrale de la conférence de Poincaré présentée par Laurent Nottale dans ce chapitre de son ouvrage.

...et imagine l'espace-temps

Au milieu de l'Atlantique, Poincaré invente l'espace-temps

Fin septembre, le congrès terminé, Poincaré emmène Paul Langevin avec lui dans un périple en train qui les conduit jusqu'à San Francisco – un grand plaisir pour Poincaré, féru de voyages, nous l'avons vu. Pour Langevin, qui a tout juste trente-deux ans et n'a pas encore acquis la notoriété qu'il obtiendra plus tard, quelle aubaine! « Pendant la semaine qu'il me donna la joie de passer seul avec lui dans les vastes plaines de l'Amérique du Nord, a-t-il rapporté, j'eus l'occasion de voir avec quel intérêt Henri Poincaré suivait tous les problèmes de la révolution qui s'accomplissait dans nos conceptions les plus fondamentales [1]. »

A la mi-octobre, les deux expatriés sont de retour à New York où ils embarquent à bord d'un paquebot pour le retour en France. Pendant la traversée de l'Atlantique, Poincaré réfléchit à sa conférence de Saint-Louis. C'est alors – quelque part au milieu de l'océan, entre New York et Le Havre – que naît dans son esprit ce qui va devenir, en l'espace de quelques semaines, la « Mécanique nouvelle », que nous appelons aujourd'hui la théorie de la relativité.

A peine rentré chez lui, il apprend que Lorentz vient de faire un séjour à Paris, où il a prononcé une conférence. Il lui écrit aussitôt :

Mon cher collègue,

J'ai énormément regretté les circonstances qui m'ont empêché d'abord d'entendre votre conférence et ensuite de causer avec vous pendant votre séjour à Paris.

Depuis quelque temps j'ai étudié plus en détail votre mémoire [...] dont l'importance est extrême et dont j'avais déjà cité les principaux résultats *dans ma conférence de Saint Louis. Je suis d'accord avec vous sur tous les points essentiels; cependant il y a quelques divergences de détail* [...] [2].

Quelques jours ou quelques semaines plus tard – à une date impossible à préciser (selon l'habitude qui prévaut à l'époque, Poincaré ne datait pas ses lettres) – il établit le système fondamental de la Mécanique nouvelle dans une autre lettre à Lorentz. Les deux lettres contiennent *l'essentiel* de ce qui va devenir la théorie de la relativité. Elles en constituent donc l'acte fondateur.

Certains indices suggèrent par ailleurs que Poincaré avait, dès cette date, découvert la nécessité de faire intervenir dans la théorie un espace *à quatre dimensions* fusionnant en un seul tout les trois dimensions de l'espace et celle du temps – notre espace-temps d'aujourd'hui [3].

L'espace à quatre dimensions

L'espace à quatre dimensions! C'est justement ce à quoi Poincaré songe depuis quelque temps...

A peine rentré à Paris, il s'attaque à la question. Le 16 janvier, il présente à l'Académie des sciences une Note dans laquelle il l'aborde sous l'aspect suivant :

« La somme des angles d'un triangle est égale à 180°; mais nous n'avons aucun théorème analogue pour le tétraèdre. De même, la surface d'un triangle sphérique est proportionnelle à l'excès sphérique; mais nous n'avons aucun théorème analogue pour le tétraèdre hypersphérique tracé sur l'hypersphère de l'espace à quatre dimensions [4]... »

Pour combler ces lacunes, il démontre que « le premier de ces théorèmes peut être généralisé dans tout espace d'un nombre pair de dimensions, mais non dans les espaces d'un nombre impair de dimensions ». Pour le second, c'est l'inverse : « Il peut être étendu aux hypersphères des espaces à un nombre impair de dimensions, mais non aux hypersphères des espaces à un nombre pair de dimensions. »

Il a ensuite tout juste le temps de souffler : les tâches liées à ses activités académiques requièrent son attention. L'année 1905 est d'ailleurs une année pivot en France, et ce dans de nombreux domaines : c'est l'année où Henri Bergson rédige *L'Évolution créatrice*, Charles Maurras *L'Avenir de l'intelligence*, et où un certain Pablo Picasso, après avoir peint les arlequins de la période bleue et les acrobates de la période rose, s'apprête, avec son ami Braque, à inventer le cubisme... Poincaré, quant à lui, supervise, pour commencer, la publication de deux ouvrages qui compteront parmi les plus importants qu'il ait écrits : le tome I de ses *Leçons de mécanique céleste*, intitulé *Théorie générale des perturbations planétaires* [5], et un second livre – après *La Science et l'Hypothèse* publié trois ans plus tôt –, destiné au grand public, intitulé celui-ci *La Valeur de la science* [6]. En outre, entre deux rendez-vous, il prend le temps de superviser la publication dans *La Revue des idées*, sous le titre « Une image de l'Univers », d'un extrait de l'une de ses adresses de Saint Louis, de rédiger un grand mémoire de mathématiques pures, *Sur les invariants arithmétiques*, une préface pour un ouvrage de l'astronome américain George William Hill, plusieurs rapports sur divers prix décernés par l'Académie des sciences...

Genèse d'une invention

Les quatre lettres (non datées) adressées par Poincaré à Lorentz après son retour de Saint-Louis – entre octobre 1904 et juin 1905 – permettent de retracer, au moins en partie, la démarche qui l'a conduit à formuler sa Mécanique nouvelle – notre théorie de la relativité d'aujourd'hui.

À relire ces lettres aujourd'hui, il apparaît clairement que le mémoire de Lorentz de 1904 a constitué le point de départ de ses réflexions. En même temps, cependant, il avait conscience que deux autres théories – proposées l'une par Max Abraham, l'autre par Paul

Langevin –, étaient en compétition avec celle de Lorentz. Les trois propositions diffèrent sur la façon dont elles conçoivent l'électron : une petite sphère chargée électriquement dans les trois cas, mais qui se déforme différemment lorsque l'électron est en mouvement, selon chacune des trois théories : Abraham suppose l'électron sphérique et indéformable; Lorentz suppose qu'il « prend la forme d'un ellipsoïde aplati » lorsqu'il est en mouvement; Langevin, enfin, envisage un électron déformable mais incompressible de sorte que son volume, lorsqu'il est en mouvement, « reste constant ».

Ce qui dérange Poincaré dans ces représentations tient au fait que l'électron ainsi conçu est instable et devrait exploser. Une première partie de son effort a donc consisté à rechercher comment remédier à cet état de choses – ce qu'il parvint à faire en supposant que l'électron se comporte « comme s'il était une capacité creuse [une sphère creuse] soumise à une pression interne constante (d'ailleurs négative) et indépendante du volume ».

C'est en mai, semble-t-il, qu'il entreprend la rédaction de son grand Mémoire portant sur ces questions. Fin mai, c'est chose faite. Il en tire une courte Note – cinq pages – qu'il présente à l'Académie des sciences, le lundi 5 juin 1905.

L'événement se produit dans un contexte international extrêmement tendu. Depuis plusieurs années, un homme menait – pratiquement à lui tout seul – la politique étrangère de la France. Ministre des Colonies, puis ministre des Affaires étrangères depuis 1898 sous plusieurs gouvernements, Théophile Delcassé (1852-1923) avait resserré l'alliance franco-russe et négocié la Convention du 8 avril 1904 établissant l'Entente cordiale entre la France et la Grande-Bretagne – en un mot, il avait isolé l'Allemagne au cœur du continent européen. Depuis plusieurs semaines, l'empereur d'Allemagne exigeait son départ – sinon, ce serait la guerre.

A la stupeur générale, le 6 juin, les Français apprirent la démission soudaine – inexpliquée – de leur ministre. La tension tomba d'un cran.

Dans ce contexte délétère, la Note de Poincaré à l'Académie des sciences ne suscita aucune curiosité en France. Son auteur avait de toute façon d'autres idées en tête : grand voyageur, il s'était promis depuis plusieurs mois d'effectuer un voyage en Suède – ce serait son second, il avait fait un voyages d'études en Suède en 1878 pendant l'été (et avait rédigé un roman à son retour, une expérience littéraire qu'il n'avait pas renouvelée).

Il acheta au Nord-Express, le 8 juin, un billet de train pour Stockholm. Arrivé le 17 au matin, il est reçu par le roi de Suède, puis il visite la Norvège, alors en voie d'acquérir son indépendance. Il regagne Paris, le 4 juillet, et se préoccupe de la publication de son Mémoire.

Personne, en France, ne semble s'y intéresser – notamment parce qu'il est un peu long (cinquante pages) et touche à un sujet de nature plutôt « abstraite ». Il écrit donc à son ami, le mathématicien sicilien Guccia, fondateur et directeur du *Circolo matematico* de Palerme : « Mon cher ami, Seriez-vous disposé à insérer dans les *Rendiconti* un mémoire de moi, de 50 pages environ sur la Dynamique de l'électron? »

Certes, au *Circolo,* il avait déjà publié *Sur une propriété des fonctions analytiques* en novembre 1888, son grand mémoire (cent pages) *Sur les équations de la physique mathématique* en mars 1894 et son *Complément à l'« Analysis situs »* en mars 1899. Mais ces trois articles portaient sur des sujets de mathématiques pures. Intitulé *Sur la dynamique de l'électron,* le nouveau mémoire avait d'autres résonances. Guccia donna néanmoins son accord.

Notes

1. Langevin P., « Poincaré, le physicien », *Revue de Métaphysique et de Morale,* 21, 1913, pp. 618, 665.
2. Lettres manuscrites d'Henri Poincaré à Anton Lorentz, reproduites en facsimilé dans A. I. Miller, *Frontiers of Physics, op. cit.*, p. 12-16. Les « divergences de

détail » dont parle Poincaré sont en réalité de première importance, comme nous le verrons par la suite.
3. Le terme « espace-temps » a été forgé un an plus tard par Hermann Minkowski à l'université de Göttingen ; nous y reviendrons.
4. Poincaré H., *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. 140, 1905, p. 113.
5. Poincaré H., *Théorie générale des perturbations planétaires*, Gauthier-Villars, 1905, 367 p.
6. Poincaré H., *La Valeur de la science*, Paris, Flammarion, 1905, réimpression coll. « Champs », 1968.

Poincaré met au point la « Transformation de Lorentz »

Un modèle de concision

La Note historique de Poincaré du 5 juin 1905 couvre cinq pages et contient en tout quatre équations, numérotées (1) à (4)[1]. Rarement document aussi novateur aura comporté aussi peu de mots... et aussi peu de mathématiques. (Et dire qu'aujourd'hui encore, les physiciens reprochent à Poincaré d'avoir agi exagérément en mathématicien dans cette affaire !). Intitulée *Sur la dynamique de l'électron*, elle est composée d'une courte Introduction suivie d'un exposé des données fondamentales de la Mécanique nouvelle. En dernière partie, Poincaré formule une proposition audacieuse concernant la gravitation : « La propagation de la gravitation n'est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière » abattant ainsi le dernier bastion du Système du Monde de Newton. Avec le texte des lettres qu'il avait adressées à Lorentz quelques mois plus tôt, la Note constitue l'acte fondateur de ce que nous appelons aujourd'hui la Théorie de la relativité « restreinte ».

En 1899, dans son cours professé en Sorbonne portant sur « Les nouvelles théories électrodynamiques », Poincaré avait présenté à ses élèves, l'une après l'autre, les théories électrodynamiques en vogue, et notamment celle de Lorentz (telle que celui-ci l'avait formulée à cette époque), puis celle de Larmor. Il avait annoncé, le premier jour : « Bien qu'aucune de ces théories ne me semble entièrement satisfaisante, chacune d'elles contient sans doute une part de vérité et la comparaison peut être instructive », avant de conclure, le dernier jour : « De toutes, celle de Lorentz me paraît celle qui rend le mieux compte des faits[2] » et il avait exprimé l'espoir que Lorentz saurait l'améliorer.

C'est précisément ce que Lorentz avait – partiellement – réussi à faire en 1904 : les résultats auxquels il était parvenu avaient favorablement impressionné Poincaré et l'avaient décidé à « reprendre la question ». Pour bien saisir les contours de sa démarche, il est donc indispensable de tenir compte de ce fait : il a pris pour point de départ de ses réflexions les travaux de Lorentz. En particulier, il a emprunté à Lorentz certains concepts et certains mots ou expressions choisis par celui-ci pour les représenter. *Cela ne veut pas dire pour autant que Poincaré ait fait siens à part entière ces concepts et les mots ou expressions les représentant* – loin de là.

Selon Lorentz, l'éther est « immobile »...
... mais existe-t-il « réellement » ?

Toute sa vie, Lorentz a « cru » fermement en l'existence *réelle* de l'éther, ce « milieu dans lequel la lumière se propage et qui remplit tout l'univers ». Dans sa Note à l'Académie du 5 juin, Poincaré utilise une fois le mot « éther », mais c'est pour affirmer : « Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. »

Admirateur courtois de Lorentz, il évite de dire « l'éther n'existe pas », il se contente de suggérer : « Il est impossible de mettre en évidence le mouvement absolu de la Terre *par rapport à l'éther*. » En un mot, si l'éther existe *réellement*, il est bien « caché » – au point d'être indétectable dans les expériences d'optique ou d'électrodynamique. C'est tout ce qui importe à Poincaré.

Dans la conception de Lorentz, l'éther existe « réellement » et il est « immobile » dans l'espace. Dans un système « au repos » par rapport à l'éther, les horloges que, depuis Galilée, les physiciens utilisent pour « mesurer » le temps, indiquent donc le temps « vrai ». Dans un système « en mouvement » par rapport à l'éther, elles indiquent le « temps local ». Poincaré se place d'emblée au-dessus de ces considérations. Dans sa transcription des idées de Lorentz, il envisage un système « avant la transformation » et un système « après la transformation » : si les horloges de l'un indiquent le temps « vrai », celles de l'autre indiquent « le temps local » *et réciproquement*, aucun des deux systèmes n'étant « immobile » par rapport à l'éther puisqu'« il est impossible de mettre en évidence le mouvement absolu par rapport à l'éther » ! L'éther n'est donc qu'un « mot » dans cette affaire – un mot que Poincaré ne supprime pas de son langage par courtoisie à l'égard de Lorentz, qui l'emploie.

Le point essentiel

Dès ses premières publications, Henri Poincaré a exhibé une habitude étrange qu'il a conservée tout au long de sa vie, consistant à attribuer ses découvertes à d'autres que lui. Elle exprime sans doute un mélange de modestie, de timidité et parfois de simple distraction de sa part. « Il lui est arrivé, dans plusieurs notes, raconte Paul Appell, qui l'a bien connu, d'indiquer comme théorème de tel ou tel des propositions auxquelles tel ou tel n'avait certainement pas pensé[3]. »
Dans l'Introduction de sa Note du 5 juin, Poincaré réitère, sous une forme concise, l'énoncé de son « Principe de relativité » : « Il semble que l'impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature. » Intervient alors une proposition qu'il faut ranger parmi les plus courtoises jamais proposées par un « mathématicien » en hommage à l'un de ses collègues « physicien ». « Le point essentiel, établi par Lorentz, écrit Poincaré, c'est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation (que j'appellerai du nom de *Lorentz*) et qui est de la forme suivante... » Le mot « transformation » est le mot-clé dans ce texte.

Pour construire son modèle de l'électron, Lorentz avait concocté un *changement de variables* qui lui permettait de convertir l'électron « en mouvement » en un électron « fictif » immobile, plus facile à étudier. Or, si ingénieux soit-il, un « changement de variables » constitue au mieux une technique mathématique élémentaire n'ayant d'intérêt qu'en raison de son succès éventuel. Abandonnant cette démarche, Poincaré propose à son lecteur un schéma novateur avec lequel il le fait entrer de pleins pieds dans le monde nouveau de la physique du XXe siècle.

Dans son schéma, le mot « transformation » renvoie non plus à un modeste « changement de variables », façon Lorentz, mais à une transformation de l'espace *tout entier* : à chaque point de l'espace considéré – l'espace-temps à quatre dimensions, dans le cas présent –, ladite transformation fait correspondre un autre point du même espace. Physicien novateur, Poincaré construit alors, à l'aide du concept de transformation ainsi entendu, une mécanique d'un type inconnu jusqu'alors, dans laquelle la vitesse v de la formulation habituelle est remplacée par un « paramètre » définissant la transformation : « x, y, z sont les coordonnées et t le temps d'un point donné de l'espace-temps "avant la transformation", x', y', z', et t' celles du point correspondant du même espace – l'espace-temps –, "après la transformation". »

Cette formulation est rendue possible par une convention d'écriture que Poincaré adopte hardiment : il pose égale à 1 la vitesse limite infranchissable de sa théorie. Cette vitesse étant égale à celle de la lumière, il pose donc c=1. Avec cette convention, le paramètre ε qui définit la transformation mesure la vitesse v de la formulation classique.

Une cinématique sans « vitesse » explicite et comportant un « paramètre » et une « transformation » ... voilà qui avait de quoi dérouter les physiciens peu habitués au langage physique nouveau utilisé ici par Poincaré.

Ceci dit, revenons au moment où Poincaré écrit les équations de la transformation qu'il baptise aussitôt transformation « de Lorentz ».

Il les écrit sous la forme concise :

$x' = kl(x+\varepsilon t)$, $t' = kl(t+\varepsilon x)$,

où, comme précédemment, je n'ai retenu que les coordonnées d'espace et de temps : x et t "avant" la transformation et x' et t' "après" la transformation, les coordonnées y, z, y' et z' ne jouant aucun rôle dans cette affaire. Dans ces équations, nous dit Poincaré, « ε est une constante qui définit la transformation, $k=1/\sqrt{(1-\varepsilon^2)}$ et l est une fonction quelconque de ε ».

Pour bien suivre la suite de notre histoire, notons que la transformation ainsi définie dépend de *deux* paramètres, ε et l, le second étant une fonction *quelconque* du premier. Nous verrons un peu plus loin comment Poincaré a démontré qu'il faut prendre l égal à 1, éliminant ainsi l'un des deux paramètres.

Poincaré a donc en main les équations de la transformation « de Lorentz ». Que va-t-il en faire?

Pour commencer, il s'attaque au problème fondamental que Lorentz avait résolu de façon inexacte dans son Mémoire de 1904 – celui de savoir comment la transformation affecte les charges et les courants électriques.

Comment transformer la charge de l'électron

La méthode du changement de variables de Lorentz permet de transformer les coordonnées d'espace et de temps, mais elle ne présente d'intérêt, nous l'avons vu, *du point de vue de l'électrodynamique*, que si elle est accompagnée d'une « loi » précisant comment transformer la charge et le courant électriques.

Cette loi, Poincaré l'invente de toutes pièces, indépendamment du reste. Pour ce faire, il introduit une hypothèse – que j'appellerai « l'hypothèse fondamentale de l'électrodynamique nouvelle » : « Si l'on veut que la charge d'un électron ne soit pas altérée par la transformation de Lorentz et si l'on appelle ρ' la nouvelle densité électrique [on doit prendre] $\rho'=k\rho(1+\varepsilon u)/l^3$ », où u désigne la vitesse de l'électron dans la direction de l'axe des x. Lorentz avait donné cette formule sous la forme (erronée) : $\rho'=\rho/kl^3$.

Et le courant? « Une charge en mouvement, *Rowland nous l'a appris*, constitue un courant », avait constaté Poincaré. Le courant engendré par l'électron en mouvement correspond donc à l'expression ru. Poincaré calcule la vitesse u' de l'électron après la transformation en fonction de sa vitesse avant la transformation. Elle est égale à dx'/dt', c'est-à-dire à $(u+\varepsilon)/(1+\varepsilon u)$.

Pour obtenir la loi de transformation du courant électrique, Poincaré applique ses formules $\rho'=k\rho(1+\varepsilon u)/l^3$ et $u'=(u+\varepsilon)/(1+\varepsilon u)$ à ce problème, ce qui lui donne : $\rho'u'=k\rho(u+\varepsilon)/l^3$ ou, plus simplement $\rho'u'=k\rho(u+\varepsilon)$, si l'on pose $l=1$, comme il le fera par la suite – un résultat que Lorentz avait également obtenu… mais à la suite d'une compensation d'erreurs! Poincaré constate dans sa Note : « Ces formules diffèrent un peu de celles qui avaient été trouvées par Lorentz. »

Sous une forme plus explicite, cela nous donne, pour les deux équations[4], respectivement $\rho' = k(\rho + \varepsilon\rho u)$ et $\rho'u' = k(\rho u + \varepsilon\rho)$. Plaçons-les sous les équations du changement de variables pour les coordonnées de l'espace et du temps; nous obtenons :

$$t' = k(t + \varepsilon x) \text{ et } x' = k(x + \varepsilon t)$$

$$\rho' = k(\rho + \varepsilon\rho u) \text{ et } \rho'u' = k(\rho u + \varepsilon\rho).$$

Là où nous avons t sur la première ligne, nous trouvons ρ sur la seconde; là où nous avons x sur la première, nous avons ρu sur la seconde : la paire t, x joue donc, sur la première ligne, le même rôle que la paire ρ, ρu sur la seconde.

Cela n'a pas échappé à Poincaré, qui en tire aussitôt des conséquences, encore surprenantes aujourd'hui : il prend un nombre quelconque λ (un *multiplicateur indéterminé* selon les mathématiciens), et forme les fonctions $t + \lambda\rho$ et $x + \lambda\rho u$. Après transformation, il observe que les fonctions correspondantes, $t' + \lambda\rho'$ et $x' + \lambda\rho' u'$, ont, avec les fonctions avant la transformation, les mêmes relations que t' et x' ont avec t et x : cela signifie que ρ, ρu n'est pas la seule paire à se transformer comme la paire t, x ; toutes sortes de paires mélangeant x, t, ρ et ρu le font également. Quelle notion fondamentale se cache derrière tout cela ?

La transformation des potentiels

Poincaré était un intuitif. « Quand on lui demandait de résoudre une difficulté, dit de lui Gaston Darboux qui l'a bien connu, sa réponse partait avec la rapidité de la flèche[5]. » De fait, il y a en général, dans tout ce que fait Poincaré, quelque chose de simple, d'essentiel, que l'on ressent même sans pouvoir le comprendre dans les détails et qui ne saurait provenir que de la vision quasi instantanée que procure l'intuition immédiate, ce qui, ici, est encore le cas.

Après avoir montré comment transformer la charge et le courant électriques, Poincaré explique comment transformer les potentiels engendrés par l'électron. Il est persuadé que φ et A_x forment – doivent former – une autre *paire* du type de celles qu'il vient de découvrir. Remplaçant donc x et t dans ses équations par φ et A_x, il obtient $\varphi' = k(\varphi + \varepsilon A_x)$, $A_x' = k(A_x + \varepsilon\varphi)$, les « équations de la transformation des potentiels ».

Il dispose donc des équations pour la transformation des coordonnées du temps et de l'espace, de la charge et du courant électriques, des potentiels engendrés par les charges et le courant. Des équations de la transformation des potentiels, il tire celles pour la transformation de la force électrique E et du champ magnétique B. Il ne lui reste plus qu'à vérifier que l'ensemble de ces transformations fonctionne correctement.

Il soumet les cinq équations de la théorie des électrons à ce qu'il appelle désormais une « transformation de Lorentz » – et vérifie le résultat obtenu : les équations en x', t', ρ', $\rho' u'$, E' et B' ont *exactement* la même forme que celle qu'elles avaient avant la transformation, un résultat que Lorentz n'était pas parvenu à obtenir[6].

Il faudra attendre deux ans après la publication de ce mémoire pour qu'Hermann Minkowski, à Göttingen, découvre et réalise l'importance de ces découvertes – et en parle avec une telle force et une telle conviction... qu'elles lui sont généralement attribuées aujourd'hui ! Et nous n'en sommes qu'aux premières pages de la première section du mémoire de Poincaré !

Acquisition définitive

Le mémoire de Poincaré fonctionne sur deux niveaux (qui se chevauchent) : il constitue, d'une part, l'acte fondateur de la théorie de la relativité et présente, d'autre part, une électrodynamique de l'électron. Près d'un siècle plus tard, la théorie de la relativité n'a pas pris une ride ; l'électrodynamique de l'électron, elle, a évolué pour finalement donner naissance à notre électrodynamique quantique moderne, théorie généralement considérée comme la plus *précise* jamais mise au point en physique[7].

Nous suivrons d'abord, jusqu'à son terme, le cheminement qui aboutit à l'invention de l'espace-temps, puis reviendrons sur les éléments concernant l'électrodynamique.

Non content d'être en possession de trois paires d'entités – t et x, ρ et ρu et φ et A – qui se transforment toutes les trois selon des équations du type $X' = k(X + \varepsilon Y)$, $Y' = k(Y + \varepsilon X)$, Poincaré trouve rapidement ce que ces trois paires ont en commun : chacune d'elles représente les composantes d'une entité présente dans un espace *à quatre dimensions. Ktêma eis aei*[8] !

Il s'attache donc à étudier cet espace, en utilisant des outils mathématiques spécialement forgés pour mener à bien pareille entreprise. Il est, par chance, l'un des meilleurs spécialistes dans ce domaine...

Notes

1. Poincaré H. *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. CXL, 1905, p. 1504.
2. Poincaré H., *Electricité et Optique, op. cit.*, « Avertissement », p. i.
3. Appell P., *Henri Poincaré, op. cit.*, p. 88.
4. Si on restitue c^2 dans cette équation, elle devient $(u + v)/(1 + uv/c^2)$.
5. Darboux G., *Éloge historique d'Henri Poincaré* lu dans la séance publique annuelle de l'Académie des sciences le 15 décembre 1913, reproduit au tome II des *Œuvres d'Henri Poincaré*, Paris, Gauthier-Villars, 1916, réimpression J. Gabay, 1995, p. LVI.
6. Pour une raison toute simple : la règle d'addition des vitesses et la loi de transformation de la charge adoptées par Lorentz sont erronées. Curieusement, ces deux erreurs se compensent lorsqu'on les combine pour obtenir la loi de la transformation du courant.
7. Pour donner une idée de la précision de l'électrodynamique quantique, je rapporterai ici l'exemple qu'en a donné Richard Feynman : elle permet de calculer certaines propriétés de l'électron avec une précision qui équivaudrait à mesurer la distance entre Los Angeles et New York avec une erreur ne dépassant pas l'épaisseur d'un cheveu (Richard Feynman, conférence à l'université de Californie à Los Angeles, mai 1983).
8. « Une acquisition définitive » : cette citation, extraite de la *Guerre du Péloponnèse* de Thucydide (I, 22), est devenue la fière devise des élèves de l'École de l'armée de l'air de Salon-de-Provence, auxquels je l'emprunte amicalement.

Entrons avec Poincaré dans la physique du XX^e siècle

La grande idée

L'idée la plus profonde que Poincaré ait proposée dans le domaine de la philosophie scientifique (avec celle de son « principe de relativité ») est celle-ci, selon moi : « Dans notre esprit préexiste l'idée latente d'un certain nombre de groupes[1]. » Poincaré poursuit : « Lequel choisirons-nous pour en faire une sorte d'étalon auquel nous comparerons les phénomènes naturels ? » et répond : « Par sélection naturelle, notre esprit s'est *adapté* aux conditions du monde extérieur ; il a adopté la géométrie *la plus avantageuse* à l'espèce, ou en d'autres termes *la plus commode.* »

Dans cette explication, Poincaré nous parle d'abord de « groupe » puis de « géométrie ». De toute évidence, dans son esprit, les deux notions ont partie liée. Nous retrouvons-là les données fondamentales du « Programme d'Erlangen » évoquées plus haut (*cf.* p. 46) et que j'invite le lecteur à réviser avant de poursuivre sa lecture du présent chapitre

Le mot « groupe », tel que nous l'entendons aujourd'hui, est apparu pour la première fois dans le langage mathématique dans les rêveries nocturnes du jeune Evariste Galois, alors âgé de dix-sept ans et élève au Lycée Louis le Grand à Paris. La mort prématurée du jeune prodige dans un duel à l'âge de vingt ans ne lui permit pas de développer sa découverte au-delà des premiers pas[2]. En 1905, seuls les meilleurs physiciens du monde en connaissaient la portée pour leur discipline.

Quand Poincaré nous dit que la notion de groupe « préexiste » dans notre esprit, il entend dire que cette notion est une donnée première de la façon dont nous identifions la structure du monde qui nous entoure. C'est (selon moi) l'une de ses contributions majeures au développement de la philosophie scientifique.

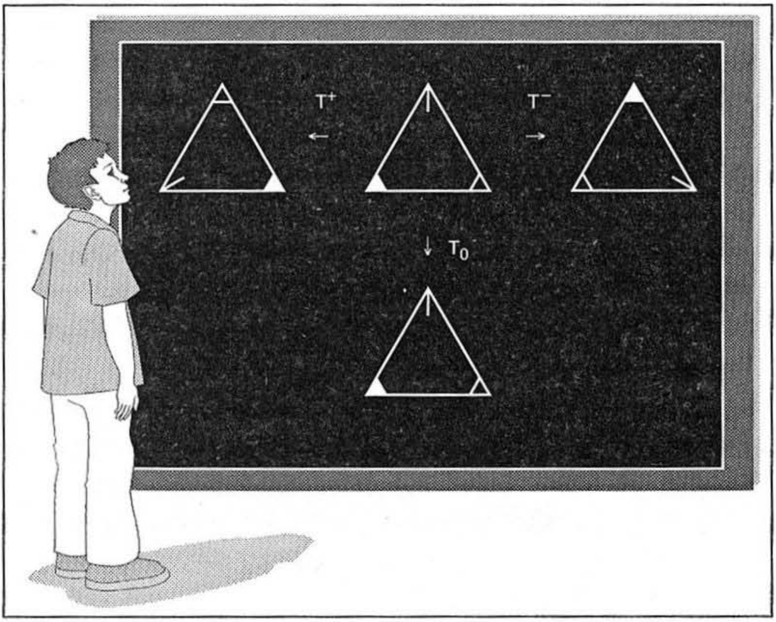
Les transformations de Lorentz forment un groupe!

Nous avons tous appris à l'école, dans la joie et la bonne humeur, l'arithmétique avec ses quatre opérations, addition, soustraction, multiplication et division – sans parler de l'extraction de racines, etc. Nos valeureux professeurs ont malheureusement oublié de nous dire qu'il existe une arithmétique plus simple. Elle ne comporte qu'une seule opération et est pourtant, à certains égards, plus puissante que l'arithmétique ordinaire : c'est la théorie des groupes.

Pour avoir (mathématiquement parlant) un *groupe*, il nous faut :
1) des *éléments* (que l'on appelle aussi *membres*) ;
2) une *loi de composition*.

Prenons un exemple très simple. Soit le groupe formé par les quatre nombres 1, -1, i et $-i$, le nombre i ayant la propriété particulière exprimée par l'équation $i \times i = -1$. Adoptons la multiplication ordinaire comme loi de composition. Si T et T' sont deux éléments du groupe, le *produit* de la composition de T et T' par la loi de composition que nous avons adoptée est encore un élément du groupe. Composons par exemple l'élément -1 et l'élément i. Le produit de la composition est $-1 \times i = -i$: c'est bien un élément du groupe.

Cette donnée principale définit l'essence du concept de groupe : nous avons un groupe lorsque la composition de deux éléments du groupe donne encore un élément du groupe. Cela établit un lien intime et surtout *unique* (nous avons une seule loi de composition) entre les membres du groupe. Le fait que *seule une* opération – et non quatre comme en arithmétique ordinaire – soit possible à l'intérieur du groupe donne une puissance étonnante au concept de groupe : seule *opération*, la loi de composition est l'âme du groupe. Le lecteur



Lorsqu'on le fait pivoter autour de son centre, un triangle équilatéral retrouve sa position de départ. L'ensemble des trois transformations possibles - dont l'une, notée ici T_0, consiste à laisser le triangle dans sa position initiale - constitue un groupe au sens mathématique du terme. L'utilisation, par Poincaré, du concept de groupe dans son analyse des transformations de Lorentz lui a permis d'établir rapidement - et solidement - les fondements mathématiques essentiels de la relativité.

appréciera progressivement, je l'espère, l'importance et la beauté de cette théorie.

Pour que les transformations de Lorentz forment un groupe, il faut donc, selon Poincaré, que le produit de deux transformations de Lorentz soit encore une transformation de Lorentz.

Vérifions qu'il en est bien ainsi. Appelons T_k la transformation $x' = k(x + \varepsilon t)$, $t' = k(t + \varepsilon x)$. La composition de T_k et $T_{k'}$ donne la transformation $T_{k''}$ pour laquelle $k'' = kk'(1 + \varepsilon\varepsilon')$. C'est encore une transformation de Lorentz[3].

A ce stade, le point de vue mathématique qu'il adopte donne à Poincaré un avantage : peut lui importe que x représente l'espace, t le temps. *Ensemble*, x et t sont les coordonnées d'un point dans un « espace » conceptuel (ou faut-il dire avec Lorentz « fictif » ?) à deux dimensions et les transformations de Lorentz sont des transformations « ponctuelles » de cet espace !

La quête de Poincaré – qui ne se contente pas de ce résultat – l'entraîne alors dans le monde magique des *transformations infinitésimales*.

Imaginons un cercle dans notre espace à deux dimensions. Certaines transformations de cet espace n'altèrent pas les propriétés géométriques de ce cercle (par exemple sa circonférence, proportionnelle au rayon, l'est encore après transformation). Nous appellerons *groupe principal* le groupe des transformations de ce type.

Selon un théorème de Sophus Lie, le groupe principal d'un espace à n dimensions dépend de $n(n + 1)/2 + 1$ *paramètres*. Celui de l'espace ordinaire dépend donc de $3(3 + 1)/2 + 1 = 7$ paramètres (les Sept Piliers de la Sagesse !) : cela signifie que chacune des transformations peut être construite à partir de sept transformations choisies pour leur simplicité. Ce seront : trois *déplacements* (un déplacement dans chacune des trois directions de l'espace) – cela nous donne trois paramètres –, une *rotation* autour de l'origine (dépendant de trois angles) – trois paramètres de plus –, et une *homothétie* (*dilatation* ou *contraction* des longueurs) du type $x' = lx$, $y' = ly$, $z' = lz$ ayant l'origine pour pôle – un paramètre de plus. Nous avons bien en tout sept paramètres.

Or, en 1883, Sophus Lie avait inventé une autre façon – fort subtile – de définir le groupe principal, qui consistait à utiliser comme paramètres, pour la construction du groupe, des transformations *infinitésimales* (appartenant, bien entendu, au groupe considéré). Utilisant cette technique pour définir le groupe des transformations de Lorentz, Poincaré écrit : « [Supposons] ε infiniment petit ; il vient alors $x' = x + \varepsilon t$, $t' = t + \varepsilon x$. » C'est une transformation infinitésimale :

elle fait en effet correspondre au point x à l'instant t le point $x + \varepsilon t$ à l'instant $t + \varepsilon x$, aussi voisin du point x, t que l'on voudra[4].

[Admirons, avant d'aller plus loin, la simplicité et l'élégance de ce résultat qui nous dit que pour passer d'un point à un autre infiniment voisin *dans l'espace* nous devons invoquer... le temps! Et pour passer d'un instant à un instant infiniment proche *dans le temps* nous devons invoquer... l'espace! Aucun énoncé de la relativité n'aura été plus éloquent – plus *vrai*! – que cet énoncé modestement *mathématique*.]

Appelons la transformation infinitésimale évoquée ci-dessus T_1. A T_1, Poincaré ajoute les transformations T_2 et T_3 obtenues en faisant jouer à y et à z le rôle joué par x dans T_1. A ces trois transformations, il ajoute la transformation infinitésimale *la plus simple*[5], qu'il appelle T_0. Cela lui donne quatre des sept paramètres désirés. Il choisit les trois autres sous la forme de trois *rotations infinitésimales*, R_x, R_y et R_z autour des axes x, y et z.

Poincaré écrit alors cette phrase historique :

« Une transformation quelconque de ce groupe pourra toujours se décomposer en une transformation de la forme $x' = lx$, $y' = ly$, $z' = lz$, $t' = lt$ suivie d'une transformation linéaire qui n'altère pas la forme quadratique $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$. »[6]

Les transformations de Lorentz laissent « invariante » *la forme quadratique* $x^2 + y^2 + z^2 - t^2$: cela veut dire que si nous remplaçons x, y, z et t dans cette forme quadratique par x', y', z' et t' donnés par les formules de la transformation, nous obtiendrons tout simplement $x'^2 + y'^2 + z'^2 - t'^2$. La *forme quadratique* a conservé sa forme.

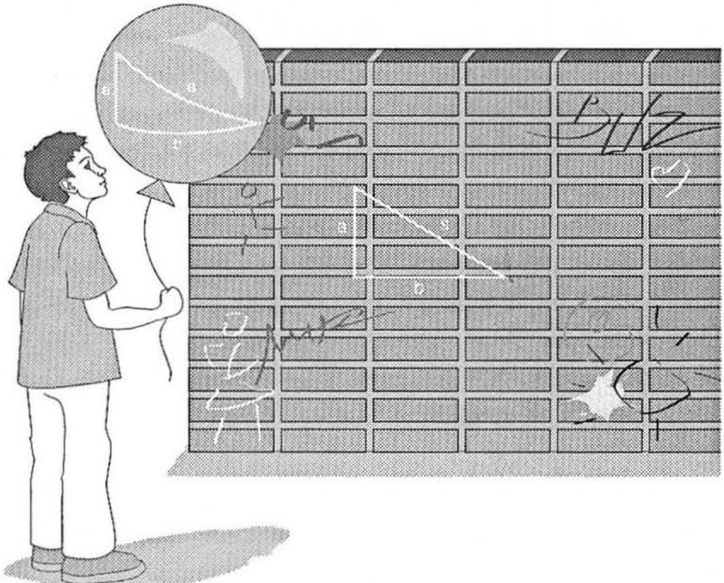
Mais qu'est-ce qu'une forme quadratique?

Le théorème de Pythagore revisité

Sur une surface plane, traçons un triangle rectangle ayant s pour hypothénuse et a et b pour côtés. Quelle que soit la position de ce triangle sur la surface, s, a et b sont reliés par la relation $s^2 = a^2 + b^2$.

C'est le théorème de Pythagore. Puisque aujourd'hui nous sommes devenus mathématiciens, pour mieux pénétrer ses secrets, écrivons-le sous la forme $a^2 + b^2 - s^2 = 0$. Nous avons à gauche une *forme quadratique*! Qui plus est, cette forme contient – comme celle de Poincaré – un terme précédé d'un signe *moins*.

Pour découvrir ce que cette formule recèle, remplaçons a^2 par x^2, b^2 par y^2 et s^2 par c^2t^2 – simple changement de symboles –, elle devient alors $x^2 + y^2 - c^2t^2$; ou encore, si notre triangle est placé dans



L'hypoténuse s et les deux côtés a et b d'un triangle rectangle sont reliés entre eux par la relation $s^2 = a^2 + b^2$ *si le triangle est tracé sur une surface plane : c'est le théorème de Pythagore. Si le triangle est tracé sur une surface pourvue de courbure - comme celle d'une sphère - le théorème de Pythagore s'applique encore, mais sous une forme plus générale inventée par Gauss et devenue depuis l'outil fondamental utilisé pour les recherches sur l'espace-temps.*

l'espace, $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$. C'est, terme pour terme, la forme quadratique de Poincaré !

En un mot, sous son déguisement fantasque, la forme quadratique de Poincaré représente le théorème de Pythagore appliqué à l'espace-temps.

Certains critiques ont reproché à Poincaré de n'avoir pas *explicitement* souligné à cet endroit de son exposé l'énorme importance, *du point de vue de la physique,* de ce qu'il venait de découvrir. Certes, Poincaré se contente d'appeler sa forme quadratique un *invariant* des transformations de Lorentz. Mais dans son esprit – et dans son langage –, ce terme est parmi les plus nobles qui soient ! Quant à la notion de forme quadratique, ses toutes premières études d'arithmétique théorique, publiées dans les années 1879-1881, n'ont-elles pas pour titres : *Sur quelques propriétés des formes quadratiques*[7], *Sur la réduction simultanée d'une forme quadratique et d'une forme linéaire*[8], *Sur un nouveau mode de représentation géométrique des formes quadratiques*[9] ou encore *Sur l'application de la géométrie non euclidienne à la théorie des formes quadratiques*[10] ? Les formes quadratiques – étudiées notamment avec brio par son ancien professeur à la Sorbonne, Charles Hermite –, revêtent pour lui une importance fondamentale.

Le lecteur se demandera peut-être : A quoi bon tout cela ? Les transformations de Lorentz forment un groupe – et alors ? Quelle différence cela fait-il ?

Cela fait *toute* la différence : *sept* transformations *infinitésimales* suffisent pour définir *tout* le groupe ; nous pouvons oublier les transformations elles-mêmes et porter toute notre attention sur les seules transformations infinitésimales – plus faciles à étudier[11] !

Une coordonnée imaginaire pour le temps

La coordonnée du temps entre dans la forme quadratique de Poincaré d'une façon qui la distingue des trois coordonnées d'espace :

elle est la seule à avoir devant elle un signe *moins*. Du point de vue mathématique, il serait plus agréable – plus commode – que ce signe moins devienne un signe *plus*... Confrontés à ce genre de problèmes, les mathématiciens ne sont jamais sans ressources.

Descartes, le premier, dans un passage peu connu de sa *Géométrie* (1637), affirme que toute équation algébrique de degré n admet n racines et explique comment trouver celles de l'équation du troisième degré. Dans un vocabulaire que nous n'utilisons plus aujourd'hui, il explique :

« Au reste, tant les vraies racines [entendez les racines *positives*] que les fausses [entendez les racines *négatives*] ne sont pas toujours réelles, mais quelquefois seulement imaginaires : c'est-à-dire qu'on peut bien toujours en imaginer autant que j'ai dit en chaque Equation, mais qu'il n'y a quelque fois aucune quantité qui corresponde à celle qu'on imagine. »[12]

En termes actuels, Descartes distingue dans cet exposé, les nombres *réels* (positifs et négatifs) dont les carrés sont *positifs*, des nombres *imaginaires* (positifs et négatifs) dont les carrés sont *négatifs*.

Même si, dans notre expérience quotidienne, nous ne rencontrons habituellement pas de nombres dont le carré soit négatif, pour un mathématicien, ce sont des nombres comme les autres, leur seule particularité étant que la multiplication de deux nombres imaginaires donne un nombre négatif. Le nombre imaginaire le plus simple est l'*unité imaginaire* i dont le carré est -1, ce qui donne $i = \sqrt{-1}$.

Revenons à Poincaré : pour faire disparaître le signe *moins* qui le gêne dans la forme quadratique, il remplace la coordonnée du temps par une nouvelle coordonnée, *imaginaire celle-ci*, it. Elle résout instantanément le problème : lorsque l'on prend son carré, $(it)^2$, on obtient $-t^2$: le tour est joué[13] ! it symbolise à elle seule la découverte qu'il fallait faire – la découverte de l'espace-temps.

« Regardons x, y, z, it [...] comme les coordonnées [d'un point] dans l'espace à quatre dimensions. Nous voyons que la transformation de Lorentz n'est qu'une rotation de cet espace autour de l'origine, regardée comme fixe. » L'invention par Poincaré de l'espace-temps surgit dans ces deux phrases lumineuses qui se trouvent dans la dernière section de son mémoire. Tout s'éclaire en effet : l'espace et le temps constituent ensemble un espace à quatre dimensions dont la géométrie est d'un type particulier. L'une de ses dimensions *diffère* des trois autres : elle correspond à une coordonnée *imaginaire*.

« Tout se passe, dira Poincaré quelques années plus tard, comme si le temps était une quatrième dimension de l'espace; et comme si l'espace à quatre dimensions [...] pouvait tourner non seulement autour d'un axe de l'espace ordinaire, de façon que le temps ne soit pas altéré, mais autour d'un axe quelconque[14]. »

$l = 1$

Il nous reste à régler un détail : pourquoi devons-nous prendre $l = 1$ dans les équations de la transformation de Lorentz[15] ? La question est intéressante à double titre. D'abord en raison de l'élégance du raisonnement proposé par Poincaré pour y répondre, mais aussi en raison des commentaires que ce raisonnement a suscités.

Après avoir montré comment engendrer le « groupe de Lorentz » à partir de transformations infinitésimales, Poincaré explique : « Nous pouvons encore engendrer notre groupe d'une autre manière. Toute transformation du groupe pourra être regardée comme une transformation de la forme $x' = kl(x + \varepsilon t)$, $t' = kl(t + \varepsilon x)$ précédée et suivie d'une rotation convenable. »

Vient alors l'argument subtil – et décisif : « Mais, pour notre objet, nous ne devons considérer qu'une partie des transformations de ce groupe; nous devons supposer que l est une fonction de ε, et il s'agit de choisir cette fonction de telle façon que cette partie du groupe, que j'appellerai P, forme encore un groupe. »

Poincaré assure la validité de son argument en deux étapes.

Primo : « Faisons tourner le système de 180° autour de l'axe des y[16], nous devons retrouver une transformation qui devra encore appartenir à P ; [...] on trouve ainsi $x' = kl(x - \varepsilon t)$, $t' = kl(t - \varepsilon x)$. Donc l ne change pas quand on change ε en $-\varepsilon$. »

Secundo : « D'autre part, si P est un groupe, la substitution inverse de $x' = kl(x + \varepsilon t)$, $t' = kl(t + \varepsilon x)$, qui s'écrit $x' = k(x - \varepsilon t)/l$, $t' = k(t - \varepsilon x)/l$, devra également appartenir à P ; elle devra donc être identique à $x' = kl(x - \varepsilon t)$, $t' = kl(t - \varepsilon x)$, c'est-à-dire que $l = 1/l$. On devra donc avoir $l = 1$. »

Un raisonnement si simple, pour un résultat si brillant, c'est de la provocation ! Et le professeur américain Arthur I. Miller de déclarer pourtant dans son *Étude du mémoire de Poincaré* : « La preuve donnée par Poincaré que $l = 1$, bien que plus élégante que celle fournie par Lorentz, n'en est pas moins basée sur la même hypothèse que la sienne, l'inéquivalence des systèmes S et S'. Cela apparaît dans son interprétation des équations de la transformation de Lorentz fondée seulement sur les mathématiques, c'est-à-dire sur la Théorie des groupes[17]. »

En réalité, il n'est nulle part question dans l'énoncé de Poincaré d'une *inéquivalence* supposée des deux systèmes considérés. Tout au contraire, Poincaré laisse clairement entendre que si l'on peut passer si aisément de l'un à l'autre – et cela *dans un sens comme dans l'autre* – c'est bien parce qu'ils sont équivalents.

Notes

1. Poincaré H., « *L'Expérience et la géométrie* », reproduit *in La Science et l'Hypothèse, op. cit.*, p. 107.
2. Voir par exemple J.-P. Auffray , *Evariste*, Aléas, 2004.
3. Le *produit* de deux transformations T et T' de Lorentz est le résultat obtenu en appliquant la transformation T' au résultat de la transformation T. Cela définit la loi de composition du groupe. Deux notions supplémentaires complètent la définition du concept de groupe :
– notre groupe contient un élément qui possède une propriété qui le distingue des

autres : c'est l'élément 1 ; en effet, quel que soit l'élément T choisi dans le groupe, 1 x T = T. Nous appellerons l'élément qui possède cette caractéristique l'élément *unité* ou *identité* du groupe ;
– chaque élément de notre groupe a son *inverse* dans le groupe : si T est un élément du groupe, son inverse est l'élément T' pour lequel T x T' = I, où I représente de façon générale l'élément unité du groupe. Dans notre exemple, 1 est son propre inverse (on a en effet 1 x 1 = 1) ; – 1 est également son propre inverse (– 1 x – 1 = 1) ; – i est l'inverse de i ($-i \times i = -i^2 = 1$) ; et i est l'inverse de – i ($i \times -i = -i^2 = 1$).
4. Si ε est très petit, on peut prendre $k = 1$ et les équations se réduisent à la forme indiquée.
5. C'est-à-dire celle pour laquelle $\varepsilon = 0$ et $l = l + dl$, ce qui engendre la transformation $dx = xdl$, $dt = tdl$.
6. Rappelons que Poincaré pose $c = 1$. Si l'on restitue c dans la forme quadratique, elle s'écrit $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$.
7. Poincaré H., *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. 89, 1879, p. 344.
8. *Ibid.*, t. 91, 1880, p. 844.
9. Poincaré H., *Journal de l'École polytechnique*, 47e c., 1880, p. 177.
10. Poincaré H., *Comptes rendus des sessions de l'Association française pour l'avancement des sciences*, 10e session, Alger, 16 avril 1881, p. 132.
11. Dans son étude du mémoire de Poincaré, « A Study of Henri Poincaré's Sur la Dynamique de l'Électron », *Archive for History of Exact Science*, Springer-Verlag, vol. 10, n° 3-7, 1973, le professeur Arthur I. Miller écrit par exemple : « L'importance de ce résultat, qui pour Poincaré n'était qu'une simple forme quadratique, a été remarquée par Minkowski un an plus tard en 1907 [*sic*]. » (Note 184, p. 262.)
12. Descartes R., *Géométrie*, 1637, livre III, p. 380. Il donne un exemple : « Comme, encore qu'on en puisse imaginer trois en celle-ci : $x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0$ [Descartes écrit xx pour x^2], il n'y en a toutefois qu'une réelle, qui est 2, & pour les deux autres, quoiqu'on les augmente, ou diminue, ou multiplie [...] on ne saurait les rendre autres qu'imaginaires. » Cette équation admet la racine 2 ; elle peut donc s'écrire $(x-2)(ax^2 + bx + c) = 0$. En comparant avec l'équation d'origine, il vient $a = 1$, $b = -4$, $c = 5$. L'équation s'écrit alors $(x-2)(x^2 - 4x + 5) = 0$. Les deux racines imaginaires sont les solutions de $x^2 - 4x + 5 = 0$, soit $x = 2 + i$ et $x = 2 - i$. On dit aujourd'hui que ces racines sont *complexes* plutôt qu'*imaginaires*, réservant le nom d'imaginaires aux nombres qui ne contiennent aucune partie *réelle* – le nombre $2i$ par exemple.
13. Ce n'est sans doute pas pour cette raison que Poincaré a adopté une coordonnée imaginaire pour représenter le temps dans sa formulation. J'ai maintenu cette « explication » dans mon texte à titre symbolique, en raison de sa simplicité.
14. Poincaré H., *L'Espace et le Temps*, conférence faite à l'université de Londres le 4 mai 1912, reproduite dans *Dernières Pensées*, Flammarion, 1917, p. 53. Einstein s'est longtemps opposé à cette manière de voir. En feuilletant tous les articles qu'il a écrits entre 1902 et 1909, on constate qu'il n'y emploie nulle part l'unité imaginaire i. La première occurrence de cette unité dans l'un de ses écrits se trouve

dans son article sur « Le principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne » publié aux *Archives des sciences physiques et naturelles*, vol. 29, en 1910 : « Les deux systèmes d'équations diffèrent l'un de l'autre seulement quant au signe dans la troisième condition. Mais on peut faire disparaître cette différence si l'on prend avec Minkowski *ict* pour variable au lieu de *t*, où *i* est l'unité imaginaire. » (Section § 8, aux dernières pages de l'article.) Einstein prend alors le carré de *ict* et *i* disparaît de son récit. Aucune autre occurrence de *i* n'est à signaler dans un texte einsteinien jusqu'au 3 novembre 1911 au moins (je n'ai pas regardé plus loin).

15. En cherchant à établir ses formules pour la masse *longitudinale* et la masse *transversale* de l'électron dans l'approximation du mouvement quasi stationnaire d'Abraham, Lorentz avait découvert qu'il fallait prendre l = constant. Or, pour $v = 0$, $l = 1$. En un mot, une homothétie est impossible dans ce type de calcul.

16. Cela revient à changer le signe des x, x', z et z'.

17. Miller A. I., « A Study of Henri Poincaré's Sur la Dynamique de l'Electron », *op. cit.*, p. 264, reproduit dans *Frontiers of Physics*, *op. cit.*, p. 86.4. Il sera élu membre étranger de l'Académie royale des sciences de Hongrie quelques mois plus tard, le 23 mars 1906.

La dynamique relativiste de Poincaré

Cinématique nouvelle, dynamique nouvelle

La Note et le Mémoire de Poincaré sur la relativité sont composés, implicitement, d'une Introduction suivie d'une « Partie cinématique », puis d'une « Partie dynamique » (cette structure implicite est plus manifeste dans la Note que dans le Mémoire).

Le mot *cinématique* – du grec *kinêma*, mouvement – renvoie à l'étude du mouvement indépendamment des causes qui en sont à l'origine. L'étude menée à bien par Poincaré dans la première partie de sa Note permet de résoudre une série de problèmes de cinématiques tout aussi intéressants les uns que les autres.

Imaginons, par exemple, un corpuscule lumineux se déplaçant à la vitesse $c=1$ dans la direction de l'axe des x. Soient x, t les coordonnées de ce corpuscule « avant la transformation », x', t' ses coordonnées « après la transformation ». Si nous posons, en accord avec la cinématique classique, $x'=x+\varepsilon t$, $t'=t$, alors $x=t$ entraîne $x'=t'(1+\varepsilon)$ et non $x'=t'$ comme il le faudrait, pour satisfaire au principe de relativité [pour Poincaré, je le rappelle, la vitesse limite infranchissable a pour valeur $c=1$]. Posons, tout au contraire, $x'=x+\varepsilon t$, $t'=t+\varepsilon x$, en accord avec les formules relativistes de Poincaré. Puisque $x=t$, remplaçons x par t dans $x'=x+\varepsilon t$, $t'=t+\varepsilon x$: il vient $x'=t+\varepsilon t$, $t'=t+\varepsilon t$. On a bien $x'=t'$, le principe de relativité est satisfait.

Ce petit calcul, notons-le, n'a rien d'évident *a priori* – même si, au bout du compte, il s'avère tout simple (comme pour l'œuf de Christophe Colomb, il suffisait d'y penser...).

Nous avons vu, par ailleurs, comment Poincaré a établi la loi de transformation de la vitesse d'un électron en mouvement. De son analyse, à caractère purement cinématique, il tire (implicitement) une nouvelle règle pour « l'addition des vitesses ».

Je suis dans un train qui roule en ligne droite à la vitesse v. Je lance par la fenêtre un objet auquel j'impartis la vitesse u dans la direction de la marche du train. Quelle est la vitesse de cet objet *par rapport au sol*? En mécanique classique, elle est donnée par $w = v + u$. Poincaré, pour qui cette formule ne saurait être la bonne dans la nouvelle mécanique, dérive la nouvelle règle : la résultante de deux vitesses parallèles s'ajoutant l'une à l'autre n'est pas $u + v$ mais $(u + v)/(1 + uv)$ [équation dans laquelle c est supposée égale à 1, rappelons-le] [1].

Appliquons la nouvelle règle au problème de l'aberration.

Soit $1/n$ la vitesse de la lumière dans le verre. Composons cette vitesse avec v, la vitesse de translation de la Terre : cela nous donne $w = (1/n + v)/(1 + v/n)$. Comme v est très petit, comparé à 1 (qui ici, je le rappelle, représente la vitesse de la lumière), nous pouvons écrire cette équation sous la forme simplifiée $w = (1/n + v)(1 - v/n)$. Si nous négligeons le terme v^2/n (le terme de l'ordre du carré de l'aberration) nous obtenons : $w = 1/n + v(1 - 1/n^2)$.

Voilà qui – avec $c = 1$ – permet d'expliquer le succès de la formule de Fresnel [2].

Voyons maintenant comment Poincaré a utilisé ces résultats pour fonder une « dynamique nouvelle ». Et tout d'abord, qu'est-ce – *à proprement parler* – que la « dynamique » ?

En 1689, Leibniz entreprend un périple diplomatique qui le conduit jusqu'à Rome. Sur le chemin du retour, il s'arrête à Florence – *Firenze*! la ville mythique où, quelques décennies plus tôt, Galilée avait formulé ses célèbres « Deux sciences nouvelles » ! En l'espace de quelques jours, Leibniz y invente à son tour une science nouvelle qu'il baptise *Dynamica* – il dira « mes dynamiques », nous disons aujourd'hui « *la* dynamique ». « J'ai souvent éprouvé une difficulté avec des personnes qui me disaient ne reconnaître dans les corps que la grandeur, la figure et le mouvement [Descartes !], a-t-il expliqué. Je leur ai fait remarquer que ce qui existe véritablement dans le corps à chaque instant est la *cause* du mouvement, c'est-à-dire cet état du corps qui fait qu'il changera de lieu d'une certaine façon, si rien ne l'en empêche[3]. » Il donne un nom à la « cause » ainsi définie : *actio* – nous disons aujourd'hui l'« action ».

Ainsi a commencé l'une des plus belles aventures de l'histoire de la physique : elle passe par Pierre Moreau de Maupertuis (1698-1759), qui suggère, en 1744, que lorsqu'un rayon lumineux se rend d'un point à un autre, la « Quantité d'action » qu'il dépense est « la moindre » possible; par Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813) et Hamilton (1805-1865), qui incorporent dans la mécanique le « principe de la moindre action » établi pour la lumière par Maupertuis.

Poincaré invoque le principe de la moindre action...

Dans la Section §2 de son Mémoire, Poincaré s'intéresse au « Principe de moindre action ». Les premiers mots de cette Section sont édifiants : « On sait, écrit Poincaré, comment Lorentz a déduit ses équations du principe de moindre action. »

Le premier étonné à la lecture de ces mots a dû être Lorentz lui-même... qui n'a jamais invoqué le principe de moindre action dans ses travaux pour en « déduire » ses équations. Son grand Mémoire de 1904, auquel Poincaré fait ici référence, concerne l'électro*magnétisme* plutôt que l'électro*dynamique*, comme l'indique d'ailleurs son titre : « Phénomènes électromagnétiques se produisant dans un système animé d'une vitesse quelconque inférieure à celle de la lumière. » Lorentz n'y invoque nulle part l'action et encore moins le principe de la moindre action.

Pour son calcul, Poincaré introduit un Lagrangien correspondant à une « densité de charges » ρ, en interaction avec le champ électromagnétique. Partant de deux des quatre équations de Maxwell, div**B**=0 et div**D**=ρ, il obtient les deux équations restantes comme conséquence du principe de moindre action et montre que l'electrische Kraft de Lorentz, écrite sous la forme ρ(**E**+**vB**), conserve la même forme lorsqu'on lui applique une transformation de Lorentz. En un mot, elle est un « invariant » de la relativité – un résultat que Lorentz n'avait ni découvert, ni même soupçonné.

Dans la Section suivante de son Mémoire, Poincaré s'interroge : « Voyons si le principe de moindre action donne la raison du succès de la transformation de Lorentz. »

Il s'inscrit ainsi résolument dans le cadre d'une « dynamique nouvelle » et dépasse Lorentz (une dynamique où il ne serait nulle part question de l'action ne serait pas, à proprement parler, une authentique dynamique). Le résultat final qu'il obtient dans cette Section est d'importance fondamentale. Ayant exprimé l'action sous la forme d'une intégrale, comme il est habituel, il démontre qu'elle est un invariant de la relativité – à la condition d'étendre les limites d'intégration, pour le temps comme pour l'espace, de « moins l'infini » à « plus l'infini » – une condition dont personne n'avait pris note jusque-là.

Il restait à Poincaré à porter son attention sur la formulation, dans le cadre de sa Mécanique nouvelle, de l'équation dont il avait décrit le contenu six ans plus tôt : $E=mc^2$.

… et s'interroge sur l'origine de la masse de l'électron

S'interrogeant sur l'origine de la masse de l'électron, Poincaré passe en revue les diverses hypothèses faites à ce sujet : « D'après Abraham, les électrons seraient sphériques et indéformables. Alors, quand on appliquerait la transformation de Lorentz, comme l'électron réel serait sphérique, l'électron idéal deviendrait un ellipsoïde.

« Dans l'hypothèse de Lorentz, au contraire, les électrons en mouvement seraient déformés, de telle façon que ce serait l'électron réel qui deviendrait un ellipsoïde, tandis que l'électron idéal immobile serait toujours une sphère. »

Tout en ne présentant pas là ses propres idées, Poincaré va cependant, en examinant les propositions des autres – et en particulier la plus « prometteuse » d'entre elles, celle de Lorentz –, réussir à obtenir des résultats qui transcendent la question examinée.

Point de départ du calcul, l'énergie (et plus précisément celle présente dans le champ électromagnétique), est une notion encore auréolée de mystère. A l'époque où Poincaré rédige son mémoire, les physiciens admettent – sans pour autant bien comprendre comment la chose fonctionne – la présence d'énergie dans l'espace – ils disent « dans l'éther » – représentable sous la forme de la somme de deux termes, l'un potentiel, U, l'autre cinétique, T.

Entrons maintenant dans les détails.

Sous leur forme *la plus générale*, les équations de la transformation de Lorentz dans la notation de Poincaré s'écrivent $x' = kl(x + \varepsilon t)$, $y' = ly$, $z' = lz$, $t' = kl(t + \varepsilon x)$. Ayons bien à l'esprit le fait que, l'électron et le champ qu'il engendre *formant un tout*, il devient impossible de distinguer ce qui appartient à l'un de ce qui appartient à l'autre. Tout – et notamment l'énergie – appartient aux deux à la fois.

Poincaré considère les composantes de l'énergie dans les trois directions de l'espace, qu'il appelle l'*énergie électrique longitudinale*, l'*énergie électrique transversale* et l'*énergie magnétique transversale* et dénote respectivement A, B et C avant la transformation; A', B', C' après la transformation. En virtuose des manipulations appliquées aux transformations, il trouve d'emblée les équations qui relient A', B', C' à A, B et C : ce sont $A' = kA/l$, $B' = B/kl$, $C' = 0$ [4]. Il appelle enfin E l'énergie totale, H le Lagrangien [5] (pourquoi ne le dénote-t-il pas L?) et D la quantité de mouvement. Comment relier ces trois grandeurs aux composantes de l'énergie?

L'énergie totale est la somme de ses trois composantes, soit $A + B + C$ avant transformation; elle devient $A'lk(3 + \varepsilon^2)$ après transformation comme on le vérifie aisément (si on est Poincaré !).

Passons au Lagrangien. Il est égal à A + B – C dans la notation de Poincaré. Sa loi de transformation est donnée par $H' = kH/l$.

Soupçonnant certaines relations entre l'énergie, le Lagrangien et la quantité de mouvement, Poincaré pense en particulier pouvoir trouver $D = dH/d\varepsilon$ et $E = H - \varepsilon D$. Mais il butte sur une contradiction : si « la seconde de ces équations est toujours satisfaite, la première ne l'est que si $kl^3 = 1$, c'est-à-dire si le volume de l'électron idéal est égal à celui de l'électron réel, ou encore si le volume de l'électron est constant ».

Ce résultat contredit celui selon lequel l est égal à 1 car l'équation $kl^3 = 1$ entraîne alors $k = 1$, ce qui ne saurait se produire que pour $\varepsilon = 0$. Poincaré va essayer d'expliquer cette contradiction. S'il s'attarde sur ce détail, c'est que cela va l'amener, chemin faisant, à construire une électrodynamique fondée sur la mécanique de Lagrange, laquelle lui servira à examiner critiquement les trois théories proposées par les principaux théoriciens de l'époque – Abraham, Lorentz et Langevin – et à déterminer si l'une de ces théories, au moins, est conforme aux exigences du principe de relativité.

Ce qui se cache derrière les symboles

Le mémoire de Poincaré contient plusieurs sections de pure virtuosité mathématique. C'est ce qui le rend difficile à lire et qui fait également qu'il demeure si totalement ignoré des exégètes[6] de la relativité. L'un des passages les plus difficiles est celui où Poincaré obtient une expression pour la masse transversale de l'électron. Or, c'est à partir de cette expression qu'il est possible d'obtenir la célèbre équation $E = mc^2$!

Dans la section §8 du mémoire, Poincaré se propose d'« [évaluer] la masse de l'électron, je veux parler de la masse expérimentale, c'est-à-dire de la masse pour des vitesses faibles ». C'est ce que nous appelons aujourd'hui la masse « propre ». Avec cette intention, il s'adonne à un calcul dont le résultat, dans sa notation, est l'équation H = $(a/b)(1 - v^2/2)$. Décodons cette équation.

Aux faibles vitesses, nous dit Poincaré, « la masse, tant longitudinale que transversale, sera a/b ». Posons donc m = a/b. Restituons c^2 dans l'équation[7]. L'expression $1 - v^2/2$ devient $c^2 - v^2/2$. Enfin H représente le Lagrangien, c'est-à-dire la différence U – T entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique. Au total, en notation ordinaire, l'équation s'écrit donc $U - T = m(c^2 - v^2/2) = mc^2 - mv^2/2$. Or $mv^2/2$ est l'expression classique pour l'énergie cinétique. On a donc T = $mv^2/2$ et par conséquent $U = mc^2$, si bien que, lorsque $v = 0$, l'énergie totale est donnée par $E = mc^2$.

Par un raisonnement relativiste, Poincaré retrouve ainsi le résultat fondamental qu'il avait obtenu en 1900 en invoquant le théorème de Poynting (*cf.* p. 71). Ce résultat indique que même au repos et indépendamment de l'énergie cinétique qu'il acquiert lorsqu'il est en mouvement, l'électron possède une « réserve » d'énergie potentielle égale à mc^2. C'est bien dans ce sens qu'il faut comprendre la signification profonde de « $E = mc^2$ ».

Poincaré n'a pas décodé lui-même son équation[8]. Mais, nous le savons, il avait l'habitude d'avancer sans se retourner, sans chercher à justifier à chaque instant les découvertes qu'il faisait : il était pressé, ayant tant d'idées en tête et si peu de temps pour les exprimer...

Notes

1. Ne nous étonnons pas de trouver C' = 0 : C représente en effet l'*énergie magnétique* dans la direction supposée du mouvement de translation. Cette énergie est égale à zéro pour un électron *immobile* : c'est le cas de l'électron *idéal* de Lorentz.
2. Poincaré ne fait pas état de ce résultat dans son mémoire. Nous devons à Max von Laue de l'avoir remarqué le premier deux ans plus tard, en 1907. Ce dernier fait observer que dans l'expérience du télescope rempli d'eau tout se passe comme si « la lumière était complètement entraînée par l'eau », la règle d'addition des vitesses compensant exactement cet effet. Max von Laue, *Annalen der Physik*, vol. 23, 1907, p. 989.

3. Lettre adressée en 1693 par Leibniz au Grand Arnault, chef de l'école janséniste de Port-Royal.
4. Dans sa première lettre à Lorentz à l'automne 1904, Poincaré, apparemment inattentif, place le facteur k au mauvais endroit dans ses équations. Il écrit $\rho' = \rho(1 + \varepsilon u)/k$ au lieu de $\rho' = k\rho(1 + \varepsilon u)$ et $\rho'u' = \rho(u + \varepsilon)/k$ au lieu de $\rho'u' = k\rho(u + \varepsilon)$.
5. Certains auteurs préfèrent définir le Lagrangien T – U plutôt que U – T, comme Poincaré le fait ici.
6. Exégèse : 1. Science qui consiste à établir, selon les normes de la critique scientifique, le sens d'un texte. 2. Interprétation (notamment sur les bases philologiques) d'un texte. *Larousse.*
7. Exercice classique d'analyse dimensionnelle.
8. L'histoire de ce calcul connut un amusant prolongement. Si on le refait dans le cadre de la théorie de Lorentz, on obtient une masse supérieure aux quatre tiers à celle obtenue par Poincaré – ce qui n'est pas surprenant puisque nous avons vu que la théorie de Lorentz est en partie erronée. Après la mort de Poincaré, les physiciens cherchèrent à découvrir l'origine de ce facteur 4/3 qui apparaît dans la formule de Lorentz (voir par exemple, Enrico Fermi, *Correzione di una grave discrepanza tra la teoria delle masse elettromagnetiche e la teoria della relativita, Rendiconti dei Lincei,* vol. 31, 1922, p. 184-187 et 306-309). Einstein s'est penché sur la question. Il pensait que trois quarts de la masse de l'électron étaient d'origine électromagnétique et qu'un quart était dû à l'action du champ gravitationnel – un résultat qui n'a pas tenu la route (Einstein, 1919).

IV.
Einstein entre en jeu

Vive l'impertinence,
c'est mon Ange gardien dans la vie.

Albert Einstein,
Lettre à sa fiancée.

À la recherche des « idées vraies »

Disciple de Spinoza

Einstein et Poincaré ont partagé une passion : la recherche des « idées vraies » – avec une différence. Quand il rencontre une idée vraie sur son chemin, Poincaré en fait le point de départ de ses réflexions : il veut voir jusqu'où sa poursuite le mènera. Einstein la prend pour point d'aboutissement des siennes : il veut découvrir comment la justifier en partant de principes avérés de la philosophie naturelle.

Jeune, nous l'avons vu, il avait souhaité devenir professeur de philosophie, une ambition à laquelle son père avait promptement mis fin lorsqu'il avait obligé son fils à entrer dans une école d'ingénieur (*cf.* p. 83). Le jeune homme n'en avait pas moins gardé au cœur son désir de s'adonner à la philosophie et, dans ce but, il avait fondé à Berne l'Akademie Olympia pour y étudier en toute tranquillité, en compagnie de ses amis, les grands philosophes auxquels il s'intéressait : Hume, Spinoza, Kant, Mach… et Poincaré.

Nous verrons l'influence que Poincaré a exercée sur lui. Tournons d'abord notre attention sur celle de Spinoza.

Deux conceptions fondamentales de la philosophie de Spinoza paraissent avoir exercé sur Einstein une influence particulière. La première : contre Descartes, Spinoza concevait l'âme humaine non comme une substance dotée d'un libre-arbitre infini et échappant à l'ordre d'un mécanisme purement matériel, mais, « à l'instar d'une machine composée de parties distinctes connectées par leurs relations causales », comme une réalité soumise à des lois internes déterminées (tout en insistant sur l'idée que les parties qui la composent « ne sont pas constituées de matière, mais d'esprit »). Einstein l'a d'ailleurs écrit un jour : « Je ne crois pas que notre volonté soit libre » –, une opinion que son ami Michele Besso partageait, qui affirmait : « Je ne crois pas à la liberté de décision qui, selon Spinoza, serait une illusion[1]. »

L'autre grand tenant de la doctrine de Spinoza qui paraît avoir exercé sur Einstein une influence décisive est celui-ci : « Ce que nous *pouvons*, ce qui est en notre pouvoir, c'est nous *concentrer* sur quelques idées vraies, nous donner la peine de les *séparer* nettement des autres, en rechercher *la structure*, en discerner *le modèle, le mode de fonctionnement*, en découvrir *la puissance* et *la rigueur absolue*. » J'ai souligné dans ce texte les concepts qui permettent de mieux cerner les contours de la démarche einsteinienne : ses activités dans le domaine de la physique ont consisté au premier chef à *rechercher* des « idées vraies », en s'efforçant de les *séparer* nettement des autres et d'en découvrir *la puissance* et *la rigueur absolue*.

Mais où découvrir des « idées vraies » ? Dans ses propres réflexions... ? – peut-être, mais Einstein n'avait connu jusqu'ici que des déboires à cet égard[2].

Dans une lettre rédigée bien des années plus tard par son *alter ego* Michele Besso, on peut lire : « La façon dont tu as su réveiller une Belle au bois dormant après l'autre [en 1905] tient du conte de fée[3]. » Et de fait, à y regarder de près, chacun des quatre articles publiés par Einstein en 1905 présente une équation qui, découverte précédemment par un physicien autre que lui, était « tombée dans l'oubli[4] ».

Vive l'impertinence!

Tandis qu'au milieu de l'Atlantique Poincaré vient d'inventer la relativité, que fait Einstein à Berne? Selon son biographe, Denis Brian, « la paternité ne l'empêchait pas de poursuivre ses recherches[5]. Cet expert technique de troisième classe était à la veille de découvertes qui le hisseraient au niveau des plus grands savants de tous les temps[6]. » Cette année-là, Einstein est en fait dans un état d'esprit espiègle – que la cocasserie de la plupart des demandes de brevet qu'il est chargé d'examiner journellement et sa connivence avec son ami le « papillon » ne font qu'exacerber. 1905 est en effet l'année où il met en œuvre le plan imaginé lorsqu'il avait déclaré à sa future épouse quatre ans plus tôt : « Vive l'impertinence ! c'est mon ange gardien dans la vie[7]. » Désormais à l'abri de tout souci matériel grâce au poste qu'il occupe au Bureau des brevets, il se sent prêt à affronter le monde. Or, pour lui, à cette époque, affronter le monde c'est... publier dans les revues.

Il rédige pour commencer huit comptes rendus pour les *Beiblätter*, le troisième au sujet d'un article dans lequel le physicien britannique McFadden Orr critique vertement les tenants et les aboutissants du *Vorlesungen über Thermodynamik* de Max Planck[8], ce qui n'est pas pour déplaire à Einstein qui s'apprête lui-même à critiquer Planck dans un autre domaine.

Aux premiers jours de mars, Maurice Solovine étant subitement réapparu à Berne après une absence de six mois, Einstein écrit aussitôt à Konrad Habitch pour réclamer sa présence. Il insiste une seconde fois – le même jour, non sans humour : « Ceci est pour t'"intimer l'ordre" d'assister à quelques-unes des réunions de notre "Académie estimée" et d'augmenter ainsi de 50 % le nombre de ses participants[9]. » Occupé à préparer sa thèse de doctorat *Die Steinerschen Kreisreihen* – qu'il soumettra à l'université de Berne en juillet – Habitch ne lui répond pas. Einstein décide, avec l'aide de Solovine et Besso, de titiller le monde – et plus particulièrement les professeurs de l'Université qui l'ont outrageusement éconduit – en rédigeant d'un seul coup quatre mémoires... portant sur quatre sujets différents. L'un au moins – mais lequel ? – portera sûrement ses fruits.

Le premier est prêt le 15 mars. Michele Besso s'affole : il fait valoir à son ami que, tel qu'il est écrit, cet article risque d'offusquer Max Planck – éditeur en chef des *Annalen der Physik* à cette époque, ne l'oublions pas. Einstein révise son texte : si la forme en est adoucie, la virulence de la critique n'en est pas moins vive. Il le soumet aux *Annalen* le 17[10].

Le deuxième est prêt fin avril. Einstein le coupe en deux ; il en met la moitié de côté – ce sera sa thèse de doctorat –, et soumet l'autre aux *Annalen* le 11 mai[11].

Il relance Habicht à nouveau : « Un voile de silence est tombé sur nous. [...] Tu ne m'as toujours pas envoyé le texte de ta thèse. Et pourtant, je serais l'un de ceux qui la liraient avec attention et plaisir, pauvre idiot que tu es ! [*Sie Miserabler* !]. Je te promets de t'envoyer en échange quatre articles, le premier d'un jour à l'autre, dès que j'en aurai reçu les tirés à part [...][12]. »

Le quatrième n'est encore qu'une esquisse, mais rien ne presse.

Einstein rédige l'article qui lui a valu la gloire

Aux premiers jours de juin, Einstein n'a toujours pas déposé le texte de sa thèse à l'université de Zurich. Qu'attend-il donc pour le faire ? C'est que, selon ses biographes, depuis plusieurs jours, il a autre chose en tête : « Par un jour agréable du premier printemps, en 1905, nous disent-ils, il confia à son ami Besso qu'il ne lui manquait plus que quelques pièces de son puzzle cosmique. Mais, pour les trouver, il avait besoin que Besso soit davantage qu'un banc d'essai pour ses idées. Ils devaient mener la bataille ensemble, en duo[13]. » Délaissant leur travail au Bureau fédéral de la propriété intellectuelle, les deux amis se seraient alors lancés dans la discussion des pièces manquantes... « Mais ils durent se rendre à l'évidence qu'une journée de *brainstorming* ne leur suffirait pas pour trouver la solution des mystères qui obsédaient Einstein depuis sa jeunesse. » Celui-ci serait alors rentré chez lui, désespéré, « certain de ne jamais percer à jour les "vraies lois de la nature [...] fondées sur des faits avérés" ». Il se serait réveillé le lendemain « dans un état de grande agitation, comme si, d'après ses propres mots, "un orage avait éclaté dans son cerveau" : [...] il avait enfin percé "les pensées de Dieu" et touché du doigt le plan directeur de l'Univers ». Banesh Hoffmann, qui fut de 1935 à 1937 le collaborateur d'Einstein à Princeton, racontait : « Einstein disait avoir effectué sa principale découverte au réveil, un matin, en "voyant" littéralement d'un coup la solution[14]. »

En réalité, les choses se sont passées de façon moins dramatique.

Début juin, le fascicule des *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences* de Paris contenant la Note présentée par Poincaré à l'Académie le 5 juin arrive à Berne. Mettant fin à ses tergiversations, Einstein se lance aussitôt dans la rédaction finale du quatrième article qu'il avait mis en chantier au printemps. Travaillant tard chez lui, il le termine aux derniers jours de juin et l'envoie aux *Annalen der Physik* où il arrive le 30. Une fois cet envoi fait, Mileva Einstein convainc son mari de prendre quelques jours de repos pour présenter leur fils, âgé d'un an, à ses parents à Novi Sad.

A Leipzig, début juillet, le professeur Wilhelm Röntgen, premier lauréat du prix Nobel de physique en 1901 et membre du *Kuratorium* des *Annalen*, charge son assistant, le jeune physicien russe Abram Joffe, futur membre de l'Académie des sciences de l'URSS, d'examiner l'article (ce dernier rapportera, par erreur, dans ses *Souvenirs d'Albert Einstein* que l'original, détruit depuis, était signé Einstein-Maric). Joffe examine le manuscrit, constate qu'il concerne un sujet d'actualité, l'électrodynamique – son titre est *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* [sur l'électrodynamique des corps en mouvements] –, et note que son auteur est connu des éditeurs des *Annalen*. Il en recommande la publication[15].

Il y a deux façons d'écrire une biographie : en s'attachant aux détails de la vie privée; c'est celle que les biographes d'Einstein ont, dans leur ensemble, privilégiée; ou en cherchant à mettre le doigt sur les instants « décisifs ». L'événement le plus décisif de l'ascension fulgurante d'Einstein vers la renommée, puis vers la gloire, a été l'instant où il a rencontré, pour la première fois, « l'idée vraie qui a changé le cours de sa vie ». Où? quand? et comment cela s'est-il produit? Essayons d'y voir plus clair.

Notes

1. Speziali P., *Albert Einstein, correspondance avec Michele Besso, op. cit.*, p. xxxvii.
2. En 1900, Einstein avait cru un moment avoir découvert la loi régissant les forces liant entre eux les atomes au sein d'une molécule, mais il avait dû très vite déchanter : sa théorie des « forces moléculaires » était fausse. Et il avait dû retirer en catastrophe la thèse de doctorat qu'il avait déposée à l'université de Zurich développant cette théorie.
3. Lettre de M. Besso à Einstein, *The Collected papers, op. cit.*, lettre 132, p. 199).
4. *Ibid.*
5. Denis Brian fait ici référence à la naissance du fils d'Einstein, Hans-Albert, à Berne, le 14 mai 1904.
6. Brian D., *Einstein, le génie, l'homme, op. cit.*, p. 84.
7. Lettre d'Einstein à Mileva Maric, n° 45, *Lettres d'amour et de science, op. cit.*. Éconduit en 1901 par le professeur Drude auquel il avait demandé de le prendre comme assistant, Einstein avait juré : « Désormais je ne m'adresserai plus à ce genre d'individu, je l'attaquerai sans ménagement, ainsi qu'il le mérite, en publiant dans les revues. » Il avait soumis, peu après, un projet de thèse de doctorat au professeur Kleiner de l'université de Zurich et avait déclaré : « S'il a l'audace de rejeter ma thèse, je publie la chose noir sur blanc et il sera la risée de tous! En revanche, s'il l'accepte, on verra ce qu'en dira notre honorable M. Drude... Quelle engeance à eux tous! » Kleiner ayant « osé », Einstein avait dû rageusement renoncer à son projet. (Lettres n° 38, 45 et 46).
8. Orr W. M., *Philosophical Magazine*, s. 6, 1904, p. 509.
9. Lettre d'Einstein à Konrad Habicht, 6 mars 1905, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 26.
10. Einstein A., *Annalen der Physik, op. cit.*, vol. 17, 1905, p. 132. Peu de temps après la publication de cet article, Einstein rédigea une revue du traité de Planck intitulé *Leçons sur le rayonnement thermique* paru entre-temps, dont il souligna « la merveilleuse clarté et l'unité de présentation » – tout en reprochant à Planck, cependant, de n'être parvenu à réaliser son objectif « qu'en utilisant une hypothèse formulée par analogie », *Beiblätter*, vol. 30, 1906, p. 764.
11. Einstein A., *Annalen der Physik,op. cit.*,vol. 17, 1905, p. 549.
12. Lettre d'Einstein à Konrad Habicht, 18 ou 25 mai 1905, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. 5, doc. 27.
13. Brian D., *Einstein, a life, op. cit.*, p. 85.
14. Selon Denis Brian : « La révélation d'Einstein à son réveil ce matin-là touchait [...] au secret même de la création. [...] Rencontrant Besso plus tard dans la même journée [...], il se contenta de le saluer d'un : "Merci. J'ai complètement résolu le problème." La version finale de l'article [...] ne comporta curieusement ni note de bas de page ni référence, comme si l'inspiration lui était venue, sinon de Dieu, du

moins d'une source étrangère à ce monde. » (*Einstein, a life, op. cit.,*, p. 86.) Pour Banesh Hoffmann, l'idée de départ « avait brusquement fait irruption dans l'esprit conscient d'Einstein après lui avoir tourné dans la tête pendant des années » (Banesh Hoffman, 29 octobre 1982, cité par Denis Brian, *ibid.*, p. 502).

Dans une interview donnée en 1950 à Robert Shankland, professeur de physique au Case Institute of Technology de Cleveland, Einstein s'est contenté de suggérer qu'en physique « les solutions se présentent souvent par des voies indirectes ». « Conversations with Albert Einstein », *American Journal of Physics*, vol. 31, 1963, p. 37-47.

15. En 1943, le bibliothécaire de l'université de Princeton demanda à Einstein d'offrir le manuscrit de son article sur la relativité au Comité de soutien des écrivains à l'effort de guerre (Book and Authors War Bond Committee). Einstein lui répondit qu'il avait détruit le manuscrit en même temps que celui de sa thèse en 1905. Il accepta néanmoins de le reproduire. Sa secrétaire Helen Dukas lui en dicta le texte à voix haute et Einstein le rédigea à nouveau de sa main. Helen Dukas a raconté que, pendant la dictée, Einstein l'interrompait presque à chaque phrase pour demander : « Est-ce moi qui ai dit ça? » Quand elle répondait par l'affirmative, il hochait la tête en marmonnant : *Das hätte ich einfacher sagen können* (« J'aurais pu dire cela plus simplement. ») Vendu aux enchères à Kansas City le 3 février 1943, il fut acquis pour plus de six millions de dollars – une somme considérable à l'époque – par la Kansas City Life Insurance Company. Il se trouve aujourd'hui à la librairie du Congrès de Washington. F. E. Brasch, *Library of Congress Quartely*, vol. 2 (4), 1945, p. 39.

« Disciple » de Poincaré

Les circonstances

Le 30 juin 1905, au moment où l'article d'Einstein intitulé *Zur Elektrodynamic bewegter Körper* arrive au siège des *Annalen der Physik* à Leipzig, la situation concernant la relativité est la suivante :

1° Poincaré a énoncé, six ans plus tôt, la relation d'équivalence $E = mc^2$.

2° Il a annoncé sa découverte d'une nouvelle « loi générale de la nature », baptisée par lui *principe de relativité.*

3° Il a formulé le principe selon lequel la vitesse de la lumière dans le vide est une limite « infranchissable », ce qui permet de poser $c = 1$ dans les équations de l'électrodynamique.

4° Il a mis au point les équations de la transformation, baptisée par lui *transformation de Lorentz,* qui laissent invariantes les équations de l'électromagnétisme.

5° Il a mis en évidence le groupe de transformations baptisé par lui *groupe de Lorentz* et déterminé ses invariants.

6° Il a inventé l'« espace à quatre dimensions », futur « espace-temps », pour servir de cadre à la « Mécanique nouvelle » née de l'ensemble de ces travaux novateurs.

7° Il a présenté à l'Académie des sciences de Paris sa Note résumant l'ensemble de ces travaux.

En un mot, la relativité dite « restreinte » a été inventée et l'électrodynamique des corps en mouvement a atteint un niveau élevé de perfectionnement. Que restait-il à faire ?

Où Michele Besso entre en jeu

Lecteur infatigable, Michele Besso consignait inlassablement des notes dans des cahiers ou même directement dans la marge des livres qu'il lisait. Son biographe rapporte qu'après sa mort, il découvrit chez lui « des milliers de livres, pour la plupart annotés, des milliers de lettres [...], des centaines de cahiers sur les sujets les plus divers...[1] » A la suite de quoi, Besso était devenu une source inépuisable d'« idées vraies », découvertes chez les grands auteurs qu'il étudiait.

A la fin de son article sur la relativité, Einstein écrit : « En terminant, je tiens à dire que mon ami et collègue M. Besso m'a constamment prêté son précieux concours, pendant que je travaillais à ce problème, et que je lui suis redevable de maintes suggestions intéressantes. »

De fait, la nature subtile de la collaboration entre les deux amis éclate à chaque ligne de l'article de 1905 et elle explique pourquoi, bien qu'impeccablement rédigé, cet article souffre néanmoins d'incohérences logiques.

Sous l'éclairage de Poincaré

Intitulé *Zur Elektrodynamic bewegter Körper* dans la version allemande d'origine (et « Sur l'électrodynamique des corps en mouvement » dans la version française qu'en a donnée Maurice Solovine, traducteur officiel d'Einstein pour le français), l'article est composé d'une courte Introduction, suivie de deux parties intitulées « Partie cinématique » et « Partie électrodynamique ». Composée de quatre paragraphes, l'Introduction présente un intérêt particulier : Einstein y donne le « *la* » de ce qui va suivre. Ardent lecteur de Poincaré, il y présente trois « idées vraies » qu'il a extraites des écrits de ce dernier (avec, pour la première au moins, le concours de Michele Besso). « On sait, écrit-il, que l'Electrodynamique de Maxwell, telle qu'elle est conçue aujourd'hui, conduit, quand elle est appliquée aux corps en mouvements, à des asymétries qui ne semblent pas être inhérentes aux phénomènes. » Comme exemple de cette asymétrie supposée, il cite le problème dit de la « dynamo unipolaire », qui avait opposé farouchement deux camps aux derniers jours du siècle finissant et dont la solution finale avait été donnée en avril 1900... par Henri Poincaré en personne dans son traité *L'Eclairage électrique.*

Pourquoi Einstein ressuscite-t-il ici, en le plaçant au tout début de son article, un problème déjà résolu et devenu caduque? C'est qu'il veut s'approprier l'« idée vraie » proposée par Poincaré pour le résoudre..Un peu plus loin dans son article, il explique en effet : « Il est en outre évident que l'asymétrie mentionnée dans l'Introduction disparaît quand il s'agit de courants engendrés par le mouvement relatif d'un aimant et d'un conducteur. » Et il conclut : « Les questions concernant le "siège" des forces électromotrices d'induction (machines unipolaires) deviennent complètement superflues. »

Le second des quatre paragraphes qui composent l'Introduction du célèbre article est formé de deux phrases dont la seconde affirme : « Les expériences entreprises pour démontrer le mouvement de la Terre par rapport au "milieu où se propage la lumière" [*"Lichtmedium"*] et dont les résultats furent négatifs, font naître la conjecture que ce n'est pas seulement dans la mécanique qu'aucune propriété des phénomènes ne correspond à la notion de mouvement absolu, mais aussi dans l'électrodynamique. »

Einstein énonce ici, en termes à peine modifiés, la « loi générale de la nature » proposée par Poincaré un an plus tôt. Il manifeste cependant une prudence épistolaire dans ce texte : il ne dit pas « l'éther », il dit « le milieu où se propage la lumière [*"Lichtmedium"*] » ; il ne dit pas « comme Poincaré l'a suggéré », mais « font naître la conjecture », etc.

Au troisième paragraphe, Einstein écrit : « Nous voulons élever cette conjecture au rang d'une hypothèse. » Lecteur chevronné de *La*

Science et l'Hypothèse, il sait l'importance que Poincaré attache à l'énonciation claire des hypothèses sur lesquelles un physicien fonde sa théorie. Au chapitre XIII de son ouvrage, Poincaré remarque par exemple : « Ampère a intitulé son immortel ouvrage "Théorie des phénomènes électrodynamiques *uniquement* fondée sur l'expérience". Il s'imaginait donc qu'il n 'avait fait *aucune* hypothèse; il en avait fait pourtant [...] ; seulement il les avait faites sans s'en apercevoir[2]. » En proposant "d'élever" la *conjecture* de Poincaré au rang d'une *hypothèse* – sans doute à la suggestion de Besso, très « à cheval » sur ce genre de choses –, Einstein couvre donc ses arrières.

Restait à donner un nom à cette conjecture devenue une hypothèse. Dans sa Note à l'Académie, Poincaré avait placé entre parenthèses le nom qu'il souhaitait donner à la transformation qu'il venait de mettre au point : « ... (que j'appellerai du nom de *Lorentz*) ... ». Einstein place entre parenthèses, lui aussi, le nom qu'il attribue à la conjecture : « ... (dont le contenu sera appelé dans ce qui suit "principe de relativité"). »

Ayant transformé le principe de relativité en « hypothèse », Einstein formule un second postulat – qu'il qualifie d'abord de simple « supposition » : « [Nous voulons] introduire en outre la supposition [...] que la lumière se propage toujours dans le vide avec une certaine vitesse *c* indépendante de l'état de mouvement de la source lumineuse. » C'est l'hypothèse « c = 1 » de la Mécanique nouvelle de Poincaré.

Pour mieux le mettre en évidence, j'ai volontairement laissé de côté dans cet énoncé le segment de phrase : « [supposition] qui n'est qu'en apparence incompatible avec ce principe » qui complète la phrase. « Nous n'avons pas encore fourni la preuve que le principe de constance de la vitesse de la lumière s'accorde avec le principe de relativité », dira Einstein plus loin. De toute évidence, fournir cette preuve constitue l'enjeu majeur de l'analyse à laquelle il a l'intention de se livrer.

Fausse note!

Jusqu'ici, Einstein a repris à son compte avec l'aide de Besso les deux postulats fondamentaux qui sous-tendent la Mécanique nouvelle poincaréenne : le principe de relativité et le principe de la constance de la vitesse de la lumière. Il assure alors le lecteur « qu'en s'appuyant sur la théorie de Maxwell, on peut arriver à construire à l'aide de ces deux suppositions une Electrodynamique des corps en mouvement simple et exempte de contradictions ».

En conclusion de son Introduction, il introduit alors – sans la présenter en ces termes – une troisième « supposition » : « La théorie que nous allons exposer s'appuie, *comme toute Electrodynamique,* sur la cinématique du corps rigide... [souligné par moi] ».

La « cinématique du corps rigide » évoquée ici renvoie aux travaux d'Ernst Mach que Besso avait fait découvrir à Einstein plusieurs années auparavant – à la suite de quoi, Mach était devenu l'un des auteurs favoris des membres de l'Academie Olympia. Or, comme Besso lui-même l'a souligné dans une lettre adressée à Einstein de Genève en 1947, « l'enseignement de Mach renvoie de façon décisive aux phénomènes *observables* – et peut-être indirectement, aux horloges et aux mesures[3] ». Einstein affirme donc : « Les énoncés de toute théorie visent aux rapports entre des corps rigides [...], des horloges et des processus électromagnétiques » et conclut : « L'oubli de cette circonstance est l'origine des difficultés avec lesquelles l'Electrodynamique des corps en mouvement a actuellement à lutter. »

Nous allons voir que cette troisième « supposition », subrepticement introduite par Einstein dans la construction de sa théorie, constitue le « baiser de la mort » : après avoir (ultérieurement) analysé ses implications, il l'a lui-même déclarée être « incompatible » avec ses deux autres postulats.

Et l'éther?

L'Introduction contient une phrase dans laquelle Einstein affirme : « On verra que l'introduction d'un "éther lumineux" devient superflue par le fait que notre conception ne fait aucun usage d'un "espace absolu au repos" doué de propriétés particulières, et ne fait pas correspondre à un point de l'espace vide, où ont lieu des processus électromagnétiques, un vecteur de vitesse. »

Il venait pourtant d'assurer le lecteur « qu'en s'appuyant sur la théorie de Maxwell », on pouvait arriver à construire à l'aide de ses deux suppositions une Electrodynamique des corps en mouvement « simple et exempte de contradictions ».

Dans son cours sur l'Electricité et l'Optique professé en Sorbonne en 1888, Poincaré apporte cette précision : « La caractéristique de la théorie de Maxwell est le rôle prépondérant qu'y jouent les diélectriques [corps non conducteurs de l'électricité]. Maxwell suppose toute la matière des diélectriques occupée par un fluide élastique hypothétique, analogue à *l'éther* qui, en Optique, est supposé remplir les corps transparents ; il l'appelle *électricité*[4]. »

En proposant de « s'appuyer » sur la « théorie de Maxwell », Einstein n'entendait assurément pas se faire l'apôtre de l'existence du « fluide élastique hypothétique » appelé « électricité » par Maxwell. Il n'empêche : quel que soit le nom qu'on lui donne, ce « fluide » est un élément essentiel de la « théorie de Maxwell » sur laquelle Einstein nous dit s'être « appuyé ». Son « élimination » de l'éther n'est donc qu'une illusion verbale.

Pour conclure cette brève analyse de l'Introduction de *Zur Elektrodynamik*, revenons sur la phrase « L'oubli de cette circonstance est l'origine des difficultés avec lesquelles l'Electrodynamique des corps en mouvement a actuellement à lutter. » Elle reflète la pensée profonde, la pensée intime d'Einstein, le philosophe : il pense avoir découvert une « idée vraie » susceptible de mettre de l'ordre dans les affaires de l'« Electrodynamique des corps en mouvement ». Restait à la mettre en œuvre. C'est ce à quoi il s'emploie dès les premières lignes de la Partie cinématique de son article.

Notes

1. Speziali P., *Albert Einstein, correspondance avec Michel Besso, op. cit.* p. xii.
2. Poincaré H., *La Science et l'Hypothèse, op. cit.* p. 227.
3. Speziali P., *Albert Einstein, correspondance avec Michel Besso, op. cit.* p. 228.
4. Poincaré H, *Electricité et Optique, op. cit.*, chap. II, §17, p. 14.

La relativité est une « illusion d'optique » !

Adepte de Newton

Après son emménagement à Berlin en 1914, Einstein fit accrocher au mur de son bureau de l'*Haberlandstrasse* une gravure représentant celui dont il a été toute sa vie un admirateur inconditionnel : Newton[1]. C'est qu'il partageait l'une des convictions intimes du grand savant, conviction qu'il a lui-même exprimée en ces termes : « *Rafinier ist der Herrgott*... Dieu est raffiné, mais il n'est pas malicieux. » Interrogé sur le sens qu'il convenait d'attacher à cette déclaration, il expliqua : « La nature cache ses secrets, mais elle ne le fait pas en employant la ruse[2]. »

La donnée fondamentale de l'attitude d'Einstein apparaît clairement dès les premiers mots de la « Partie cinématique » de son article de 1905 – celle que les biographes considèrent généralement comme constituant sa grande contribution à l'édification de la théorie de la relativité. Einstein écrit : « Soit donné un système de coordonnées dans lequel les équations mécaniques de Newton sont valables. Pour en préciser le sens et le distinguer de ceux que nous introduirons plus tard, nous voulons l'appeler "système au repos". » Au repos par rapport à quoi ? Il ne le précise pas, mais la suite de son texte permet de le découvrir : « Si un point matériel se trouve au repos relativement à ce système de coordonnées, sa position par rapport à ce dernier peut être déterminée au moyen de règles rigides, en faisant usage des méthodes de la géométrie euclidienne, et exprimée en coordonnées cartésiennes. »

Le postulat de l'existence de « tiges rigides » dans la nature est celui qu'Einstein a récusé peu de temps après l'avoir formulé, nous le verrons. Mais ce postulat n'est pas le seul qui l'ait desservi ; il a également postulé l'existence d'« horloges synchrones ».

Il l'indique dans la quatrième phrase de son texte : « Si nous voulons décrire le *mouvement* d'un point matériel, nous exprimons les valeurs de ses coordonnées en fonction du temps. » Or, remarque-t-il, « il ne faut pas perdre de vue qu'une telle description mathématique n'a de sens physique qu'à condition de se rendre préalablement compte de ce qu'il faut entendre ici par "temps" ».

Un célèbre dicton affirme que l'intelligence est « ce que le test "QI" mesure ». Dans le même esprit, Einstein adopte l'idée que le temps est ce que les horloges mesurent. Encore faut-il, pour que la définition soit utile, que ces horloges soient « synchrones », c'est-à-dire que – au moins quand elles sont « au repos » – elles mesurent toutes « le même temps ».

La simultanéité selon Einstein

Pour mesurer le temps, Einstein invente une « règle » de son cru : « Soit placée en un point A de l'espace une horloge. Un observateur qui s'y trouve peut évaluer la durée des évènements qui se déroulent dans le voisinage immédiat de A en notant la position des aiguilles simultanées à ces évènements. » De même : « En supposant placée au point B de l'espace une autre horloge [...] un observateur qui s'y trouve pourra également évaluer la durée des évènements qui se déroulent dans son voisinage immédiat. » Puis il remarque : « Jusqu'à présent, nous n'avons qu'un "temps A" et un "temps B"., mais pas de "temps commun à A et B". » Pour résoudre la difficulté, il propose la « règle » suivante : « Ce dernier "temps" peut être défini en posant *par définition* que le "temps" nécessaire à la lumière pour aller de A à B est égal au "temps" qu'elle met pour aller de B à A. »

C'est là que le bât blesse. Dans une étude sur la simultanéité de deux événements qui se produisent à des endroits de l'espace éloignés l'un de l'autre (publiée en 1898), Poincaré avait signalé la difficulté inhérente à ce type de considérations[3].

« Imaginons, écrit Poincaré, deux observateurs qui veulent régler leurs montres par des signaux optiques; ils échangent des signaux, mais comme ils savent que la transmission de la lumière n'est pas instantanée, ils prennent soin de les croiser. Quand la station B aperçoit le signal de la station A, son horloge ne doit pas marquer la même heure que celle de la station A au moment de l'émission du signal, mais cette heure augmentée d'une constante représentant la durée de la transmission. » Il poursuit : « Supposons, par exemple, que la station A envoie son signal quand son horloge marque l'heure zéro, et que la station B l'aperçoive quand son horloge marque l'heure t. Les horloges sont réglées si le retard égal à t représente la durée de la transmission, et pour le vérifier la station B expédie à son tour un signal quand son horloge marque zéro, la station A doit alors l'apercevoir quand son horloge marque t. Les montres sont alors réglées. »

Mais tout n'est pas fini, car… « Elles marquent la même heure au même instant physique, mais à une condition, c'est que les deux stations soient fixes. Dans le cas contraire, la durée de la transmission ne sera pas la même dans les deux sens, puisque la station A par exemple marche au devant de la perturbation optique émanée de B, tandis que la station B fuit devant la perturbation émanée de A. » Il en conclut : « Les montres réglées de la sorte ne marqueront donc pas le temps,vrai, elles marqueront ce que l'on peut appeler le temps local, de sorte que l'une d'elles retardera sur l'autre. » Cela importe-t-il? « Non, puisque nous n'avons aucun moyen de nous en apercevoir. Tous les phénomènes que se produiront en A par exemple seront en retard, mais tous le seront également, et l'observateur ne s'en apercevra pas puisque sa montre retarde. » Et Poincaré d'en tirer la grande leçon générale : « Ainsi, comme le veut le principe de relativité, il n'aura aucun moyen de savoir s'il est en repos ou en mouvement absolu ».

Pouvoir préparer par l'échange de signaux lumineux un ensemble d'horloges rigoureusement synchrones constitue une hypothèse qu'Einstein ne formule pas formellement sous l'étiquette de « postulat », de « supposition » ou d'« hypothèse », mais qu'il place néanmoins au cœur de sa théorie en voie de formation, ajoutant cependant prudemment : « Nous supposons que cette définition soit à l'abri de toute contradiction et valable pour un nombre quelconque de points, et que par conséquent les relations suivantes soient généralement vraies : 1° si l'horloge en B est synchrone avec celle en A, l'horloge en A est synchrone avec celle en B. 2° Si l'horloge en A est synchrone avec l'horloge en B, ainsi qu'avec l'horloge en C, les horloges en B et en C seront synchrones entre elles. »

C'est précisément ce que Poincaré nous dit qu'il est impossible d'assurer (et donc de vérifier).

Einstein dérive la formule du « temps local »

Einstein considère un système « au repos » et un système « en mouvement » dans la direction de « l'axe des x » à la vitesse constante v par rapport au premier. Tout au long de « l'axe des x », dans le système au repos, il place côte à côte des horloges synchrones. Selon ses critères, ces horloges indiquent toutes *le même temps au même instant physique*. Ce temps est celui que Lorentz, dans sa formulation, appelle le temps « vrai ». Einstein l'appelle « le temps du système au repos » et il le désigne par le symbole t : « t signifie toujours le temps du système au repos ».

Il installe (en pensée) dans le système en mouvement une source capable d'émettre sur demande un « signal lumineux » dans la direction de l'axe des x, et un miroir capable de réfléchir ce signal vers la source. Puis il place un « observateur » muni d'une horloge synchrone près de la source lumineuse et un second observateur, également muni d'une horloge synchrone, près du miroir.

Au moment où son horloge indique le temps τ_0, l'observateur stationné près de la source déclenche le signal lumineux. Il regarde en même temps l'horloge placée en face de lui dans le système au repos. Elle indique le temps t_0. Le signal se dirige vers le miroir, qu'il atteint à l'instant τ_1 selon l'indication de l'horloge placée près du miroir, et à l'instant t_1 selon l'indication de l'horloge placée dans le système au repos en face du miroir. Réfléchi par le miroir, le signal prend le chemin du retour vers la source, qu'il atteint à l'instant τ_2, selon l'indication donnée par l'horloge placée près de la source, et à l'instant t_1, selon celle donnée par l'horloge du système au repos placée à l'endroit correspondant à celui où la source se trouve à cet instant. La distance entre la source et le miroir, placés l'une et l'autre à bord du système en mouvement, je le rappelle, est supposée ne pas avoir varié pendant la durée de l'expérience. Einstein suppose donc rigoureusement égales la durée du trajet « aller » et celle du trajet « retour » et pose : $\tau_1=(1/2)(\tau_2-\tau_0)$.

C'est ici que se manifeste une différence fondamentale entre sa démarche et celle de Poincaré. Pour Poincaré, nous l'avons vu, lors du trajet « aller », le miroir a « fui » devant le signal lumineux, alors que, lors du trajet « retour », la source a « marché » à ses devants. La relation $\tau_1=(1/2)(\tau_2-\tau_0)$ n'est donc pas rigoureusement valable. Einstein postule, au contraire, qu'elle s'applique ici en toute rigueur. Selon lui, c'est seulement lorsque la durée du trajet est déterminée au moyen des horloges du système au repos qu'une différence se manifeste entre la durée du trajet aller et celle du trajet retour.

Observé depuis le système au repos, le système en mouvement se déplace à la vitesse v. le long de l'axe des x. Parti de la source à l'instant t_0 et parvenu sur le miroir à l'instant t_1, le signal a mis un temps égal à t_1-t_0 pour effectuer le trajet « aller », selon les indications fournies par les horloges du système au repos. Pendant la durée de ce trajet, le système en mouvement, et donc le miroir, ont avancé sur une distance égale à $v(t_1-t_0)$. Einstein désigne par x_0 la position où se trouvait le miroir sur l'axe des x à l'instant t_0. La distance totale parcourue par le signal pendant le trajet « aller » est donc égale à $x_0+ v(t_1-t_0)$. Le signal a parcouru cette distance à la vitesse de la lumière, c. On a donc : $x_0+ v(t_1-t_0)=c(t_1-t_0)$, d'où l'on tire sans peine : $t_1=t_0+x_0/(c-v)$.

Pendant le trajet « retour », le système en mouvement continuant d'avancer à la vitesse v, la source se rapproche du signal au fur et à mesure qu'il se dirige vers elle. En suivant la même procédure que celle utilisée pour le parcours « aller », on obtient au bout du compte : $t_2=t_0+x_0/(c-v)+x_0/(c+v)$.

Les indications t_0, t_1, t_2 ainsi obtenues correspondent aux indications τ_0, τ_1, τ_2, fournies par les horloges du système en mouvement, puisque ces indications renvoient aux mêmes « évènements », nommément le départ, la réflexion et le retour du signal. Einstein pose donc :

$$\tau_0=t_0$$
$$\tau_1=t_0+x_0/(c-v)$$
$$\tau_2=t_0+x_0/(c-v)+x_0/(c+v).$$

Ces relations montrent que τ, qui mesure le « temps local » propre au système en mouvement, est une fonction de t, c'est-à-dire du « temps au repos » – du temps « vrai » dans la conception de Lorentz. Il s'agit maintenant de déterminer la forme de cette fonction.

Le chapeau du magicien

Au point de départ de son analyse, Einstein a supposé *par définition* (l'expression est de lui), que, de façon générale, « le "temps" nécessaire à la lumière pour aller de A à B est égal au "temps" qu'elle met pour aller de B à A ». Il pose donc : $\tau_1=(1/2)(\tau_2-\tau_0)$ pour décrire l'aller-retour effectué par le signal lumineux observé par les observateurs du système en mouvement, puis il postule que cette égalité entre la durée du trajet « aller » et celle du trajet « retour » reste valable quand elle est déterminée au moyen des horloges du système au repos. Il pose donc :

$$t_0+x_0/(c-v) = (1/2)[t_0+t_0+x_0/(c-v)+x_0/(c+v)].$$

L'indication t_0 du temps de départ du signal disparaît de cette équation ; il reste :

$$x_0/(c-v) = (1/2)[x_0/(c-v)+x_0/(c+v)].$$

C'est l'équation fondamentale du système relativiste d'Einstein. Notons qu'elle repose, *de facto*, sur un postulat nouveau, que l'on pourrait exprimer ainsi : « Le "temps" nécessaire à la lumière pour aller de A à B ou de B à A est toujours égal à la moitié du "temps" qu'elle met pour faire l'aller-retour entre A et B. »

Voyons comment Einstein tire de son équation, fondée sur ce postulat, la formule du temps local.

Il remarque, pour commencer, que le temps t_0 qui repère l'instant de départ du signal est arbitrairement choisi. Il remplace donc t_0 par t. La variable τ qui représente le temps local devient alors une fonction de t et de x_0 (j'omets les arguments y et z qui ne jouent aucun rôle dans cette affaire, le mouvement du système se produisant le long de l'axe des x). Soit donc $\tau(x,t)$ cette fonction. Selon le schéma d'Einstein, elle satisfait à l'équation

$$\tau(x_0, t+x_0/(c-v)=(1/2)[\tau(0,t)+\tau(0,t+x_0/(c-v)+x_0/(c+v)].$$

À ce stade du raisonnement, la valeur de la fonction $\tau(x,t)$ est connue en trois points de l'axe des x seulement. Comment tirer de ce maigre bilan une forme de la fonction qui soit valable sur l'ensemble des points de l'axe des x ? Einstein y parvient – après avoir vraisemblablement eu recours aux services de Michele Besso, meilleur mathématicien que lui.

L'une des « maintes suggestions » proposées à Einstein par Besso paraît en effet se manifester ici – et d'autant plus nettement qu'Einstein se contente de la consigner dans son article comme si elle était pleinement « évidente » : il transforme l'équation portant sur les trois points en une équation aux dérivées partielles, de portée générale. Il se borne à constater : « D'où il vient, en donnant à x_0 une valeur infiniment petite

$$(1/2)[1/(c-v)+1/(c+v)](\partial\tau/\partial t)=\partial t/\partial x_0+(\partial\tau/\partial t)/(c-v),$$

$$\text{ou } \partial\tau/\partial x_0+[v/(c^2-v^2)](\partial\tau/\partial t)=0 \text{ »}$$

et il glisse rapidement sur la suite pour aboutir au bout du compte au résultat désiré, qu'il énonce en ces termes : « Il suit de ces équations [...] que $\tau=a[t-vx_0/(c^2-v^2)]$ où a est provisoirement une fonction inconnue... »

Il fait ici un choix malencontreux de notation : il remplace le symbole a représentant sa fonction « provisoirement inconnue » par un nouveau symbole, « $\varphi(v)$ », donnant ainsi l'impression qu'il a posé $a=\varphi(v)$. Or, il n'en est rien. Un peu plus loin dans son calcul, il écrit en effet : « En mettant pour x_0 sa valeur [c'est-à-dire $x_0=x-vt$], on a $\tau=\varphi(v)\beta(t-vx/c^2)$, où $\beta=1/\sqrt{(c^2-v^2)}$ et φ est une fonction de v provisoirement inconnue ». Or, cette nouvelle fonction $\varphi(v)$ n'a pas pour valeur a, mais βa. À la suite de quoi, un facteur β va systématiquement manquer dans chacune des équations contenant $\varphi(v)$ proposées dans la suite du calcul. Étourderie ? sans doute. Tout rentre ern effet dans l'ordre si l'on tient compte de ce changement incongru de notation.

Einstein démontre ensuite que l'on doit avoir $\varphi(v)=1$ (voir ci-après) – ce qui correspond à la condition « l=1 » de Lorentz et de Poincaré – et il écrit la formule du temps local (qu'il n'appelle pas de ce nom) sous sa forme finale... qui est, à un détail près, la même que celle proposée par Lorentz[4].

La relativité de l'espace

Ayant obtenu la formule du temps local sous la forme de la solution d'une équation aux dérivées partielles, Einstein tourne son attention sur la transformation des coordonnées d'espace. Il affirme : « Grâce à ce résultat, il devient facile de déterminer [les coordonnées d'espace dans le système en mouvement] en exprimant par des équations que la lumière [...] se propage aussi dans le système en mouvement avec la vitesse c. »

[Seule importe pour l'essentiel la coordonnée qui mesure l'espace le long de « l'axe des x ». Pour plus de clarté dans ce qui suit, j'utiliserai le symbole x' pour désigner cette coordonnée en remplacement du symbole ξ utilisé par Einstein.]

Revenons à la formule einsteinienne du temps local, $\tau=a[t-vx_0/(c^2-v^2)]$. Le signal lumineux se propage à la vitesse c ; on a donc $x'=c\tau$. En combinant les deux équations, on obtient : $x'=ca[t-vx_0/(c^2-v^2)]$. Arrive ici une phrase sur laquelle je m'arrêterai un instant, car elle témoigne d'une certaine confusion dans l'esprit – en tout cas dans le langage – d'Einstein à ce stade de son raisonnement. Il écrit :« Le rayon lumineux se propage relativement à l'origine du système en mouvement, si la mesure est effectuée dans le système au repos, selon la vitesse $c-v$, de sorte qu'on a $x_0/(c-v)=t$. »

En construisant la vitesse $c-v$, Einstein applique une « règle d'addition des vitesses » purement galiléenne – c'est-à-dire non-relativiste ! Ou bien il a mal exprimé sa pensée ; ou bien il a introduit subrepticement, par le biais de cette construction, un artifice de calcul ayant pour but l'obtention du résultat désiré. En effet, si l'on admet que le signal lumineux se déplace par rapport à l'origine du système en mouvement selon la vitesse $c-v$ « quand la mesure est effectuée dans le système au repos », alors on trouve, comme Einstein le suggère, $t=x_0/(c-v)$.

Un second artifice apparaît un peu plus loin dans le calcul : Einstein remplace x_0 dans cette équation par $x-vt$... ce qui revient à supposer que le point fixe x_0 du système en mouvement se déplace le long de l'axe des x en accord avec la formule classique de la mécanique de Galilée ! En combinant les deux artifices, Einstein obtient le résultat final désiré, $x'=\beta(x-vt)$, avec $\beta=1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$.

Il est intéressant de constater que la dérivation de la relativité de l'espace ainsi proposée découle directement de l'utilisation de la formule du temps local – une constatation qui a conduit Hermann Minkowski, qui avait été professeur au Polytechnikum de Zurich à l'époque où Einstein y était élève, à remarquer, trois ans plus tard : « Ni Einstein ni Lorentz ne se sont attaqués au concept de l'espace [...]. Et pourtant, par un acte d'audace de hautes mathématiques, il devrait être possible de découvrir pour l'espace une violation correspondante à celle découverte pour le temps. » (*cf.* p. 202). Peut-être, Minkowski avait-il aperçu la faiblesse du raisonnement proposé par Einstein en 1905 pour définir la relativité de l'espace.

À nouveau l=1

Il reste à Einstein à démontrer que sa fonction « provisoirement inconnue » $\varphi(v)$ a nécessairement pour valeur $\varphi(v) = 1$ – en accord avec le résultat l=1 du calcul de Lorentz et de Poincaré.

Pour établir ce résultat, il introduit dans son analyse un nouveau système de coordonnées, dont il nous dit qu'il effectue par rapport au système en mouvement un mouvement de translation à la vitesse $-v$ dans la direction de l'« axe des x ». De toute évidence, ce système n'est autre que le système au repos qui effectue, lui aussi, par rapport au système en mouvement considéré comme immobile, un mouvement de translation à la vitesse $-v$. [Chacun de nous a rencontré au moins une fois dans sa vie ce problème sous la forme suivante : assis dans un train, je regarde le quai par la fenêtre ; le train se met lentement en marche ; j'ai l'impression que c'est le quai qui se déplace...].

« En appliquant deux fois les équations de transformation », Einstein constate – comme il le fallait bien ! – que son nouveau système est l'image parfaite du premier [le système au repos]. Il en conclut que l'on doit avoir $\varphi(v)\varphi(-v)=1$. Il « prouve » ensuite que $\varphi(v)=\varphi(-v)$). En combinant ces deux résultats, il obtient $\varphi(v)=1$.

Pour établir la relation$\varphi(v)$=($\varphi(-v)$, il imagine une « tige rigide » de longueur L placée verticalement par rapport à l'axe des x dans le système en mouvement. Mesurée depuis le système au repos, la longueur de cette tige est $L/\varphi(v)$, si le système en mouvement se déplace dans un sens ; $L/\varphi(-v)$ s'il se déplace dans l'autre sens. Pour des raisons de symétrie, on doit avoir $L/\varphi(v)=L/\varphi(-v)$ et, par conséquent, $\varphi(v)=\varphi(-v)$.

Les physiciens dans leur ensemble n'ont pas retenu les raisonnements – laborieux, il faut le dire – proposés par Einstein pour « établir » les équations de la transformation de Lorentz pour l'espace et le temps. Mais ils ont retenu que, grâce à Einstein, le temps « local » et le temps « vrai » ont été mis sur un pied d'égalité – un résultat qu'Yves Pierseaux, qui s'est livré à une étude détaillée de la question, énonce en ces termes : « En résumé, Einstein retrouve formellement à partir de l'identité des horloges lumineuses dans les deux systèmes [le système au repos et le système en mouvement] l'expression du temps local de Lorentz-Poincaré – mais, [ajoute-t-il], il ne s'agit plus d'un temps local τ adjoint au temps vrai *t*, car la variable cachée est éliminée : le temps τ définit l'état ("ensemble τ des indications des horloges") du système en mouvement *k* exactement comme le temps *t* traduit l'état ("ensemble t des indications des horloges") du système au repos K[5]. »

Espiègle comme à son habitude, et bon enfant, Einstein a expliqué : « Etonnamment, il s'est avéré qu'un concept du temps suffisamment affûté était tout ce qui était nécessaire pour surmonter les difficultés [lesquelles ?]. Il suffisait de réaliser que le concept appelé « temps local » par Lorentz pouvait être considéré comme définissant le temps en général ». Lorentz a déclaré, quant à lui : « J'avais l'idée qu'il y a une différence essentielle entre les systèmes *x*, *t* et *x'*, *t'*. [...] En particulier, la variable *t'* ne pourrait pas être appelée le "temps" dans le même sens que la variable *t*. »

Que faut-il penser de tout cela ? Au moyen de ses horloges lumineuses, Einstein a transformé la relativité en une sorte de jeu d'illusions d'optique auquel se livrent des observateurs tout ce qu'il y a de plus « newtoniens », chacun cherchant à mesurer avec ses propres instruments (horloges synchrones et tiges rigides) ce qui se passe dans le monde de l'autre. Pour réaliser cet exploit, il a surmonté (en les ignorant parfois) toutes les difficultés rencontrées sur son chemin. Admirons-le d'avoir eu cette audace.

Notes

1. Une reproduction de cette gravure est présentée *in* K. Sugimoto, *Albert Einstein*, Belin, 1990, p. 102.
2. Cité *in* A. Pais, *'Subtle is the Lord…'*, *op. cit.*, p. vi.
3. Poincaré H., « La mesure du temps » *in La Revue de Métaphysique et de Morale*, t. VI, janvier 1898, p. 1.
4. Plusieurs formes finales pour x' et t' étaient possibles. Einstein a opté pour celles retenues par Lorentz dans son Mémoire de 1904 en dépit du caractère peu symétrique de la formule pour t' – une indication qu'il connaissait l'existence de ce Mémoire
5. Pierseaux Y., *La « structure fine » de la Relativité Restreinte*, L'Harmattan, 1999, p. 261. Par « variable cachée » dans ce texte, Pierseaux entend « l'éther », présent, selon lui, dans la relativité de Lorentz (oui) et de Poincaré (?), absente dans celle d'Einstein (!).

Einstein termine l'article qui lui a valu la gloire

Difficulté fondamentale

Dans *La « structure fine » de la Relativité Restreinte* déjà cité, Yves Pierseaux constate : « [Le physicien américain] Miller, qui a réalisé l'étude historique la plus complète sur l'émergence de la Relativité Restreinte d'Einstein commente ainsi la déduction einsteinienne de la transformation [de Lorentz]. » Il cite ici un texte du professeur Miller dont voici la traduction : « Il est difficile d'imaginer qu'Einstein a dérivé la transformation relativiste par la méthode qu'il décrit dans son article de 1905; en fait, il ne l'a jamais plus utilisée après cela[1]. »

Pour quelle raison, peu après l'avoir élaborée, Einstein a-t-il abandonné sa déduction des équations de la transformation de Lorentz, au point de ne plus jamais l'utiliser?

Einstein a fourni lui-même la réponse à cette question... dans des circonstances qui ne manquent pas de piquant.

Lors d'une réunion de la Naturforschende Gesellschaft tenue à Zurich le 16 janvier 1911, il présente un exposé intitulé « La théorie de la relativité ». Après la conférence, une discussion s'engage. Le professeur Alfred Kleiner – celui-là même qui avait rejeté la première thèse de doctorat d'Einstein en 1901, avant d'accepter la seconde en 1905 – intervient le premier.

Il déclare solennellement : « En ce qui concerne le principe de relativité, on a dit qu'il est révolutionnaire. Cela est dit en particulier des postulats qui sont des innovations purement einsteiniennes de notre vision physique de l'Univers [...]. »

Se levant pour lui répondre, Einstein déclare : « Je désire tout d'abord remercier le professeur Kleiner pour ses paroles obligeantes à mon égard. Pour le reste, je désire faire quelques remarques. Selon la relativité, un corps rigide ne peut absolument pas exister. Imaginons une tige d'une certaine longueur. Si nous tirons sur l'une de ses extrémités, l'autre se met aussitôt en mouvement. Cela constituerait un signal se propageant à vitesse infinie [d'un bout à l'autre de la tige], signal qui pourrait être utilisé pour définir le temps, ce qui entraînerait des conséquences improbables sur lesquelles je ne m'étendrai pas ici[2]. »

En un mot, l'utilisation de « tiges rigides » en relativité est incompatible avec la théorie elle-même[34]...

Dans la « partie électrodynamique » de son article, Einstein obtient les équations pour la transformation de la force électrique et de la force magnétique des équations de Maxwell « à un facteur multiplicatif $\psi(v)$ près, qui éventuellement dépend de v ». Pourquoi écrit-il ce facteur $\psi(v)$ plutôt que $\varphi(v)$ comme la première fois ? Ce facteur serait-il différent ? Einstein ne l'explique pas, mais trouve en tout cas, là encore, qu'il faut prendre $\psi(v) = 1$.

Il fait alors une importante observation. Il imagine « une charge électrique ponctuelle de grandeur 1 se déplaçant dans un champ électromagnétique ». Il s'agit là d'un électron « Lorentzien », mais, nous l'avons vu, Einstein veut se tenir à l'écart de la théorie des électrons[5]. A la question de savoir quelle force cette charge ressent, nous connaissons déjà la réponse : c'est l'*electrische Kraft*. Or, l'*electrische Kraft* ne fait pas partie de la théorie de Maxwell sur laquelle Einstein s'appuie. L'excluant de ses considérations, il exige donc que les équations de Maxwell pour l'espace vide « soient aussi valables dans le système S' si elles le sont dans le système S ». Il établit les équations de la transformation de la force électrique et de la force magnétique des équations de Maxwell sur cette base.

Il *admet* donc, comme *point de départ* de son raisonnement, que les équations de Maxwell *doivent* conserver leur forme lorsqu'on soumet les coordonnées d'espace et de temps à une transformation de

Lorentz. Il introduit là une nouvelle hypothèse dans sa théorie[6]. La chose est d'autant plus intéressante... que si on suit cette nouvelle hypothèse, l'introduction séparée du postulat de la constance de la vitesse de la lumière (qui fait partie intégrante de la théorie de Maxwell !) devient inutile. Einstein s'en rendra lui-même bientôt compte[7].

L'*electrische Kraft* redécouverte

Einstein suppose donc que les équations de Maxwell conservent la même forme – sont invariantes – lorsqu'on les soumet à une transformation de Lorentz. Il obtient les équations de la transformation de la force électrique et de la force magnétique du champ électromagnétique sur cette base. Il constate alors une chose intéressante : une charge électrique qui serait *au repos* dans le système *en mouvement* – l'électron *idéal* des raisonnements de Lorentz – ne subirait dans ce système que la force électrique. Dans le système *au repos* dans lequel elle serait *en mouvement* – le système *absolu* de Lorentz – elle subirait en revanche, « en outre de la force électrique », une « force électromotrice », qu'en négligeant les termes en v/c à la deuxième puissance ou à la puissance supérieure, il trouve égale « au produit vectoriel de la vitesse de la charge par la force magnétique, divisé par la vitesse de la lumière ».

Nous retrouvons là l'*electrische Kraft* de Lorentz – à ceci près que pour l'obtenir, Einstein a dû négliger les termes proportionnels au carré de l'aberration. Einstein n'ajoute là rien de significatif à ce que Lorentz avait déjà dit.

Erreur subtile – et pourtant...

Aux dernières pages de son article, Einstein reprend le calcul – défini par Abraham et devenu classique – de la dynamique de l'électron *lentement accéléré*. Ce calcul débouche, nous l'avons vu, sur des formules pour la masse *longitudinale* et la masse *transversale* de l'électron[8].

Einstein choisit, pour modèle de l'électron, celui d'un corps rigide « qui, mesuré à l'état de repos, a la forme d'une sphère, et possède, quand il est à l'état de mouvement et qu'il est examiné du point de vue du système au repos, la forme d'un ellipsoïde de rotation[9] ». C'est celui utilisé par Lorentz. Einstein n'aborde cependant pas le calcul de la masse du point de vue de l'électrodynamique. Il se place plus simplement dans le cadre de la conception newtonienne qui définit la masse par l'équation $F = ma$ et se demande comment transformer la force qui intervient dans cette formule.

Faisant malheureusement le mauvais choix, il obtient au bout du compte $m_\perp = k^2m$ pour la masse transversale, au lieu de $m_\perp = km$ obtenue par Poincaré, qui est la bonne réponse. Puis il essaie de déterminer l'énergie cinétique de l'électron. Pour un électron *lentement accéléré*, c'est-à-dire ne radiant pas d'énergie, l'énergie cinétique qu'il acquiert est celle qu'il « soustrait au champ électrostatique » : Einstein la calcule et obtient $mc^2[1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)} - 1]$. Il ne va pas plus loin... mais il y a du $E = mc^2$ dans l'air !

Adjonctions

Dans son *Histoire du principe de relativité* publiée en 1971 Marie-Antoinette Tonnelat, l'un des meilleurs spécialistes français de la question (elle a longtemps enseigné la relativité à l'institut Henri Poincaré à Paris) s'insurge contre l'affirmation selon laquelle l'originalité introduite par Einstein dans la Relativité restreinte de 1905 était déjà presque entièrement contenue dans les mémoires antérieurs de Lorentz et de Poincaré : « Dans son ouvrage *A History of the Theories of Aether and Electricity*, sir Edmund Whittaker a largement contribué à accréditer cette opinion. D'après Whittaker, le Mémoire d'Einstein de 1905 aurait "propulsé la Relativité de Lorentz et de Poincaré avec quelques adjonctions qui lui auraient attiré beaucoup d'attention"[10]. »

Cherchons donc, avec sir Edmund, quelles sont les « adjonctions » apportées par Einstein à la relativité. Elles apparaissent dans deux sections de la seconde partie de l'article. La première est intitulée « Théorie du principe de Doppler et de l'aberration ».

Le lecteur se souviendra qu'en s'intéressant à l'effet Doppler[11], Voigt avait, le premier, découvert les données essentielles du « changement de variables » de Lorentz (*cf.* p. 57). Einstein reprend le raisonnement de Voigt et le rattache, à son tour, aux équations du changement de variables. Il obtient alors les résultats suivants : si l'on appelle A l'amplitude de la force électrique ou magnétique du champ électromagnétique dans le système *au repos*, cette amplitude est donnée dans le système *en mouvement* par $A'^2 = A^2[(1 - v/c)/(1 + v/c)]$. Par ailleurs, si l'on appelle ν la fréquence émise par une source lumineuse dans le système *au repos*, cette fréquence aura dans le système *en mouvement* la valeur $\nu' = \nu\sqrt{[(1 - v/c)/(1 + v/c)]}$.

Dans la section suivante intitulée « Transformation de l'énergie des rayons lumineux » Einstein imagine une sphère qui, plutôt que de contenir de l'électricité comme les électrons de Lorentz, contiendrait un « complexe de lumière »[12]. Désignant par E « l'énergie de lumière limitée par la surface de cette sphère mesurée dans le système au repos, et par E' celle mesurée dans le système en mouvement », il trouve que E' est donnée par $E' = E\sqrt{[(1 - v/c)/(1 + v/c)]}$ et note que « l'énergie et la fréquence d'un complexe de lumière se modifient, d'après les mêmes lois, avec l'état de mouvement de l'observateur. » Cette remarque annonce l'autre grande révolution qui va bientôt secouer la physique[13.]

Wie dies sein muss...

Au dernier paragraphe de la Partie cinématique de son article, Einstein remarque : « On voit par là que – *Wie dies sein muss...* ["comme il se doit"] – les transformations [de Lorentz] forment un groupe. »

Wie dies sein muss... Echo, sans doute, de l'affirmation péremptoire de Poincaré dans sa Note du 5 juin : « L'ensemble de toutes ces transformations, joint à l'ensemble de toutes les rotations de l'espace, *doit former un groupe* [mes italiques]. »

À la différence de Poincaré, Einstein ne tire aucun parti de sa remarque. C'est ce qui fait toute la différence. Dans la relativité de Poincaré, le groupe « de Lorentz » détermine la géométrie du nouveau Système du Monde. Dans la relativité d'Einstein, les données fondamentales sont les « horloges synchrones » et les « tiges rigides » que les observateurs einsteiniens utilisent pour leurs observations. Il n'y a de « relativité » dans ce schéma que lorsqu'un observateur essaie de mesurer quelque chose se produisant dans le système d'un autre observateur en mouvement rectiligne constant par rapport à lui. En un mot, dans la relativité d'Einstein, chaque observateur vit dans un monde dans lequel il est « au repos » et dans lequel, comme Einstein le proclame aux premières lignes de son article, « les équations mécaniques de Newton sont valides ».

Tentative de sauvetage

« Plus royalistes que le roi » et ne parvenant pas à se résigner à l'idée que les efforts (méritoires) d'Einstein aient pu être exercés en vain, ses exégètes – notamment en France – ont concocté une « explication » pour sortir de l'impasse posée par son « troisième postulat » : l'hypothèse de l'existence de « tiges rigides » et d'« horloges synchrones » dans la nature constituerait, selon eux, un postulat recevable qu'ils ont baptisé « principe d'identité des unités de mesure ». Max Born, ami d'Einstein a, le premier semble-t-il, reconnu le sérieux du problème. Yves Pierseaux le résume ainsi : « L'axiome einsteinien d'identité des unités de mesure ne peut vraiment se justifier que dans un cadre quantique. » Il précise : « Dans la déduction einsteinienne, la synchronisation impose la définition d'un *"quantum (unité) de* *temps"* [les italiques dans ce texte sont de Pierseaux]. » Et il ajoute ce commentaire significatif : « Ce troisième axiome a eu tendance à s'effacer par la suite pour disparaître complètement dans les exposés standard de la relativité restreinte[14]. »

La difficulté est que la physique quantique reconnaît la présence dans la nature d'un quantum élémentaire *d'action*. Reconnaître l'existence d'un quantum élémentaire *de temps* serait revenir au Système du Monde absolu de Newton, ce que ni la mécanique quantique ni la relativité n'envisagent de faire. En un mot, en 1905, avec ses tiges rigides et ses horloges synchrones, et malgré tous ses efforts Einstein n'est jamais sorti... de l'Espace absolu de Newton.

Einstein compose une tautologie

Le 27 septembre 1905, Einstein envoie aux *Annalen der Physik* une note de trois pages et demie posant la question : « L'inertie d'un corps dépend-elle de son contenu énergétique ? » Huit mois plus tard, le 27 mai 1905, il soumet aux *Annalen* un second article portant sur la même question, intitulé celui-ci : « Le principe de conservation du mouvement du centre de gravité et l'inertie de l'énergie[15]. »

Cet article est significatif à double titre. Einstein affirme tout d'abord : « Dans un article publié l'an dernier [Il cite sa Note du 27 septembre], j'ai démontré qu'à un changement d'énergie de grandeur ΔE doit correspondre un changement de masse de grandeur $\Delta E/V^2$, où V représente la vitesse de la lumière. » Puis il précise : « Bien que les considérations formelles nécessaires pour prouver cette équivalence soient contenues dans un mémoire de Poincaré [Il cite ici le mémoire de Poincaré de 1900], néanmoins, pour plus de clarté, je n'utiliserai pas ces considérations dans ce qui suit. »

Ainsi, au plus tard au printemps 1906 selon ses propres dires, Einstein connaissait la démonstration de $E=mc^2$ publiée en 1900 par Poincaré.

Reprenant le modèle du « canon » de Poincaré, il imagine un corps qui émettrait une quantité d'énergie égale à L/2 dans une direction et à L/2 dans la direction opposée. Émettant de l'énergie dans deux directions opposées, ce corps – ce « canon » électromagnétique – ne subit pas de recul. Einstein se donne alors pour tâche de démontrer que sa masse, après l'émission, aura diminuée d'une quantité égale à L/c^2. On aura donc $L=mc^2$.

Pour prouver ce résultat, il appelle H l'énergie du corps après l'émission lumineuse mesurée par un observateur « au repos », et E la même énergie mesurée par un observateur « en mouvement » par rapport à ce corps. Il appelle K l'énergie cinétique du corps mesurée par l'observateur en mouvement. Il affirme alors : « Il est par conséquent évident que la différence H–E ne se distingue de l'énergie cinétique K que par une constante additive C ». Il pose donc H–E=K+C et tire de cela le résultat final : « Si un corps subit une perte d'énergie L sous forme de radiation, sa masse diminue de L/c^2. »

En fait, si l'on fait le calcul ci-dessus correctement, on obtient $H-E=(L/mc^2)(K+C)$ et non H–E=K+C comme Einstein le suppose. En omettant le facteur L/mc^2 dans cette équation, il l'a posé implicitement égal à 1. Au total, sa « démonstration » consiste donc à dire « $L/mc^2=1$, donc $L/mc^2=1$ » – ce qui constitue une tautologie[16].

Notes

1. Pierseaux Y., *La « structure fine » de la Relativité Restreinte, op. cit.*, p. 256.
2. Échange entre Einstein et Kleiner publié dans les minutes de la réunion du 16 janvier 1911 de la Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, *Vierteljahrschrift der Naturforschende Gesellschaft in Zürich*, 56, vol. IV, 1911.
3. Après avoir introduit dans le *Versuch* l'idée de « tiges de bronze » pour mesurer les longueurs, Lorentz avait envisagé la possibilité que le changement de longueur de la tige puisse se produire non seulement dans la direction du mouvement mais également dans la direction perpendiculaire à ce mouvement : « Si, par exemple, les dimensions parallèles à la direction du mouvement changent dans la proportion de 1 à 1 + δ et celles perpendiculaires à cette direction dans le rapport de 1 à 1 + ε, alors l'équation $\varepsilon - \delta = v^2/2c^2$ permet de rendre

compte des observations. » Lorentz, *Versuch, op. cit.*, 1895, section § 90.
4. Notons également la curieuse découverte faite par le mathématicien Llewellyn Thomas en 1926, selon laquelle une transformation de Lorentz correspondant à la vitesse v dans la direction x suivie d'une seconde transformation à la vitesse v' *dans une autre direction* ne donne pas le même résultat que la transformation correspondant à la vitesse $v + v'$, l'addition des vitesses étant faite compte tenu des directions. La question de l'utilisation de règles rigides pour mesurer les longueurs n'en devient que plus compliquée encore. Thomas L., *Nature*, vol. 117, 1926, p. 514; *Philosophical Magazine*, vol. III, 1927, p. 1.
5. Il semble qu'il faille lire dans cette prudente réserve une hésitation « machienne » de la part d'Einstein à supposer l'existence « réelle », dans la nature, de particules élémentaires.
6. Il est par conséquent inexact d'affirmer, comme on le dit souvent, qu'Einstein a *prouvé* que les équations de Maxwell sont invariantes sous une transformation de Lorentz. Il ne l'a pas *prouvé*, il l'a *admis*, ce qui n'est pas du tout la même chose. Dans *Subtle is the Lord…, op. cit.*, p. 45, Abraham Pais écrit pourtant : « Dans son article de juin, Einstein a mis à bon usage ses postulats pour obtenir une série de résultats que l'on trouve aujourd'hui dans tous les manuels. » Il cite huit exemples dont le dernier est celui-ci : « Einstein a prouvé la covariance des équations de Lorentz-Maxwell, d'abord pour le cas d'un espace vide de sources, puis pour le cas où des sources sont présentes […] et il a obtenu ce qu'il appelle une "nouvelle expression" pour la "force de Lorentz" que Lorentz avait dû introduire de façon *ad hoc* dans sa théorie. Einstein obtient cette force par un raisonnement purement cinématique, en la calculant à partir de la force électrique agissant sur une particule chargée, instantanément au repos. » Notons que Pais n'a pas sérieusement vérifié la véracité de ces affirmations dans la mesure où il déclare : « Pour la démonstration, voir l'article d'Einstein. » Quand on se réfère à cet article, comme il le suggère, on n'y trouve pas ce qu'il nous dit qu'Einstein a dit.
7. Dans la Note qu'il soumet aux *Annalen der Physik* trois mois plus tard, il écrit : « Le principe de constance de la vitesse de la lumière dont nous avons fait usage est naturellement contenu dans les équations de Maxwell. »
8. Voir le calcul d'Abraham p. 88.
9. *Zur Electrodynamic…*, section § 4.
10. Tonnelat M.-A., *Histoire du principe de relativité, op. cit.*, p. 115.
11. Rappelons que l'effet Doppler concerne la propagation d'une onde dont la source s'éloigne ou se rapproche de celui qui observe son arrivée. Il n'est pas sans intérêt de noter que le premier grand mémoire scientifique de Mach concerne… l'effet Doppler.
12. Dans son article du mois de mars, Einstein avait formulé l'hypothèse des « quanta de lumière ». Il est possible qu'il faille interpréter dans ce sens l'idée du « complexe de lumière » présentée ici.
13. Si $E = mc^2$ établit une relation entre énergie et masse, une relation comparable, détectée ici par Einstein, existe entre énergie et fréquence : $E = h\nu$ où h est le quantum d'action de Planck.
14. Pierseaux Y., La « structure fine » de la Relativité Restreinte, *op. cit.*, p. 17.

15. Einstein A., *Annalen der Physik*, 20, 1906, p. 627.
16. La présence de la tautologie dans le raisonnement d'Einstein a été mise en évidence explicitement pour la première fois en 1952 par le physicien américain Henry Yves *in Journal of the Optical Society of America*, 42, 8, p. 540. Voir aussi l'exposé récapitulatif présenté par Christian Bizouard, du groupe SYRTE de l'Observatoire de Paris, lors de la « Journée Henri Poincaré » qui s'est tenue à l'Ecole des Mines de Paris, le 7 octobre 2004.

V.
Transitions

Je serais très heureux
si vous arriviez à éclaircir les difficultés
qui surgissent à nouveau.

Hendrik Antoon LORENTZ,
Lettre à Henri Poincaré, 8 mars 1906.

Et la gravitation ?

Poincaré pose le problème

En 1905, Kaufmann et surtout Abraham sont certains que l'électron ne possède pas de masse *mécanique*.

Poincaré n'est pas de cet avis. En 1902, abordant, dans *La Science et l'Hypothèse*, la question de la masse, il commence d'un ton innocent : « L'accélération d'un corps est égale à la force qui agit sur lui divisée par sa masse [1]. » Puis, physicien, il pose aussitôt la question : « Cette loi peut-elle être vérifiée par l'expérience ? Pour cela, il faudrait mesurer les trois grandeurs qui figurent dans l'énoncé : accélération, force et masse. » Il constate : « J'admets qu'on puisse mesurer l'accélération, parce que je passe sur la difficulté provenant de la mesure du temps. Mais comment mesurer la force, ou la masse ? »

Il se fait alors ironique : « Qu'est-ce que la *masse* ? C'est, répond Newton, le produit du volume par la densité. — Il vaudrait mieux dire, répondent Thomson et Tait, que la densité est le quotient de la masse par le volume. — Qu'est-ce que la *force* ? C'est, répond Lagrange, une cause qui produit le mouvement d'un corps ou qui tend à le reproduire. — C'est, dira Kirchhoff, le produit de la masse par l'*accélération*. Mais alors, pourquoi ne pas dire que la masse est le quotient de la force par l'accélération ? »

Et, philosophe, de conclure : « Quand on dit que la force est la cause d'un mouvement, on fait de la métaphysique [...]. Pour qu'une définition puisse servir à quelque chose, il faut qu'elle nous apprenne à mesurer la force ; cela suffit, d'ailleurs, il n'est nullement nécessaire qu'elle nous apprenne ce que c'est que la force *en soi*, ni si elle est la cause ou l'effet du mouvement. »

A la fin de la Note du 5 juin 1905, Poincaré met ces remarques en pratique.

Du point de vue de la *physique*, en voici le résultat fondamental : il faut désormais formuler les lois de la nature dans le cadre d'un espace quadridimensionnel. Toute entité physique possède donc une quatrième dimension. Sans chercher à « définir » ce qu'est une force, on doit néanmoins se demander : quelle est sa *quatrième dimension*? et, en particulier : quelle est la quatrième dimension de la force de la gravitation?

Le mathématicien Poincaré répond aisément à cette question : à toute force dont les composantes sont X, Y, Z dans l'espace ordinaire, il convient d'ajouter une quatrième composante T dans l'espace quadridimensionnel [2] « que l'on doit construire de façon que les quatre composantes subissent la même transformation que x, y, z, t, soient $X' = k(X + \varepsilon T)$, $Y' = Y$, $Z' = Z$, $T' = k(T + \varepsilon X)$. » Une fois de plus, l'« esprit mathématique » a triomphé.

Mais continuons. La gravitation possède certaines caractéristiques qui la différencient des autres forces – elles ont permis à Newton de la représenter sous la forme simple d'une « action à distance » instantanée dont l'intensité varie comme l'inverse du carré de la distance. Les prenant à son tour en compte, Poincaré se lance dans une analyse de la gravitation conçue dans le cadre de la nouvelle dynamique.

Il considère un « corps attiré » et un « corps attirant » et définit la force d'attraction qui agit entre eux de telle façon : 1) qu'elle soit affectée par les transformations de Lorentz conformément aux équations présentées ci-dessus; 2) que « l'on retrouve la loi de la gravitation de Newton toutes les fois que les vitesses [...] sont assez petites pour que l'on puisse en négliger les carrés devant le carré de la vitesse de la lumière ».

Son calcul – dans lequel intervient encore une fois la théorie des groupes – le mène à une triple conclusion :

1) La propagation de la gravitation « n'est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière » ;

2) Elle consiste en la propagation de ce qu'il appelle une « *onde gravifique* [3] » ;

3) L'attraction corrigée se compose de deux forces, l'une parallèle à la droite séparant les deux corps – c'est la force classique de Newton – « l'autre parallèle à la vitesse [du corps attirant] » – c'est la *correction relativiste* à la théorie de Newton.

Poincaré termine ce calcul – première tentative de formulation d'une théorie relativiste de la gravitation – par la remarque suivante : « [La question se pose] de savoir si les résultats obtenus sont compatibles avec les observations astronomiques. [...] Une discussion approfondie pourra seule nous l'apprendre. »

Observations astronomiques... Poincaré n'écrit pas ces mots pour le simple plaisir de laisser à un autre le soin de vérifier les calculs. C'est que, mathématicien et physicien hors pair, il est également l'un des spécialistes de la mécanique céleste les plus réputés de son temps, donc le mieux à même de tenter de tirer de son analyse les conclusions qui s'imposent...

Mercure pose un problème

Nous avons fait la connaissance d'un Poincaré mathématicien, mais également physicien et philosophe... Il est temps maintenant de rencontrer un Poincaré astronome, auquel le président de la Royal Astronomical Society de Londres, sir George H. Darwin, lui remettant solennellement, le 9 février 1900, une médaille d'or pour saluer ses contributions à l'astronomie, déclare, un peu gêné – comme seuls les Britanniques savent l'être en pareilles circonstances :

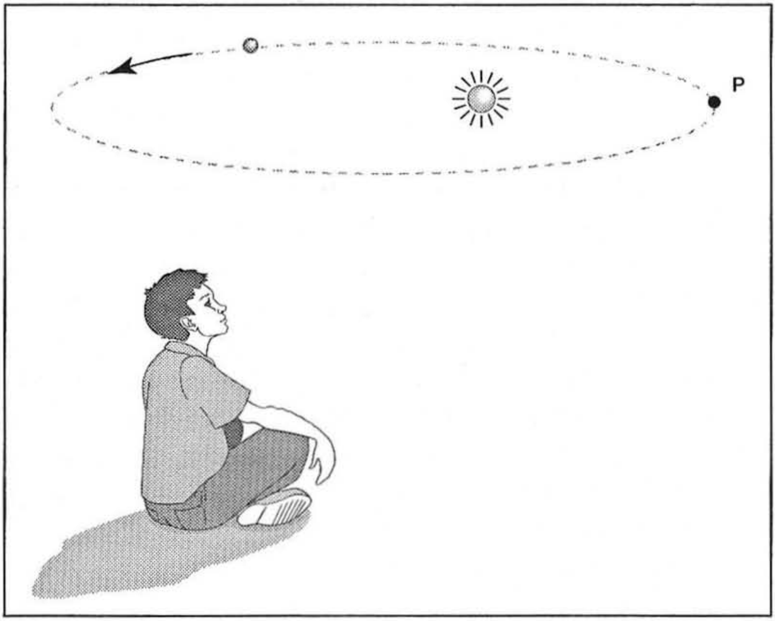
« Les recherches de M. Poincaré sont de caractères si divers, et elles ont été faites avec une telle richesse de connaissances, que je n'ai que bien peu de confiance dans mon aptitude pour remplir cette tâche ardue[4]. » Et de fait, après avoir fait référence aux *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*[5], monumental traité en trois volumes que Poincaré venait de publier, il se sent obligé de remarquer :

« Il est probable que, pendant le prochain demi-siècle, ce livre sera la mine d'où des chercheurs plus humbles extrairont leurs matériaux. Cette mine est si vaste et le nombre des idées est si grand que je me trouve en face d'une difficulté considérable pour parler de ce travail comme il faudrait... »

En 1906, Poincaré enseigne le cours d'astronomie générale à l'École polytechnique. Lors d'une de ses leçons, il raconte à ses élèves qu'en 1859, Urbain Le Verrier, ayant observé attentivement le mouvement de la planète la plus proche du Soleil, Mercure, découvre que son orbite ressemble à une « rosace », c'est-à-dire à une ellipse pivotant lentement autour du foyer occupé par le Soleil. Les astronomes du monde entier se mettent aussitôt au travail pour essayer de comprendre l'origine de ce mouvement.

On appelle *périhélie* le point de l'orbite où la planète est la plus proche du Soleil. Les observations de Le Verrier font apparaître que le périhélie de Mercure avance d'une année à l'autre au rythme d'environ 9 minutes et 32 secondes d'arc *par siècle*. Si l'effet est infime, il est pourtant réel. Prenant en compte les perturbations dues aux autres planètes, l'astronome américain Simon Newcomb (1835-1909) parvient, par le calcul, à rendre compte de l'essentiel de cette avance – 529 secondes –, laissant toutefois inexpliquée une différence résiduelle d'environ 43 secondes avec la valeur mesurée[6]. Cette petite différence entre la valeur « observée » et la valeur « calculée » intrigue les astronomes, qui la baptisent l'*anomalie*.

« Le Verrier attribua cette anomalie à une planète non encore découverte, raconte Poincaré, et un astronome amateur crut observer son passage au Soleil. Depuis lors, personne ne l'a vue et il est malheureusement certain que cette planète aperçue n'était qu'un oiseau. »



Comme l'ensemble des planètes du système solaire, Mercure se déplace sur une ellipse dont le Soleil occupe un des foyers. Des observations astronomiques extrêmement précises révèlent que le point où Mercure est la plus proche du Soleil - le périhélie P - se déplace par rapport aux étoiles fixes au rythme d'environ 9 minutes et 32 secondes d'arc par siècle. On considère généralement l'anomalie dans l'explication de cette avance par les méthodes de l'astronomie classique comme correspondant à un effet dû à la relativité.

Newcomb penchait pour l'hypothèse selon laquelle « l'attraction gravitationnelle du Soleil ne varie pas exactement selon la loi de Newton ». Or, cette explication ingénieuse remet fondamentalement en cause le postulat newtonien selon lequel il faut appliquer, à la gravitation, la loi de l'inverse du carré des distances – appelée aujourd'hui « loi de la gravitation universelle » – *parce que* c'est la seule pour laquelle le mouvement d'une planète sur une ellipse est *stable.* Toute déviation de cette loi – même la plus infime – permet en effet aux ellipses de pivoter lentement sur elles-mêmes. Or c'est précisément l'effet observé dans le cas de Mercure ! De fait, il suffirait ici de prendre 2,0000001574 au lieu de 2 dans la loi de l'inverse du carré pour que l'anomalie disparaisse comme par enchantement ! Mais comment justifier pareille modification de la théorie[7] ?

En 1902, coup de théâtre. L'astronome amateur Paul Gerber publie une formule selon laquelle l'anomalie serait, en secondes d'arc par siècle, égale à $24\pi^3 a^2/T^2V^2\ (1 - e^2)$, équation dans laquelle a représente le demi grand axe de l'ellipse, e son excentricité[8], T la durée de la période de révolution et V la vitesse de propagation de la force de gravitation. Si l'on pose $V = c$ – comme on doit le faire selon la théorie relativiste de la gravitation de Poincaré – la formule de Gerber fonctionne à merveille. Seul ennui : Gerber ne parvient pas à trouver une justification théorique pleinement satisfaisante pour sa formule.

Reprenant les considérations sur la gravitation qu'il avait exposées à la fin de son mémoire de 1905, Poincaré examine la possibilité selon laquelle l'anomalie pourrait être d'origine relativiste : « C'est d'ailleurs, remarque-t-il, entre l'ancienne et la nouvelle mécanique [celle de Newton et la relativité] la seule différence que les observations astronomiques puissent déceler. [Les résultats] pour les autres planètes [...] coïncident, à l'approximation des mesures près, avec ceux de la théorie classique[9]. »

Notes

1. Poincaré H., *La Science et l'Hypothèse*, *op. cit.*, p. 117-118.
2. Poincaré H., *Note à l'Académie des sciences*, 5 juin 1905, *Compte rendu des séances de l'Académie des sciences*, *op. cit.*
3. C'est la première fois que ce terme apparaît dans la littérature scientifique. La recherche d'« ondes gravitationnelles » n'a pas cessé depuis – sans succès jusqu'à maintenant.
4. Discours du professeur Darwin, Londres, 9 février 1900, *in* E. Lebon, *Henri Poincaré*, *op. cit.*, p. 45.

5. Poincaré H., *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, 3 vol., Gauthier-Villars, Paris, t. I, 1892, 385 p., t. II, 1895, 479 p., t. III, 1899, 414 p., réimpression Albert Blanchard, Paris, 1987.
6. Newcomb S., *The Elements of the Four Inner Planets*, US Government Printing Office, Washington DC, 1895.
7. En 1911, l'astronome hollandais Willem de Sitter (1872-1934), devenu le spécialiste reconnu de la question, fera cette curieuse découverte : le calcul de Poincaré donne une avance relativiste de 7,15" par siècle – ce qui n'est pas assez. Or, si on multiplie ce résultat par 6, on obtient alors 6 x 7,15 = 42,9" – qui est le bon résultat! Mais pourquoi faut-il donc multiplier le résultat de Poincaré par 6? En 1999, le problème n'a toujours pas été résolu. De Sitter, W., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 71, 1911, p. 388; voir également Silberstein, L., *Philosophical Magazine*, vol. 77, 1917, p. 503.
8. L'excentricité d'une ellipse est le rapport de la distance entre ses foyers à la longueur du grand axe. L'excentricité est nulle pour un cercle. L'excentricité de l'orbite de la Terre est égale environ à 0,017, celle de l'orbite de Mercure à 0,206 environ.
9. C'est seulement dans le cas de Mercure (et de Pluton, pas encore découvert à cette époque) que l'excentricité des orbites planétaires est suffisante pour permettre la détection de l'effet considéré. Einstein se fera l'écho de cette remarque un an plus tard. Le jour de Noël 1907, il écrit à Konrad Habitch : « Je travaille à une analyse relativiste de la loi de gravitation au moyen de laquelle j'espère parvenir à expliquer les changements séculaires inexpliqués du périhélie de Mercure. » Lettre à Konrad Habitch, 24 décembre 1907, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. 5, doc. 69. Il faudra encore attendre quelques années pour que la chose lui procure « la plus grande joie scientifique de sa vie » ... Voir Pais, A., *Subtle is the Lord..., op. cit.*, p. 253; et aussi Fokker, A. D., *Ned. Tydscr. Natuurk.*, vol. 21, 1955, p. 125.

Interlude

Un nouveau venu

Tandis qu'à Paris Poincaré se livre à ces calculs[1], que font les mathématiciens de Göttingen?

Chaque semaine, Hilbert et Minkowski réunissent les étudiants du Groupe de mathématiques – présidé par Felix Klein – pour un séminaire consacré à la physique mathématique. Minkowski a précisé les sujets principaux qui y seront discutés en 1905-1906 : les travaux de Kaufmann, ceux d'Abraham, les transformations de Lorentz, le principe de relativité, l'électron, l'origine de sa masse... bref, *l'électrodynamique des corps en mouvement*[2].

L'un des plus assidus à ces séminaires est un jeune mathématicien originaire de Breslau, Max Born. Âgé de vingt-quatre ans, il est l'assistant « personnel » d'Hilbert. « Nous entendions Minkowski nous dire des choses extraordinaires sur l'électrodynamique[3] », racontera-t-il plus tard. Travaillant à sa thèse de doctorat, Born demande à Hilbert comment se préparer à l'examen oral en mathématiques. « Quel est votre sujet le plus faible? — La théorie des Idéaux. » Le jour venu, Hilbert l'interroge sur... la théorie des Idéaux. A Born qui se plaint, Hilbert répond qu'il a voulu voir ce qu'il pouvait dire d'un sujet dont il ne savait rien.

En attendant que Born fasse bien meilleure figure dans notre récit (il est en effet appelé à y jouer un rôle significatif), bref détour dans la vie privée de son mentor. Hilbert, qui vient de fêter son quarante-troisième anniversaire, annonce un matin d'hiver qu'il a décidé d'apprendre... à skier. Sous l'influence de son collègue Carl Runge (1856-1927), féru de sport, il fait venir des skis de Norvège, en chausse une paire, se lance dans une descente – sur une petite colline derrière l'auberge *Der Rohns* – perd l'un de ses skis qui dévale la pente. Il défait l'autre, rentre chez lui à pied tout penaud, le ski sur l'épaule. « Pourquoi ne l'avez-vous pas laissé glisser le long de la pente comme l'autre ? lui demande Minkowski [tout absorbé par la contemplation des trajectoires dans l'espace-temps], il aurait abouti au même endroit que le premier. » L'esprit mathématique s'exprime parfois en termes on ne peut plus concrets ! Hilbert abandonne bientôt le ski... pour la bicyclette – également une nouveauté en Allemagne à cette époque – et se désintéresse aussi, provisoirement, de l'électrodynamique.

Qu'à cela ne tienne, Minkowski, lui, s'y intéresse de plus en plus, tout particulièrement à partir du moment où il prend connaissance, au début de 1906, du mémoire de Poincaré sur la dynamique de l'électron : il est abasourdi. Poincaré s'est encore fait remarquer par... une action remarquable[4]...

Minkowski se lance aussitôt à sa poursuite. Il lui faudra près de deux ans pour le rattraper. Entre-temps, Born présente et défend sa thèse puis retourne dans sa ville natale de Breslau, la tête remplie des idées de Minkowski sur la relativité. Le premier, il identifiera le problème fondamental qu'il faudra résoudre pour avoir une chance de pénétrer plus avant dans les arcanes de l'espace-temps.

Lorentz en Amérique

Aux dernières pages de son *Versuch* de 1904, Lorentz avait publié quatre tables de données permettant de comparer les résultats expérimentaux obtenus par Kaufmann en 1902 avec ceux déduits de sa formule pour la masse transversale (supposée être seule en jeu dans ces expériences). Kaufmann lui avait alors promis de tout faire pour améliorer la précision de ses observations. Hélas ! la promesse est tenue, mais les résultats ne sont pas ceux escomptés : Kaufmann l'informe le 30 novembre 1905 que ses nouvelles mesures s'accordent mieux avec les prédictions de la théorie d'Abraham qu'avec celles de la théorie « de Lorentz-Einstein »[5].

Lorentz est désemparé. De Leyde, le 8 mars 1906, il écrit à Poincaré (qui entre-temps lui a envoyé une copie de son mémoire *Sur la dynamique de l'électron*) :

« *Mon cher et très honoré collègue,*

Inutile de vous dire que j'ai étudié votre mémoire avec le plus grand intérêt et que j'ai été très heureux de voir mes conclusions confirmées par vos considérations. [Malheureusement] *mon hypothèse* [...] *est en contradiction avec les résultats des nouvelles expériences de Kaufmann.* [...] *Je suis au bout de mon latin.* [Après avoir avoué son désarroi, il lance à Poincaré un pathétique appel à l'aide] *Je serais très heureux si vous arriviez à éclaircir les difficultés qui surgissent de nouveau*[6]. »

Sur ce, il quitte Leyde pour se rendre, pour la première fois de sa vie, aux États-Unis, où il doit donner une série de conférences à l'université Columbia de New York.

A New York, en avril, il explique aux étudiants : « Les dénominations "coordonnées effectives", "temps effectif" etc. que nous avons utilisées pour faciliter la présentation de nos résultats nous ont préparés à une interprétation de ces résultats fort intéressante due à Einstein. La théorie d'Einstein possède un avantage marqué sur la mienne : alors que je ne suis pas parvenu à obtenir pour les équations exactement la même forme après transformation que celle qu'elles avaient avant la transformation, Einstein a obtenu ce résultat en utilisant un système de variables légèrement différent du mien. » Il ajoute alors cette phrase curieuse : « Je n'ai pas utilisé les substitutions d'Einstein, car ses formules sont plutôt compliquées [ce sont les mêmes que les siennes !] et paraissent quelque peu artificielles, à moins qu'on ne les dérive du principe de relativité lui-même[7]. »

Poincaré dans la tourmente

Ce n'est pas aux seules mains des physiciens allemands que la réputation de Poincaré a souffert. A Paris, le 16 mars 1907, l'illustre chimiste Marcelin Berthelot (1827-1907), Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, s'éteint à l'âge de quatre-vingts ans dans des circonstances dramatiques. Il avait passé la nuit au chevet de son épouse qui succombait lentement à une maladie cardiaque inexorable. Après qu'elle eut rendu son dernier soupir, il se retira dans la chambre voisine, s'allongea, ferma les yeux et, quelques instants plus tard, suivit sa femme dans son dernier sommeil.

Quelques jours après cette fin si touchante, Poincaré fut sollicité pour lui succéder au poste de Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences en même temps qu'à son fauteuil à l'Académie française, où Berthelot avait été élu en 1901.

Mal lui en prit ! Une tradition fermement enracinée voulait que l'un au moins des Secrétaires perpétuels de l'Académie fut choisi parmi les Académiciens issus de l'une des Sections représentant les « sciences physiques ». Poincaré fit son compte : les physiciens de l'Académie ne le considéraient pas comme l'un des leurs ! Le 10 mai, il fit connaître sa décision : « L'Académie est divisée en deux factions... je ne voudrais pas être élu à une faible majorité de sorte que l'on put croire que mes confrères des sciences physiques se sont prononcés en majorité contre moi... Dans ces conditions, je renonce à toute candidature... »

« Physicien égaré parmi les chimistes », Henry Louis Le Chatelier (1850-1936) le félicita aussitôt : « Nous étions pris entre la volonté de maintenir aux sciences physiques la place à laquelle elles ont droit dans l'Académie et la préoccupation de ne pas vous infliger un échec... » etc. Ironie du sort, Albert-Auguste Cochon de Lapparent (1839-1908), qui fut élu à la place de Poincaré, avait, comme lui, fait ses études à l'Ecole polytechnique (il en avait été le major d'entrée et de sortie de la promotion 1858), puis à l'Ecole des Mines, avant d'acquérir une renommée considérable dans son domaine de prédilection : la Géographie physique – une discipline dans laquelle Poincaré excellait, lui aussi !

Pour le remercier de lui avoir laissé la place, Lapparent fit savoir à Poincaré qu'il appuierait de tout son poids sa candidature à l'Académie française : « Demain, à deux heures, promit-il, je monterai la garde à la porte des Quarante. » Ce qu'il fit – mais en vain : Poincaré ne put s'asseoir sur le fauteuil de Berthelot, comme il l'avait souhaité.

Ce triste épisode s'était produit au moment où, s'il avait été acclamé en France par ses pairs, Poincaré aurait – peut-être – pu résister à l'assaut qui, de l'autre côté du Rhin, menaçait d'engloutir à tout jamais le crédit qui lui revenait pour ce qu'il avait accompli en inventant la Relativité deux ans plus tôt.

Un état des lieux... bien incomplet

En 1907, le physicien Johannes Stark (1874-1957), futur prix Nobel de physique en 1919, conçoit l'idée de publier, dans le *Jahrbuch* spécialisé dans les problèmes de la radioactivité et de l'électronique qu'il édite, un état des lieux de la relativité : en quoi consiste-t-elle ? quelles sont les principales publications la concernant ?...

Il demande à Einstein d'écrire cette revue. Ce dernier lui répond : « Je serais très heureux de vous fournir le rapport demandé. [...] Je ne suis toutefois pas en mesure de me familiariser avec tout ce qui a été publié sur ce sujet, car la bibliothèque [municipale de Berne] est fermée aux heures où je suis libre. Outre mes propres publications, je n'ai connaissance que de celles de Lorentz (1904), Kohn, Mosengeil et Planck. Je vous serais obligé de porter à ma connaissance toute autre publication que vous pourriez connaître[8]. »

Ainsi commence un échange de correspondance entre les deux hommes, d'abord amical et courtois, mais qui s'enflammera progressivement jusqu'à devenir venimeux.

Le 4 octobre, en réponse, Stark attire l'attention d'Einstein sur l'ouvrage intitulé *Sur la dynamique des systèmes en mouvement*, que Planck vient de publier, dans lequel il écrit explicitement – sous la forme $m = E/c^2$ – l'équation $E = mc^2$ et il l'avise qu'il a l'intention de publier lui-même un commentaire concernant cette équation[9]. Le 17 février (1908) suivant, un Einstein enrhumé et furieux, ayant pris connaissance du commentaire de Stark paru entre-temps, lui écrit qu'il trouve étrange qu'il n'ait pas reconnu sa priorité à propos de la relation entre l'inertie et l'énergie. Stark réplique aussitôt : « J'avais interprété votre article comme indiquant que l'émission d'énergie signifie seulement un changement de la masse apparente [...]. La formule de Planck $m = E/c^2$ m'a paru essentiellement nouvelle et radicale dans sa conception. Mais après avoir lu votre essai publié dans le *Jahrbuch* et avoir réfléchi davantage sur la relation en question, j'ai réalisé, bien entendu, que les déductions de Planck ont leur origine dans votre article[10]. »

Revenons à la revue d'Einstein pour le *Jahrbuch*.

Einstein s'était mis aussitôt au travail : il avait pris connaissance de la littérature et communiqué oralement avec plusieurs jeunes chercheurs – deux d'entre eux, Max von Laue (1879-1960), élève de Planck, et Jakob Laub (1872-1962), étaient en passe de devenir ses amis. Le 4 décembre, il envoie à Stark la revue demandée[11].

On ne saura jamais si Einstein ignorait l'existence du mémoire de Poincaré à cette date ou s'il en passa délibérément les tenants et les aboutissants sous silence. En tout cas, il n'en fait pas état dans sa revue. De même, il n'explique pas à ses lecteurs que les transformations de Lorentz forment un groupe, que ce groupe définit une géométrie pour un espace à quatre dimensions, que les transformations infinitésimales permettent de préciser la structure de ce groupe ; pas plus qu'il ne leur indique quels sont les invariants de ce groupe, etc. Bref, il ne leur présente aucun des fondements mathématiques de la nouvelle mécanique établis par Poincaré : il s'en tient strictement à la présentation de sa propre axiomatique du temps local de 1905. Il affirme : « Aussi surprenant que cela puisse paraître, une conception du temps suffisamment affinée était tout ce qu'il manquait pour surmonter la difficulté discutée ci-dessus. Il suffisait en effet de réaliser que la quantité auxiliaire introduite par Lorentz et baptisée par lui "temps local" pouvait être interprétée comme constituant "le temps" en général. »

Il s'explique : « Si on adhère à cette définition du temps, alors les équations de base de la théorie de Lorentz correspondent au principe de relativité, à la condition toutefois que les équations de la transformation soient remplacées par des équations correspondant à la nouvelle définition du temps. [Mais] le concept de l'éther pour transporter les forces électriques et magnétiques n'y a plus sa place. [Ces forces] apparaissent comme des choses ayant une existence indépendante et semblables à la matière pondérale avec laquelle elles partagent la propriété de posséder de l'inertie. » En bref, le *temps local* devient le *temps* « tout court » et le *champ électromagnétique* remplace *l'éther*. Quant aux équations..., elles restent les mêmes.

Dans ce qu'il appelle une « tentative de résumé des études qui ont résulté à ce jour du mixage de la théorie de Lorentz avec le principe de relativité », Einstein cite les travaux de Michelson et Morley, d'Abraham, de Lorentz, de Kaufmann, de Bucherer, de Planck (cité trois fois), mais aucun de ceux de Poincaré. Selon Abraham Pais, « Einstein et Stark n'avaient pas connaissance du mémoire de Poincaré au moment de la rédaction de la revue ». Néanmoins, il ajoute : « Il est cependant certain que ce mémoire était en circulation en décembre 1907, date à laquelle Einstein a complété son article, et *a fortiori* en mars 1908, date à laquelle il a ajouté quelques corrections et commentaires à sa revue[12]. »

« La plus belle idée de ma vie »

Alors qu'il élabore son article pour le *Jahrbuch* de Stark, Einstein se pose de nouvelles questions. Constatant que « jusqu'ici, nous n'avons appliqué le principe de relativité qu'à des systèmes de référence non accélérés », il se demande s'il est concevable « que le principe de relativité puisse aussi s'appliquer à des systèmes en mouvement relatif accéléré les uns par rapport aux autres[13] ».

Soudain, tout s'illumine : « J'étais assis sur une chaise au Bureau de la propriété intellectuelle quand soudain me vint "la plus belle idée de ma vie[14]" », a-t-il raconté plus tard.

Cette idée toute simple – qu'« une personne qui tombe en chute libre ne ressent pas son propre poids » – lui fait apparemment « une impression profonde », l'entraînant vers la formulation d'une nouvelle théorie de la gravitation. Nous en trouvons trace dans la dernière section de la revue du *Jahrbuch* : « Dans la discussion qui suit nous supposerons l'équivalence complète d'un mouvement de translation uniformément accéléré avec l'accélération correspondante du système de référence. »

Équivalence complète... Cet énoncé constitue la première mouture de ce qu'Einstein appellera, cinq ans plus tard, l'« hypothèse d'équivalence » – l'*Äquivalenzhypothese* – avant de lui donner le nom sous lequel nous le connaissons aujourd'hui : le *principe d'équivalence*[15].

Cette « plus belle idée » est intéressante à double titre : d'une part parce qu'elle déclenche chez Einstein le désir intense de formuler une théorie de la gravitation dont elle serait l'un des piliers ; d'autre part – et tout autant –, parce qu'elle est la cause principale des difficultés qu'il a rencontrées dans la formulation de la nouvelle théorie.

Arrêtons-nous sur deux mots clés de l'énoncé du *Jahrbuch* : Einstein ne prétend pas traiter *n'importe quel* champ de gravitation au moyen de son hypothèse ; il se limite tout au contraire *explicitement* à la considération d'un champ gravitationnel *statique*[16] – c'est-à-dire qui ne varie pas en fonction du temps. La restriction est de taille : il n'entend prendre en compte que le cas le plus simple. Il considère toutefois que son hypothèse va servir un double but : « Étendre le champ d'application du principe de relativité au mouvement uniformément accéléré du système de référence » et aussi « permettre de remplacer un champ gravitationnel statique par un système de référence uniformément accéléré, ce dernier étant dans une certaine mesure plus accessible à l'analyse théorique ».

Mais ce n'est pas tout : sous l'influence de cette idée, Einstein remet en cause l'un des deux principes qu'il avait choisis pour fonder son axiomatique du temps local. Dans sa nouvelle conception, la vitesse de la lumière n'est en effet plus constante mais varie au fur et à mesure que la lumière traverse le champ, ce qui entraîne, selon son analyse, des conséquences inattendues – et plutôt obscures – qu'il expose dans la section § 18, à la fin de son article.

S'en remettant une fois de plus aux « tiges rigides » et aux « horloges synchrones » pour mesurer « de la façon habituelle » les distances et les durées, il considère un système Σ uniformément accéléré par rapport au système S au repos et précise : « L'ensemble des indications des horloges du système S constitue ce qu'on appelle le "temps local" σ du système S. Il est immédiatement évident que la signification physique du temps local σ est la suivante. »

Serait-ce tout simplement « le temps » ? Non ! « Le temps local σ ne constitue pas le "temps" de S parce que deux événements qui se produisent à deux points différents de S ne sont pas simultanés lorsque leur temps local σ est le même. » Il définit donc un autre « temps » τ dans Σ « constitué, celui-ci, par l'ensemble des indications d'une horloge placée à l'origine du système Σ ».

Quelle relation τ entretient-il avec σ ? Si a représente l'accélération uniforme imposée au système Σ (dans la direction x) et si x représente la position du point considéré, alors $\sigma = \tau(1+ax/c^2)$, valable tant que le point ne s'est pas trop éloigné de l'origine, c'est-à-dire tant que x n'est pas trop grand.

Nous avons deux définitions du temps pour S. Laquelle choisir ?

Cela dépend : « [Si nous voulons mesurer les propriétés d'un système à différents endroits dans un champ gravitationnel], alors il est naturel d'utiliser le "temps local" σ. [Si nous désirons en revanche observer un phénomène impliquant simultanément plusieurs objets situés à différents endroits dans le champ gravitationnel], alors c'est le temps τ qu'il faut utiliser. »

Quelle conclusion tirer de tout cela ? « Étant donné que dans la définition du temps une horloge placée à un endroit arbitrairement choisi dans l'espace, mais pas dans le temps, est utilisée, il s'ensuit que quand on utilise le temps τ, les lois de la nature peuvent varier avec la position sans varier avec le temps. »

La publication de son article pour le *Jahrbuch* représente une coupure dans la vie scientifique d'Einstein : il ne reparlera de la gravitation que trois ans et demi plus tard – à l'été 1911.

Ach, der Einstein!

Deux ans après la grande découverte, des rumeurs commencent à circuler parmi les étudiants des universités de langue allemande : la révolution – l'*Umwälzung* – tant attendue a enfin pris place et a désormais un nom, sinon un visage : *Prinzip der Relativität.*

Prinzip der Relativität! Chacun cherche à découvrir ce dont il s'agit. L'information circule de bouche à oreille : « Lisez donc l'article qu'un certain Einstein... Comment épelez-vous son nom ? — Comme cela se prononce : Ein-stein – a publié dans les *Annalen der Physik.* » On lit l'article. On y découvre la petite phrase : [...] *deren Inhalt im folgenden " Prinzip der Relativität " genannt werden wird...* ([...] « dont le contenu sera appelé dans ce qui suit "principe de relativité" »).

Prinzip der Relativität? Pourquoi cette construction typiquement française ? Donnons-lui donc – sans trop nous poser de questions – une construction allemande : *Relativitätsprinzip* ne sonne-t-il pas mieux[17] ?

Le *Relativitätsprinzip* représenterait donc la panacée : Max Bernhard Weinstein, *privatdozent* à l'université de Berlin, va jusqu'à parler d'« un des plus grands *Umwälzungen* de nos vues familières de tous les temps ». Aucun qualificatif n'est trop fort. Gustav Mie : *Umwandlung* (changement de cap). Hans Witte : *Umstellung* (changement de point de vue). Le nouveau principe n'exauce-t-il pas le vœu pieux exprimé par Felix Hausdorff – « Le présent aspire à une vue unifiée du monde dans le cadre de laquelle la grande profusion de connaissances isolées seront réunies en un tout unifié et systématique » ?

A Göttingen, Minkowski a, lui aussi, pris connaissance de l'article d'Einstein. Il hausse les sourcils : *Ach, der Einstein ! der schwänzte immer die Vorlesungen* (« Oh, cet Einstein ! toujours prêt à sécher un cours »), *dem hätte ich das gar nicht zugetraut* (« je ne l'aurais pas cru capable de cela »)[18]. De passage à Zurich, il entend dire du bien de son ancien « élève ». Il lui écrit le 6 octobre :

Nous avons l'intention de discuter vos articles publiés aux Ann. d. Phys. u. Ch. Vol. 17 à notre séminaire hebdomadaire. Je vous serais reconnaissant de m'en faire parvenir un tiré-à-part. De passage à Zurich récemment, j'y ai appris avec plaisir de différents côtés tout l'intérêt suscité par vos succès scientifiques. Cordialement à vous, H. Minkowski[19].

Pour Einstein, cette lettre est une bénédiction. Un mathématicien – et l'un des plus grands ! Minkowski ! – s'intéresse enfin à lui. Quelle revanche sur les années perdues…

Un mois plus tard, le 5 novembre 1907, Minkowski présente aux étudiants du séminaire de physique-mathématique de Göttingen un exposé intitulé *Das Relativitätsprinzip*. Leur parlant longuement de Poincaré, il affirme vouloir mettre en évidence « des symétries dans les équations de la physique qui ont échappé à Poincaré lui-même », puis formalise sa présentation dans un article qu'il soumet à la Société royale des sciences de Göttingen le 21 décembre. Or, dans cet article, le nom de Poincaré n'apparaît que deux fois[20]… L'occultation du mathématicien français devient perceptible.

Revenons à Einstein. Sa notoriété grandissante lui posant des problèmes, il adresse un appel au secours à Arnold Sommerfeld, professeur de mathématiques à l'université de Munich, qui manifeste de plus en plus d'intérêt pour la relativité. Il lui écrit, le 14 janvier 1908 :

Je ne puis m'empêcher de commencer cette lettre sur une note personnelle. Depuis que j'ai eu la bonne fortune d'introduire le principe de relativité dans la physique, vous (et beaucoup d'autres) avez surestimé mes aptitudes scientifiques au point que cela me met plutôt mal à l'aise [unheimlich]. [...] *Laissez-moi vous assurer que si j'étais à Munich et disposais du temps nécessaire, je ne me priverais pas du plaisir d'assister à vos leçons afin de perfectionner mes connaissances en physique mathématique*[21].

« Depuis que j'ai eu la bonne fortune... » Voudra-t-on seulement entendre cet aveu sincère? Une fois lancée la machine à faire, ou défaire, les réputations..

Signal d'alarme

Le 6 avril 1908, Poincaré arrive par le train à Rome. Il s'apprête à présenter devant les membres du IVe Congresso Internazionale dei Matematici une conférence sur l'« Avenir des mathématiques ». Levi-Civita[22], Klein, Hilbert, Lorentz et même Abraham..., tous les grands mathématiciens sont là pour l'écouter. Mais, pris de malaise à son hôtel, il est transporté d'urgence à l'hôpital où les chirurgiens l'opèrent pour une hypertrophie aggravée de la prostate. Son ami, le géomètre nîmois Gaston Darboux, lit la conférence à sa place.

Pendant le congrès, Levi-Civita, impressionné par l'exposé d'Abraham sur la « Théorie des électrons » et par sa personnalité, qu'il trouve « brillante et aimable », le fait nommer *professore straordinario* à l'Istituto Tecnico Superiore de Milan chargé du cours de « Mécanique rationnelle » – comme on disait à l'époque. Nous retrouverons Abraham et son mentor lorsque, quelques années plus tard, ils affronteront Einstein sur certains points techniques de la relativité généralisée.

Si, de retour à Paris, Poincaré reprend progressivement ses activités, l'alerte a été chaude. Bientôt, « les accidents de Rome se reproduisent et s'aggravent ». Poincaré les ignore.

Le 7 septembre, le physicien Alfred Bucherer (1863-1927) informe Einstein qu'il a pu, au moyen d'« expériences soigneusement menées » concernant la variation de la masse avec la vitesse, établir « la validité du principe de relativité au-delà de tout doute raisonnable ». Mais, il a beau réaffirmer deux jours plus tard que « l'affaire est désormais réglée [...]. La preuve est absolument irréfutable. [...] La théorie de Lorentz-Einstein est confirmée[23] »..., le fait est qu'il se trompe puisque la formule donnée par Einstein pour la variation de la masse avec la vitesse est erronée. Il présente néanmoins ses résultats dans une adresse intitulée « Confirmation expérimentale de la théorie de Lorentz-Einstein[24] ». Ironie du sort, on découvrira, quelques années plus tard, que les filtres utilisés par Bucherer pour séparer des électrons arrivant à des vitesses différentes étaient défectueux; par conséquent, ses résultats ne prouvaient rien...

Raum und Zeit

A Göttingen, Hermann Minkowski fulmine et sa moustache à la gauloise ne lui en donne l'air que plus passionné. Il a entre les mains les articles de Poincaré et d'Einstein de 1905. Il comprend qu'il est peut-être le seul à avoir lu le mémoire de Poincaré. Il comprend aussi qu'il est le seul à savoir qu'il est le seul à savoir...

Minkowski est préoccupé : inexplicablement, David Hilbert, son ami de toujours, est devenu nerveux, déprimé. Les symptômes s'aggravant, Hilbert décide de prendre une retraite forcée dans un sanatorium des montagnes du Harz – le massif mythique où, selon la légende, se tient chaque année le rendez-vous des sorcières venues célébrer la nuit de Walpurgis – l'endroit même où Klein était venu se reposer après son épuisant « duel à distance » avec Poincaré !

Dans ce climat pour le moins troublant, Minkowski prononce, le 21 septembre 1908, devant les naturalistes et médecins allemands réunis en congrès à Cologne, le discours intitulé *Raum und Zeit* (« l'Espace et le Temps » – nous disons aujourd'hui plus simplement l'*espace-temps*), qui l'a rendu célèbre[25].

Ce discours commence de façon brillante : « Les vues de l'espace et du temps que je me propose de vous présenter ici ont surgi du sol de la physique expérimentale, ce en quoi réside leur force. Elles sont révolutionnaires [*Umwälzung* !]. Désormais, l'espace en soi, le temps en soi sont condamnés à disparaître comme des ombres, seule une certaine union des deux conservera une réalité indépendante. Je désire vous montrer tout d'abord comment, en poursuivant un raisonnement de nature purement mathématique, il est possible de déboucher sur des idées nouvelles de l'espace et du temps. »

Un raisonnement de nature *purement mathématique* ? Il va sûrement nous parler des travaux de Poincaré... Non ! Il remarque que les équations de la mécanique classique sont invariantes à double titre : d'une part lorsqu'on les soumet à un changement de position, d'autre part lorsqu'on impartit au système de coordonnées un mouvement uniforme de translation. Qui plus est, le point d'origine du temps ne joue aucun rôle dans ces équations : « Nous avons pris l'habitude de considérer les axiomes de la géométrie comme "acquis une fois pour toutes – à titre définitif". Aussi les deux invariances indiquées ci-dessus ne sont-elles que rarement mentionnées dans la même phrase. »

On croirait lire Poincaré. L'impression devient irrésistible lorsque Minkowski invoque la théorie des groupes : « Chacune des deux invariances représente [...] un certain groupe de transformations. Le premier groupe est considéré comme une caractéristique fondamentale de l'espace. Le second groupe est habituellement traité avec dédain, ce qui nous permet d'accepter sans avoir à nous en préoccuper davantage l'idée que l'espace, supposé être immobile, pourrait être après tout dans un état de translation uniforme. Les deux groupes, en un mot, mènent chacun de leur côté leur vie séparée. Leur caractère manifestement hétérogène a sans doute découragé jusqu'ici toute tentative de les réconcilier. Or c'est précisément quand ces deux groupes sont réunis pour n'en faire qu'un que le groupe complet nous donne à réfléchir. »

A ce point critique de son discours, Minkowski fait référence à l'invention par Lorentz du concept du temps local : « Lorentz a utilisé un modèle physique du temps local pour obtenir une meilleure compréhension de la contraction. Mais le crédit pour avoir le premier reconnu clairement que le temps défini pour un électron est aussi bon que celui défini pour l'autre [...] revient au seul Einstein. » Et il ajoute ce commentaire : « Mais ni Einstein ni Lorentz ne se sont attaqués au concept [plus difficile] de l'espace [...]. Et pourtant, par un acte d'audace de hautes mathématiques, il devrait être possible de découvrir pour l'espace une violation correspondante à celle découverte pour le temps. »

Un *acte d'audace de hautes mathématiques*? Cette fois-ci, Minkowski ne peut que nous parler de Poincaré...

Encore non! « Franchir ce pas, continue-t-il, est indispensable. Or ce postulat revient à dire que seul l'espace quadridimensionnel [celui de Poincaré!] est réalisé par les phénomènes de la nature, même si une projection de cet espace sur nos quatre dimensions habituelles [trois pour l'espace, une pour le temps] garde une certaine légitimité. »

Visionnaire, Minkowski baptise l'espace quadridimensionnel de Poincaré « L'Univers », appelle les points dans ce monde des « Événements », rebaptise le postulat de relativité le « postulat d'Univers » et parle même de *Traktors* – appelés aujourd'hui des *tenseurs*.

Il est un fait que la section IV du discours est... un monument élevé à l'incommensurable sagacité de Poincaré. Minkowski y montre le parti que l'on peut tirer de la « forme quadratique » (celle de Poincaré !). Il pose $s = t\sqrt{-1}$ et note que le carré de la distance infinitésimale entre deux points proches l'un de l'autre dans l'*Univers* à quatre dimensions s'écrit alors $dx^2 + dy^2 + dz^2 + ds^2$, « expression parfaitement symétrique par rapport à x, y, z et s – symétrie qui se communique à toute loi qui ne contredit pas le postulat d'Univers ».

Il ajoute : « L'essence de ce postulat peut être exprimée mathématiquement de façon prégnante dans la formule mystique 3.10^5 km = $\sqrt{-1}$.secs. » – formule qui nous dit simplement qu'une seconde de temps équivaut à 300 000 kilomètres d'espace environ, le symbole $\sqrt{-1}$ étant là pour nous rappeler que la coordonnée de temps dans l'espace quadridimensionnel est imaginaire.

Projets d'avenir...

Minkowski respire la santé. Au lendemain de son exposé, il dit à Max Born, venu l'écouter : « J'ai mis au point l'arsenal mathématique nécessaire pour développer plus avant la relativité. Lisez tout ça et quand vous serez prêt, venez à Göttingen, nous travaillerons ensemble. » Il lui remet une liasse de documents que Born emporte avec lui[26]. Début décembre, Born est prêt.

Le jeudi 7 janvier 1909, Minkowski accompagne ses amis Hurwitz et Hilbert dans leur excursion hebdomadaire coutumière au Kehrhotel sur le Hainberg et, le lendemain, préside à Göttingen la présentation d'une thèse doctorale. Mais, le dimanche suivant, il subit une violente et soudaine crise d'appendicite. Transporté à l'hôpital, il y meurt deux jours plus tard, ayant tout juste le temps de dire adieu à ses amis accourus à son chevet. Il venait de fêter son quarante-cinquième anniversaire. Sa veuve charge Born – le dernier et le plus brillant de ses élèves –, de trier ses papiers : en les classant, Born trouve un calcul inachevé de la masse électromagnétique de l'électron... qu'il termine et publie. Voigt lui offre aussitôt un poste de *Privatdozent* à l'Institut de physique théorique qu'il dirige.

Nous ne saurons jamais quelle attitude Minkowski aurait adoptée s'il avait survécu à cette crise. Je choisirai néanmoins d'interpréter la dernière phrase de sa conférence de 1908 comme un hommage discrètement rendu à Poincaré – l'homme qu'il considérait comme « le plus grand mathématicien du monde » : « Le développement mathématique [de la nouvelle dynamique dans l'espace-temps] devrait permettre d'amadouer même ses plus farouches opposants dans la reconnaissance d'une harmonie préétablie entre les mathématiques pures et la physique[27]. »

Ironie du sort, depuis son passage au Polytechnikum, Einstein considérait Minkowski comme l'un de ces spécialistes des « hautes mathématiques » dont il se méfiait.

Prenant connaissance de *Raum und Zeit*, il haussa les épaules : *Überflüssige Gelehrsamkeit!* (« érudition superflue! »). Six ans plus tard, toujours pas convaincu, il écrira à son ami Besso : « L'étude de Minkowski ne te serait d'aucun secours. Ses travaux sont d'une complication inutile[28]. »

Poincaré à Göttingen

Au moment de la mort de Minkowski, le testament d'un autre mathématicien, Paul Wolfskehl (1856-1906), décédé deux ans plus tôt à Darmstadt, à deux cent cinquante kilomètres au sud-ouest de Göttingen, est mis à exécution. Il prévoit l'attribution d'un prix de cent mille marks au premier mathématicien qui parviendra à donner une preuve complète du « Dernier Théorème » de Fermat[29]. Ce testament mettait en outre les intérêts de la somme destinée au prix à la discrétion d'un comité spécial de la Société scientifique de Göttingen présidé par David Hilbert. Ce dernier décide aussitôt d'utiliser cet argent pour inviter Poincaré.

Trois mois après la mort de Minkowski, Poincaré arrive donc à Göttingen pour y prononcer – en allemand – une série de conférences. Quel dommage qu'il n'ait pu y rencontrer Minkowski ! On imagine à peine quel aurait pu être leur entretien – l'un ayant inventé l'espace-temps, l'autre en ayant fait une structure d'Univers !

L'accueil est chaleureux[30] : Hilbert prend Poincaré par le bras et l'appelle « mon cher ami ». Pourtant, nous dit Richard Courant, nouvel assistant d'Hilbert dépêché par ce dernier auprès de Poincaré pour lui servir d'escorte, « le courant n'est pas vraiment passé entre les deux hommes – comme il passait entre Hilbert et Minkowski », amis de toujours il est vrai.

Les six premiers jours, Poincaré s'exprime – dans la langue de Goethe – sur « diverses questions d'Analyse pure, de Physique mathématique, d'Astronomie théorique et de Philosophie mathématique[31] ». Le dernier jour, il prononce – cette fois dans la langue de Molière – une conférence ayant pour titre « La Mécanique nouvelle[32] ». Alors qu'il s'adresse à des mathématiciens, Poincaré n'y fait pourtant appel à aucune équation, à aucun symbole mathématique ; mais s'exprimer en termes simples ne l'empêche nullement de dire des choses profondes, et notamment ceci :

« La masse peut être définie de deux manières : 1° par le quotient de la force par l'accélération ; c'est la véritable définition de la masse, qui mesure l'inertie du corps ; 2° par l'attraction qu'exerce le corps sur un autre corps, en vertu de la loi de Newton. Nous devons donc distinguer la masse coefficient d'inertie et la masse coefficient d'attraction. D'après la loi de Newton, il y a proportionnalité rigoureuse entre ces deux coefficients. Mais cela n'est démontré que pour les vitesses auxquelles les principes généraux de la dynamique sont applicables. »

Il se réfère ensuite aux expériences des savants de Göttingen – Kaufmann et Abraham, tous les deux présents dans l'assistance : « [Nous savons désormais] que la masse, coefficient d'inertie, croît avec la vitesse ; devons-nous conclure que la masse coefficient d'attraction croît également avec la vitesse ? »

Il montre alors les complications que cette question entraîne : « Si le coefficient d'attraction dépend de la vitesse, comme les vitesses des deux corps qui s'attirent mutuellement ne sont généralement pas les mêmes, comment ce coefficient dépendra-t-il de ces deux vitesses ? »

Le débat vient d'être lancé – et bien lancé... il attend toujours une réponse[33].

Poincaré clot son exposé par un retour à l'astronomie :

« Revenant maintenant à la loi d'attraction, nous voyons aisément que la différence entre les deux mécaniques [celle de Newton et la " nouvelle mécanique " – la sienne!] sera d'autant plus grande que la vitesse des planètes sera plus grande. S'il y a une différence appréciable, ce sera donc pour Mercure qu'elle sera la plus grande, Mercure ayant, de toutes les planètes, la vitesse la plus grande. »

Il réitère sa conviction prophétique que l'anomalie de l'avance du périhélie de Mercure offre la meilleure chance de confirmer la supériorité de la nouvelle mécanique sur l'ancienne, « même si, [il croit] bien que celui qui ne connaîtra pas à fond [l'« ancienne mécanique »] ne pourra comprendre la mécanique nouvelle ».

Donnée à nouveau au congrès de Lille de l'Association française pour l'avancement des sciences le 3 août et – également en français – à l'université de Berlin le 14 octobre de l'année suivante, les historiographes notèrent que dans cette conférence centrée sur la relativité, Poincaré n'avait pas prononcé le nom d'Einstein. N'essayons pas de deviner la pensée profonde de Poincaré à cet égard.

Notes

1. Voir par exemple Poincaré, H., « Sur la détermination des orbites par la méthode de Laplace », *Bulletin astronomique de l'Observatoire de Paris*, t. XXIII, mai 1906, p. 161.

2. Minkowski ne parlait pas que de physique à ses élèves : il leur parlait également de mathématiques « pures » et notamment de la théorie des nombres, l'un de ses sujets de prédilection (jeune, il avait rédigé un ouvrage étonnant, *La Géométrie des nombres*).

3. Reid, C., *Hilbert, op. cit.*, p. 106.
4. D'autant plus qu'au mois d'avril précédent, Poincaré – et non Hilbert – s'était vu attribuer le prix Bolyai de l'Académie hongroise des sciences. Klein, qui faisait partie du jury, avait expliqué : « Poincaré méritait le prix. Il a fait le tour complet des sciences mathématiques. Mais ne nous inquiétons pas ; Hilbert en fera bientôt autant. » Reid, C., *ibid.*, p. 108.
5. Kaufmann W., *Annalen der Physik*, vol. XIX, 1906, p. 487.
6. Lorentz H. A., « Lettre à Henri Poincaré », 8 mars 1906, reproduite en fac-similé dans A. I. Miller, *Frontiers of Physics, op. cit.*, p. 83.
7. Lorentz H. A., *Leçons données à l'université Columbia en 1906*, § 189, Leipzig, Teubner, 1916.
8. *The Collected papers, op. cit.*, vol. V, doc. § 58, *Annalen der Physik, op. cit.*, vol. XX, 1906, p. 627.
9. *Ibid.*, doc. § 60.
10. *Ibid.*, doc. § 87.
11. Intitulée *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogene Folgerungen* (« Sur le principe de relativité et les conclusions que l'on peut en tirer »). Notons l'emploi du mot *Relativitätsprinzip* dans ce titre. Le terme *Relativitätstheorie* n'apparaîtra que plus tard dans la terminologie einsteinienne.
12. Pais A., *Subtle is the Lord…, op. cit.*, p. 165. Notons également une séquelle de cet incident. En 1913, Einstein publie un ouvrage de vulgarisation intitulé *Das Relativitätsprinzip*. Réédité plusieurs fois, élargi et traduit en de nombreuses langues, cet ouvrage contient onze articles portant sur la relativité parus entre 1895 et 1918 (dont un article du mathématicien Hermann Weyl). Pais note : « Cet ouvrage a deux défauts : premièrement il ne contient aucun texte de Poincaré. […] Un fragment de son *mémoire Sur la dynamique de l'électron* aurait pu facilement être inséré, d'autant plus que le *Versuch* de Lorentz y est reproduit dans son intégralité […]. »
13. Einstein A., *Jahrbuch der Radioaktivität und Electronik*, vol. IV, 1907, p. 411.
14. Rapporté par Jun Ishiwara, *Einstein Koën-Roku*, Tokyo-Tosho, 1977.
15. Il s'agit ici du principe d'équivalence sous sa forme d'origine (1907). Einstein modifia ultérieurement la forme et même le contenu de son énoncé à plusieurs reprises.
16. Si Einstein emploie le mot « homogène » dans son énoncé, le contexte laisse clairement entendre qu'il faut en fait le traduire par « statique ». Pour éviter toute confusion, j'ai effectué ce remplacement dans les citations.
17. Parmi ceux qui se sont intéressés à la question dès le début, trois physiciens ne font pas partie du groupe de Göttingen. Max Planck, l'un des tout premiers, découvre que son quantum d'action ainsi que le principe de moindre action sont des invariants des transformations de Lorentz, ce qui lui permet de conclure : « Il est évident qu'en raison de ce théorème la signification du principe de moindre action s'étend dans une direction nouvelle » (Planck, *Verh. Deutsch. Phys. Ges.*, vol IV, 1906, p. 136). A peu près au même moment, rentrant d'une excursion alpestre, son assistant Max von Laue se rend à Berne pour y rencontrer Einstein. Au retour, il déclare : « Le jeune homme qui m'a accueilli au Bureau des brevets

m'a fait une impression profonde; je ne parvenais pas à croire qu'il pouvait être le père de la relativité » (Seelig C., *Einstein, Leben und Werk eines Genies unserer Zeit*, Europa Verlag, 1960, p. 130). Citons enfin Paul Ehrenfest, destiné, tout comme von Laue, à devenir un ami intime d'Einstein. Dès 1907, Ehrenfest soulève la question délicate : comment les transformations de Lorentz s'appliquent-elles à un « corps rigide » ? Rappelons que, sans « règles rigides », il n'y a pas de « théorie de la relativité d'Einstein » !

18. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 105. A l'époque où il était étudiant à l'Institut polytechnique de Zurich, Einstein s'était inscrit à huit cours enseignés par Minkowski mais les « séchait » volontiers, comptant sur Marcel Grossmann, son camarade de classe, pour lui passer ses notes. Minkowski considérait que l'apprentissage en mathématiques qu'Einstein avait suivi au Polytechnikum avait été insuffisant. *Hilfsmittel. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Math. Arch.*, 60, 4.

19. Lettre de Minkowski à Einstein, 9 octobre 1907, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 62.

20. Minkowski H., *Göttinger Nachrichten*, 1908, p. 53.

21. Lettre d'Einstein à Sommerfeld, 14 janvier 1908, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 73. Originaire de Königsberg comme Hilbert, Arnold Sommerfeld (1868-1951) avait été l'assistant de Klein à Göttingen avant d'être nommé professeur à Aix-la-Chapelle puis à Munich en 1906, où un institut de recherche avait été créé spécialement pour lui. L'un des premiers à s'intéresser à la relativité, il mit du temps avant d'accorder à Einstein son estime et bientôt son affection.

22. Tullio Levi-Civita (1873-1941), éminent mathématicien italien, était membre de la célèbre Accademia dei Lincei fondée à Rome en 1603, ainsi nommée parce que ses membres se proposaient de pénétrer les secrets de la science avec « l'œil du lynx ». Galilée y construisit un microscope qu'il envoya au roi Sigismond de Pologne en 1612.

23. Lettres de Bucherer à Einstein, 7 et 9 septembre 1908, *Collected Papers*, vol. V, doc. 117 et 119.

24. Bucherer A., *Physikalische Zeitschrift*, vol. IX, 1908, p. 755.

25. Minkowski H., *Göttinger Nachrichten*, 1908, p. 53.

26. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 113.

27. Minkowski H., *Göttinger Nachrichten*, 1908, p. 53.

28. Speziali P., *Albert Einstein, correspondance avec Michele Besso, op. cit.*, 3 janvier 1916, *Correspondance*, doc. 13.

29. Ce théorème, rappelons-le, affirme qu'il est impossible de trouver quatre entiers a, b, c et n tels que l'on ait $a^n + b^n = c^n$ pour n plus grand que 2. Pour $n = 2$, cette équation a des solutions, la plus simple étant celle, bien connue, pour laquelle $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$.

30. Le lecteur se souviendra de la visite qu'Hilbert, étudiant, avait rendue à Poincaré en 1886.

31. *Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik* – six conférences prononcées, du 22 au 28 avril 1909, devant la Fondation Wolfskehl de la Société royale des sciences de Göttingen. Le choix des

questions traitées avait quelque peu surpris – et décontenancé – les étudiants du Groupe de mathématiques, Poincaré n'ayant pas hésité à aborder l'un des sujets qu'ils considéraient comme leur « propriété privée » : l'équation intégrale dite « de Fredholm », du nom de son découvreur, Ivar Fredholm (1866-1927), sujet de prédilection d'Hilbert à cette époque. Poincaré venait tout juste de s'y intéresser – peut-être en vue de sa visite à Göttingen. Sa première communication sur ce sujet date du 21 décembre 1908 (Note à l'Académie des sciences, *Comptes rendus*, *op. cit.*, t. 147, p. 1367).

32. Le texte en a été traduit en allemand et publié sous le titre *Die neue Mechanik* en 1910.

33. La théorie proposée par Poincaré en 1905 est l'une des rares à avoir adressé cette question, pourtant fondamentale. Nous avons vu comment la question se pose lorsqu'on cherche à formuler une « loi de point » pour l'électrodynamique (*cf.* p. 26).

Einstein au pays de Mach

Einstein reçoit l'aide d'un disciple de Mach

En 1909, Alfred Kleiner obtient la création, à l'université de Zurich, d'une chaire de physique théorique à laquelle il compte faire nommer son ancien élève, Friedrich Adler. Ayant entendu parler de l'affaire, Einstein décide de se porter candidat. « Plus philosophe que physicien, nous dit Jacques Merleau-Ponty, Adler voyait en Einstein et en Hertz les créateurs d'une conception nouvelle de la mécanique. Quand il apprit la candidature d'Einstein au poste qu'il convoitait lui-même, il se désista en sa faveur [1]. »

Kleiner se rend donc à Berne pour assister au cours qu'Einstein y donne en qualité d'instructeur à titre privé. Einstein n'a que deux auditeurs ! L'un est Lucien Chavan, ancien membre de l'Akademie Olympia ; l'autre l'incontournable Michele Besso.

Le 6 juillet, Einstein entre dans le bureau de son chef, Haller, le directeur du Bureau de la propriété intellectuelle. Ce dernier manque de tomber à la renverse. Sûrement, Einstein n'est pas sérieux ! Donner sa démission du Bureau ? Pourquoi ? Qu'est-ce qui ne va pas ?

Tout va bien, Einstein vient simplement d'obtenir le poste de professeur à l'université de Zurich. La prestation d'Einstein instructeur n'avait pas impressionné Kleiner, qui lui avait dit franchement qu'il ne l'avait pas trouvé brillant... Mais cela ne l'avait pas empêché de l'engager. Pour comprendre ce qui s'est vraiment passé, intéressons-nous à la personnalité de Friedrich Adler.

Comme lui-même le notera, il est né en 1879, la même année qu'Einstein. Il a été éduqué dans une famille de culture juive, comme Einstein. Il a fait des études de physique à Zurich, comme Einstein.

Il s'est marié avec une étudiante – toujours comme Einstein. Et il est fortement engagé dans la mouvance pacifiste – comme Einstein le sera bientôt.

Mais il y a autre chose : il est le fils de Victor Adler. Ce dernier, né à Prague en 1852, unificateur des mouvements ouvriers dans le parti social-démocrate de l'Autriche-Hongrie en 1888, s'oppose dès cette époque au parti chrétien-social populiste et antisémite du célèbre maire de Vienne, Karl Lueger [2]. L'enjeu étant considérable, son fils a donc décidé de se lancer sur ses traces en politique et de laisser la physique à quelqu'un d'autre… mais pas à n'importe qui. L'idéal était de trouver un physicien disposé à travailler en suivant les préceptes d'un certain ami de son père… Victor Adler est en effet membre d'une confrérie qui rassemble – par des liens invisibles – les admirateurs d'un personnage considéré à l'époque comme mythique : Ernst Mach. Pour le rencontrer, revenons en arrière.

En 1897, au moment où il se lie d'amitié avec Besso, Einstein a tout juste dix-sept ans. Besso, étudiant au Polytechnikum de Zurich de 1891 à 1895, y avait fait la connaissance du « célèbre professeur slovaque » Aurel Stodola, spécialiste des turbines à gaz et à vapeur, qui était devenu son maître à penser. Besso avait un jour raconté à Einstein cette anecdote apprise de Stodola : le professeur Johann Christian Poggendorff de l'université de Berlin, auteur d'une célèbre *Histoire de la physique*, avait, quelques années plus tôt, refusé d'insérer dans les *Annales* dont il était l'éditeur un mémoire intitulé *Ueber die Definition der Masse* (« Sur la définition de la masse »), qu'il jugeait par trop révolutionnaire dans ses conceptions.

Natif de Chirlitz-Turas, en Moravie – un Slave comme Stodola ! –, l'auteur du mémoire n'était autre que Ernst Mach (1838-1916). Pendant plus d'un quart de siècle, il avait dirigé le laboratoire de physique expérimentale à l'université allemande de Prague avant d'être nommé en 1895 à une chaire de philosophie créée spécialement pour lui à l'université de Vienne.

Or, en 1883, Mach avait publié un livre extraordinaire intitulé *Die Mechanik* (« La Mécanique »), sous-titré *In Ihrer Entwicklung, Historisch-Kritisch Dargestellt* (« Exposé historique et critique de son développement ») [3]. Sur les conseils de Besso, Einstein s'était empressé de lire *Die Mechanik* [4], et il en fut fortement impressionné. Pendant de longues années, il se considérera lui-même comme un machien convaincu.

Pour en revenir à Adler, il avait, en se désistant en faveur d'Einstein, l'espoir secret que ce dernier saurait se montrer à la hauteur des idées de Mach [5].

A Zurich, une vie nouvelle commence pour Einstein... Dès le lendemain de sa nomination, il assiste à Genève à la célébration du trois cent cinquantième anniversaire de la fondation de l'université par Jean Calvin. En coulisses, les disciples de Mach continuent à agir discrètement en sa faveur. Bientôt, le vieux lion lui-même s'en mêle : de sa retraite des faubourgs de Vienne, il adresse à Einstein une copie dédicacée de son étude sur la loi de la conservation du travail dans les systèmes mécaniques [6]. Flatté, Einstein prend aussitôt la plume : « *Hoch geehrter Herr Professor* ! Merci beaucoup pour l'envoi de votre ouvrage sur la loi de la conservation du travail. [...] Vous avez eu une telle influence sur les vues épistémologiques de la jeune génération des physiciens que même vos adversaires les plus acharnés [d'aujourd'hui] eussent assurément été considérés comme des "machiens" par les physiciens qui avaient la haute main il y a quelques décennies [7]... » Mach lui répond qu'il a pris plaisir à lire ses travaux sur la relativité...

En septembre, les mathématiciens, physiciens et médecins allemands se réunissent à Salzbourg. Pour sa première participation officielle à un grand congrès scientifique, Einstein est *Ehrengast* – invité d'honneur – de la Physikalische Gesellschaft [8] ! Le 21 septembre 1909, tous les grands noms de la physique allemande de l'époque – Planck, Ziegler, Stark, Rubens, Sommerfeld... – sont présents. Einstein, qui se prépare à prendre la parole, écoute distraitement le conférencier qui le précède dans l'ordre des présentations. Mais ce qu'il entend mobilise bientôt toute son attention : l'orateur inconnu – qui n'est autre que Max Born – pose audacieusement une question qui claque aux oreilles d'Einstein : peut-on valablement parler de *tiges rigides* dans le cadre de la relativité [9] ?

La notion de *tige rigide*, le lecteur s'en souviendra, est l'un des fondements du raisonnement utilisé par Einstein pour la construction de son axiomatique du temps local (*cf.* p. 157). Or, Max Born explique qu'on ne peut parler de rigidité en relativité qu'à l'échelle *infinitésimale* – c'est-à-dire sur des distances infiniment petites – et il présente l'appareil mathématique élaboré par Minkowski avant sa mort pour mener à bien ce type de calcul [10].

Einstein se lève à son tour. La première partie de sa conférence concerne la relativité. Quatre ans ont passé depuis la publication du mémoire de Poincaré, un an depuis celle de la conférence *Raum und Zeit* de Minkowski.

Or, les idées d'Einstein sur le sujet n'ont pas varié. Il réitère ses considérations sur ce qu'il estime être le fondement de la relativité : « Il semble à première vue impossible de réconcilier la théorie des électrons de Lorentz avec le principe de relativité et pourtant [...] il est possible de le faire »... à la condition d'utiliser des tiges rigides et des horloges synchrones [11], etc.

Après la conférence, Einstein et Born font connaissance, sympathisent aussitôt et inaugurent une amitié qui durera jusqu'à leurs derniers jours.

Des deux, Born est le plus impressionné. Il est même persuadé qu'Einstein « a déjà dépassé la relativité restreinte qu'il abandonne à des prophètes de second rang pendant qu'il médite sur de nouvelles énigmes de la nature [...] [12] ».

En réalité, dépassé par le développement rapide de la théorie mathématique de l'espace-temps quadridimensionnel qu'il avait encore du mal à accepter, Einstein voit le sujet lui échapper... Fils de médecin, Sommerfeld, qui l'héberge, soigne son estomac rendu malade par l'excitation; puis, subtilement conscient de la nature du problème qui tourmentait Einstein, il lui présente l'un de ses étudiants, Ludwig Hopf (1884-1939), brillant mathématicien qui vient, à vingt-six ans, d'obtenir son doctorat. Einstein l'engage aussitôt comme assistant, le premier d'une longue série de mathématiciens qui l'aideront à résoudre les problèmes qu'il lui faut se résigner à aborder s'il veut faire de la physique *mathématique*.

De retour à Berne, qu'il va bientôt quitter, Einstein écrit à Sommerfeld pour le remercier d'avoir pris soin de lui... et pour dissiper ses doutes [13] : « A propos – ce malaise était un simple mal d'estomac que j'ai calmé depuis en m'efforçant de mener une vie plus régulière [14]. »

Quant à la communication de Born, il n'y a pas lieu de s'en inquiéter outre mesure – « [...] elle est fondée sur un raisonnement analogue à celui que j'ai utilisé dans mon étude d'un système uniformément accéléré publiée récemment au *Zeitschr. f. Radioaktivität* ».

Un nouveau voisin

Quelques jours après le congrès de Salzbourg, les Einstein s'installent à Zurich dans un appartement situé juste au-dessus de celui de Friedrich Adler. Les deux voisins se lient d'amitié et prennent l'habitude de se rencontrer dans le grenier de leur immeuble, « pour échapper à leurs jeunes fils turbulents ». Adler écrit à ses parents : « Plus je discute avec Einstein, ce qui arrive souvent, plus je suis convaincu d'avoir eu raison à son sujet. »

Voici donc Einstein professeur. Il est chargé d'enseigner le cours d'Introduction à la mécanique théorique.

La mécanique théorique! Domaine privilégié par excellence des grands mathématiciens – Euler, Le Rond d'Alembert, Lagrange, Laplace, Hamilton, Jacobi et autres Poincaré, sans parler de Mach! Sujet difficile, qu'Einstein connaît mal.

Il inaugure son cours devant une vingtaine d'étudiants le 18 octobre. Les notes de ces leçons ont été conservées et couvrent cent seize pages dans l'édition qui en a été publiée par l'université de Princeton en 1993.

Ce document est instructif à double titre.

D'une part, nous y sentons souffler – à en être presque ébouriffés – le vent de l'*Umwälzung* : Einstein présente son sujet d'une manière spontanée, mais guère organisée. D'autre part, il ne parle pas à ses élèves des fondements mathématiques de la théorie qu'il leur enseigne : ainsi il ne mentionne que brièvement le principe de d'Alembert, les équations de Lagrange, le principe d'Hamilton – auxquels il ne reconnaît qu'un « intérêt historique ». Il passe également sous silence la théorie d'Hamilton-Jacobi, et ce qui servira bientôt de base mathématique à la mécanique quantique : les équations de transformations canoniques, les « crochets » de Poisson, les transformations de contact infinitésimales, le théorème de Liouville, la théorie des « invariants intégraux » de Poincaré...

Après le cours de mécanique, Einstein enseigne la théorie cinétique des gaz pendant la session d'été 1910, puis l'électricité et le magnétisme, à l'automne. Pourtant quelque chose ne tourne pas rond. Le professeur Kleiner écrit à un ami : « Einstein sait qu'il ne peut espérer aucun soutien des représentants du corps enseignant, après mes observations sur sa conduite [...]. Je pense que vous devriez attendre qu'il ait donné sa démission avant de vous occuper à nouveau de cette question [15]. »

Dans ce climat délétère, Einstein surprend un soir tout son monde, son épouse y compris, en annonçant son départ imminent pour l'université Karl-Ferdinand de Prague [16]. Il vient d'y être nommé professeur *ordinarius* de physique théorique, le grade le plus élevé. Que s'est-il donc passé en coulisses ?

Einstein à Prague

Si une ville se distingue de toutes les autres dans l'histoire intellectuelle de l'Europe, c'est bien Prague (en tchèque *Praha*, en allemand *Prag*), ville médiévale, ville baroque, ville universitaire – « capitale magique de l'Europe » comme l'appellera André Breton. Après son départ de l'Université allemande en 1895, Mach avait laissé derrière lui de nombreux appareils de mesure construits sur ses indications et... des émules. L'un d'eux, le physicien d'origine magyare Anton Lampa, s'était donné pour but « de propager les idées de son ancien maître et d'y gagner des adhérents ». Or, qui est chargé de désigner les meilleurs candidats à la chaire vacante à l'université de Prague? Lampa!

Il place le nom d'Einstein premier sur la liste (liste qui ne comportait que deux noms; le second – celui du physicien Gustave Jaumann – étant également celui d'un « machien »). Le 24 septembre 1910, Einstein se rend discrètement à Vienne – alors capitale de la double monarchie – et y rencontre Lampa, venu tout spécialement, Victor Adler et... Mach lui-même. Le lendemain, le comte Karl von Stürgkh, ministre de l'Éducation — « machien » lui aussi? – donne son accord à la nomination d'Einstein au poste convoité[17].

Les Einstein débarquent à Prague le 7 avril 1911. Deux mois plus tard, ils reçoivent une lettre de Bruxelles; signée par l'éminent (et richissime) industriel belge Ernest Solvay, elle contient une invitation à participer à Bruxelles à un « Conseil scientifique international pour élucider quelques questions d'actualité des théories moléculaires et cinétiques[18] ».

« Honnête » homme dans l'ancien sens du terme et épris de science, Solvay croyait avoir mis au point une théorie physique apte à tout expliquer. Son ami, le physicien Walther Nernst (1864-1941), futur prix Nobel de chimie, l'avait persuadé d'organiser un congrès international rassemblant des physiciens célèbres, auxquels il lui serait possible d'exposer ses idées. Il l'avait incité à inviter Einstein au côté de vingt autres célébrités – dont les Français Henri Poincaré, Paul Langevin et Marie Curie.

Deux ou trois phrases de cette invitation méritent d'être citées. Solvay écrit : « Animé d'un sincère enthousiasme pour tous les problèmes dont l'étude élargit, en la développant, notre connaissance de la nature, [le soussigné] a pensé qu'un échange de vues écrit et verbal entre chercheurs s'occupant plus ou moins directement de ces questions, pourrait, sinon amener une décision définitive, du moins frayer la voie, par une critique préparatoire, à la solution de ces problèmes. »

Il précise : « N'étant pas [moi-même] homme de science spécialisée, je ne pourrai traiter des sujets indiqués; mais, ayant fait de longue date une étude générale de la gravité en vue d'en tirer des conséquences sur la constitution de la matière et de l'énergie, je me propose d'en communiquer un résumé à la séance d'ouverture du "Conseil", estimant que certains de ses travaux pourraient éventuellement en être influencés. »

Et, pour être sûr d'être tout à fait entendu, il ajoute : « Pour permettre à tous les invités de participer, j'offre à chacun d'eux une indemnité de mille francs pour frais de voyage. Les demandes éventuelles et les réponses doivent être adressées à Monsieur le Prof. Dr. W. Nernst, Am Karlsbad 26a, Berlin W. 35. »

Cela tombe à pic car, à Prague, Einstein, selon ses dires, travaille avec diligence, mais sans grand succès.

Anton Lampa n'était pas à Prague le seul ancien disciple de Mach. Georg Pick y résidait également. Mathématicien novateur formé à Göttingen, remarquablement concis dans ses exposés, il avait été l'assistant de Mach et gardait de son maître des souvenirs émerveillés. De vingt ans l'aîné d'Einstein, Pick évoque volontiers auprès de lui ses souvenirs de Mach lors de promenades quotidiennes dans les jardins de l'université; il devient pour lui un véritable père spirituel, le conseille, l'encourage et l'aide même à se procurer un nouvel assistant, Emil Nohel, jeune mathématicien talentueux originaire d'une famille paysanne de Bohême.

Einstein se fait un nouveau cercle d'amis : l'écrivain Max Brod – qui s'apprête à écrire *Le Chemin de Tycho Brahé vers Dieu*; Franz Kafka – qui n'a encore écrit ni *La Métamorphose* ni *Le Procès*; Berta Fanta, chez qui il rencontre des militants sionistes qui cherchent – en vain pour l'instant – à le convertir à leur cause...

Il reçoit un jour une lettre d'un admirateur inconnu l'informant qu'il compte venir à Prague pour le rencontrer. Quelques jours plus tard, Einstein se rend à la gare, « un cigare à la bouche et Mileva à ses côtés ». L'inconnu, Paul Ehrenfest, est un physicien, marié à une physicienne d'origine russe, Tatiana. Il a l'âge d'Einstein, joue du piano et a une ambition : travailler avec celui qu'il considère comme son idole. Einstein fait de lui son ami.

Pourtant, malgré ces bonnes rencontres du « Cercle de Prague », dès qu'il le peut, Einstein s'éloigne mystérieusement de la capitale tchèque. A tel point que son épouse lui fait observer qu'il est si souvent absent qu'un jour il ne la reconnaîtra plus...

Poincaré proposé pour le prix Nobel

En créant ses « prix Nobel » par son testament en 1896, Alfred Nobel en avait volontairement exclu la catégorie mathématiques – pour une raison toute personnelle : il refusait qu'un prix puisse, après sa mort, être attribué à un éminent mathématicien qui avait été son rival... en amour.

Le mathématicien suédois Gösta Mittag-Leffler (1846-1927), fondateur de la revue *Acta Mathematica*, ami et grand admirateur de Poincaré, monte une campagne auprès de ses collègues à travers le monde pour que le Nobel de physique 1910 soit attribué à Poincaré. Trente-quatre scientifiques de renom répondent à son appel. Le Comité d'attribution des prix étudie la proposition, mais décide en fin de compte que les « brillantes contributions » de Poincaré à la physique mathématique « ne sauraient être considérées comme constituant des découvertes ou inventions dans le domaine particulier de la physique – à moins d'entendre ces mots dans un sens très large [19] ». Pour avoir apporté une réponse satisfaisante au problème des forces moléculaires, c'est le Néerlandais Johannes Diderik Van Der Waals qui reçoit le prix.

Wilhelm Wien est lauréat en 1911. Il écrit aussitôt au comité Nobel : « Je propose d'attribuer le prix 1912 à Lorentz à Leyde et à Einstein à Prague. Le principe de relativité doit être considéré comme l'un des accomplissements les plus significatifs jamais réalisés en physique. [...] La relativité a été découverte par un processus inductif, après que toutes les tentatives pour mettre en évidence un mouvement absolu eurent échouées. Si Lorentz doit être considéré comme celui qui a découvert le contenu mathématique du principe de relativité, Einstein a réussi à le réduire à un principe simple. Nous devons donc considérer les mérites de ces deux novateurs comme comparables [...] [20]. »

Alerte !

Tandis que ses amis avancent son nom pour le prix Nobel, des épisodes burlesques égayent la vie d'Einstein. Le 12 avril 1911, il écrit à Paul Ehrenfest : « La *Physikalische Zeitschrift* vient de publier une note de [Vladimir] Varicak totalement erronée qui nous concerne l'un et l'autre. [...] Une courte réponse serait nécessaire pour éviter toute confusion [21]. »

Il rédige lui-même cette réponse, dans laquelle il explique :

« L'auteur [Varicak] perçoit une différence injustifiée entre la conception de Lorentz et la mienne [...]. La question de savoir si la contraction de Lorentz est ou n'est pas un effet réel est sans fondements. Cet effet "n'existe pas en réalité" dans la mesure où il n'existe pas pour un observateur en mouvement; mais il existe "réellement" en ce sens que, en principe, il peut être détecté par un observateur qui ne participerait pas au mouvement[22]. »

Einstein considère donc que sa théorie et celle de Lorentz sont identiques *quant aux effets physiques* qu'elles prédisent – même s'il est hélas impossible de les départager par l'utilisation d'*effets observables.*

Ses amis volent alors à son secours… d'une manière plus rocambolesque que scientifique. Il n'est qu'à lire l'affirmation catégorique de Max von Laue, pourtant physicien averti : « Une véritable décision expérimentale entre la théorie de Lorentz et la Relativité Restreinte d'Einstein n'a pas à être recherchée. Il manque à la théorie de Lorentz un grand principe universel dont la possession confère à la Relativité un caractère imposant[23]. »

Langevin fait des siennes

Tandis qu'à Prague la vie d'Einstein prend un virage serré, à Paris celle de Paul Langevin en emprunte un en épingle à cheveux[24]. Suite au congrès international de Philosophie à Bologne, il participe à celui de la Société française de philosophie. Il s'y lance dans une grande tirade : « Il n'y a ni espace, ni temps *a priori* […]. Je voudrais montrer que la forme, insuffisamment analysée d'ordinaire, sous laquelle ces notions se présentaient jusqu'ici, était déterminée, conditionnée, par une synthèse particulière et provisoire du monde, par la théorie mécaniste. »

Il fait des analogies, assimile les théories scientifiques à « des êtres vivants pourvus d'une force interne d'expansion qui les pousse à conquérir de nouveaux territoires », met au premier plan la notion de « conflit avec survivance du plus apte ». Il affirme : « Ce conflit s'applique aux hommes comme il s'applique aux théories. L'électromagnétisme est triomphant : il a assimilé sans aucun effort l'optique, conquis la plus grande partie de la physique, envahi la chimie et groupé un nombre immense de faits jusque-là sans forme et sans lien. » Son langage se politise : la mécanique c'est la « noblesse de l'Ancien Régime » ; l'électromagnétisme, la « dynamique des classes montantes ».

Il invite les philosophes à l'aider à forger de nouveaux concepts d'espace et de temps et à coopérer avec lui pour la « formation d'un langage adéquat » – qui ne saurait être celui des mathématiciens [25]. Subjugué, le philosophe Édouard Le Roy propose de distinguer désormais du « temps des philosophes » celui des physiciens qu'il propose d'appeler « heure ». Un vent de folie souffle sur l'auditoire…

A Bruxelles, un débat entre Einstein et Poincaré

Un vent de folie souffle aussi sur l'Europe. Le 28 septembre (1911), l'Italie déclare la guerre à la Turquie. La tension monte entre Français, alliés des Italiens, et Allemands, amis des Turcs, à propos du Maroc. De plus en plus soucieux de sa santé, Poincaré débarque à Bruxelles, le 30 octobre, pour y participer au « Conseil scientifique » organisé sous les auspices du riche industriel bruxellois Ernest Solvay.

L'histoire de ce congrès annonce certains événements à venir. Coanimateur de ce congrès, Nernst travaillait depuis plusieurs années avec acharnement à démontrer la validité de ce que l'on commençait à appeler « la troisième loi de la thermodynamique [26] ». Souhaitant connaître l'opinion d'Einstein sur cette question, et, pour l'honorer, il avait placé son intervention la toute dernière sur la liste, au dernier jour du congrès, le 3 novembre 1911.

Mais ce qui nous intéresse ici, c'est la brève confrontation entre Einstein et Poincaré lors de la discussion qui suivit l'exposé d'Einstein. Sans qu'il soit nécessaire, pour en apprécier la teneur, d'entrer dans les détails du débat, suivons-en les principales péripéties [27]. L'exposé d'Einstein concerne l'utilisation du concept de probabilité dans la formulation de la « troisième loi » de la thermodynamique – ce sur quoi Walther Nernst tenait tant à l'entendre.

Le débat s'engage lorsque Lorentz fait remarquer à Einstein que la façon dont il entend le mot *probabilité* dans son raisonnement ouvre la porte à une sérieuse difficulté.

Lorentz, qui s'est levé, explique : « M. Einstein parle de la probabilité de trouver une particule à une hauteur donnée z. Mais, pour être rigoureux, on doit parler de la probabilité de trouver la particule entre z et $z + dz$, ce qui fait que cette probabilité n'est pas W mais Wdz. »

Il insiste : « La différence est significative, car – après tout – rien ne nous oblige à prendre z pour coordonnée : on aurait pu tout aussi bien prendre z^2, par exemple, ce qui nous conduirait à introduire une probabilité égale, non pas à W, mais à $W/2z$, ce qui voudrait dire, en fin de compte, que la "troisième loi de la thermodynamique" [...] ne serait plus vérifiée qu'à un facteur variable près – résultat inadmissible. »

Einstein rétorque : « Quel que soit l'intervalle dz, on obtient, en fin de compte, la même loi pour l'entropie. »

Réplique laconique, mais immédiate, de Poincaré : « Quand on définit la probabilité, le choix de l'élément différentiel n'est pas arbitraire. On doit obligatoirement choisir un élément de l'espace de phase. »

Sentant aussitôt le danger, Lorentz intervient : « M. Einstein [...] parle simplement de la probabilité que la coordonnée z ait une valeur donnée. »

Et Einstein de renchérir : « J'utilise une définition purement phénoménologique de la probabilité, indépendante de toute théorie élémentaire sous-jacente. »

Poincaré lui répond : « Dans toute théorie que l'on peut souhaiter introduire pour remplacer la mécanique ordinaire, au lieu d'un élément de l'espace de phase il faut au moins choisir un invariant comme élément différentiel. »

Un élément *invariant*...

Cet échange résume à lui seul la profonde différence qui sépare les démarches d'Einstein et de Poincaré : l'un est mathématicien, l'autre ne l'est pas.

Sur la « photo de famille », prise à la fin du congrès, Poincaré est assis, absorbé dans ses pensées, aux côtés de Marie Curie. Einstein est debout derrière lui, un cigare à la main. Tous sont au rendez-vous: Planck, Brillouin, Rubens, Sommerfeld, Lorentz, Maurice de Broglie, Perrin, Wien, Jeans, Rutherford, Onnes, Hasenöhrl...

Il reste à Poincaré moins de neuf mois à vivre.

Notes

1. Merleau-Ponty J., *Einstein*, Paris, Flammarion, coll. « Figures de la science », p. 35.

2. Dont Adolf Hitler sera l'admirateur quelques années plus tard.

3. Mach E., *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung, Historisch-Kritisch Dargestellt*, Borckhaus, Leipzig, 1883. Trad. fr., *La Mécanique, exposé historique et critique de son développement*, Paris, Librairie scientifique A. Hermann, 1904, réimpression J. Gabay, 1987.

4. « Autour de 1897 ou 1898, un ingénieur un peu plus âgé [Besso lui-même] a renvoyé à Mach le jeune intéressé, enflammé pour la science, que tenaient en haleine les questions sur l'existence de l'éther et des atomes – à Mach, qui avait été signalé à l'ingénieur par le célèbre professeur slovaque de l'EPF [l'Institut polytechnique de Zurich] à l'époque où l'enseignement de Mach renvoyait de façon décisive aux phénomènes observables - et peut-être indirectement, justement aux horloges et aux mesures... » Lettre de Besso à Einstein, 1947, *Correspondance*, doc. 151.

5. La plupart des membres du comité de sélection étaient des sympathisants des idées de son père.

6. Mach E., *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Albeit*, 2e ed. Leipzig, Barth, 1909. Deux semaines plus tôt, Mach avait informé Friedrich Adler de son intention d'entrer en contact avec Einstein. Lettre de Mach à Adler, 26 juillet 1909, *Verein für die Geschichte der Arbeiterbewegung*, Vienne, Adler-Archiv, doc. 130.

7. Lettre d'Einstein à Mach, 9 août 1909, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 174. Les lettres de Mach à Einstein ont été perdues.

8. La participation de mathématiciens, de physiciens et de médecins à un même congrès correspondait à une préoccupation particulière des membres de la Société des naturalistes et médecins allemands – la Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte – à cette époque. Lors d'un précédent congrès, Felix Klein avait exprimé cette préoccupation en ces termes : « Sous l'influence des développements modernes, les mathématiques tendent de plus en plus à s'isoler. [...]

C'est là un grand danger et qui grandit de jour en jour. Nous, membres de la Société mathématique, nous voulons le combattre de toutes nos forces ; et c'est aussi dans ce but que que nous nous sommes réunis à la Gesellschaft Naturforscher und Ärzte. » Discours à propos de l'influence de Riemann sur les mathématiques modernes prononcé par Felix Klein à Vienne le 27 septembre 1894, reproduit dans Riemann B., *Œuvres mathématiques*, réimpression J. Gabay, Paris, 1990.

9. Born M., « Über die Dynamik des Elektrons in der Kinematic des Relativitätsprinzips », *Physikalische Zeitschrift*, *op. cit.*, vol. X, 1909, p. 814.

10. Nous abordons ces questions en détail un peu plus loin, *cf.* p. 248 et suivantes.

11. Einstein A., *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, vol. VII, 1909, p. 482.

12. Il n'avait pas entièrement tort : la seconde partie de l'exposé d'Einstein était consacrée à la présentation de ses idées sur la théorie des « quanta de lumière », branche naissante de la nouvelle physique au sujet de laquelle il s'opposait notamment à Max Planck – avant de s'opposer à tous !

13. Deux ans plus tôt, Sommerfeld avait jugé l'« art » d'Einstein exagérément dogmatique et trop abstrait *(abstrakt-begriffliche)*. Lettre d'Arnold Sommerfeld à Lorentz, 26 décembre 1907, Rijksarchief Noord-Holland, Haarlem, Archief H. A. Lorentz.

14. Lettre d'Einstein à Sommerfeld, 29 septembre 1909, *The Collected Papers*, *op. cit.*, vol. V. doc. 179.

15. Lettre de Kleiner à un correspondant non identifié, 18 janvier 1911, Staatsarchiv des Kantons Zürich. À ce jour, les raisons précises du conflit restent inconnues.

16. Appelée communément l'université allemande de Prague (*Prager Deutschen Universität*).

17. Ironie du sort : Friedrich Adler assassinera le comte, devenu Premier ministre, le 21 octobre 1916 à Vienne, aux cris de « A bas la tyrannie ! »

18. *The Collected Papers*, *op. cit.*, vol. V, doc. 269.

19. Rapport du comité Nobel 1910.

20. Lettre de W. Wien au comité Nobel, 1912, citée dans Pais, *Subtle is the Lord…*, *op. cit.*, p. 153. Lorentz avait déjà reçu le prix en 1902.

21. Einstein A., *The Collected Papers*, *op. cit.*, vol. V, doc. 264.

22. Einstein A., *Physikalische Zeitschrift*, *op. cit.*, vol. XII, 1911, p. 509 ; *The Collected Papers*, *op. cit.*, vol. III, doc. 22.

23. Von Laue M., *Das Relativitätsprinzip*, Brauschweig, 1911, p. 19. Notons que ce genre d'affirmation péremptoire est encore d'actualité aujourd'hui. De nombreux physiciens rejettent la théorie des cordes (*cf.* annexes) en faisant remarquer qu'elle n'est pas encore fondée sur un grand principe universel.

24. Tant dans sa vie privée (ses déboires conjugaux prennent l'allure d'un mélodrame public) que dans sa vie publique. Langevin P., « L'évolution de l'espace et du temps », conférence au IV^e^ congrès international de Philosophie de Bologne, *Scientia*, vol. X, 1911, p. 31 ; « Le temps, l'espace et la causalité », *Bulletin de la Société française de philosophie*, séance du 19 octobre 1911, vol. XII, 1912, p. 1.

25. Dans pareil conflit, Poincaré était doublement mal placé : non seulement il était mathématicien – donc forcément soupçonné –, mais il était également cousin de Raymond Poincaré, futur président de la République – politiquement classé plutôt « à droite » –, ce qui le rendait encore plus suspect !
26. Cette loi affirme que l'entropie d'un système tend vers zéro lorsque la température tend vers le zéro absolu, en d'autres termes, que la constante dans l'équation de Planck $S = k.\log W + \text{const.}$ qui relie l'entropie à la probabilité peut être prise égale à zéro.
27. *The Collected Papers*, *op. cit.*, vol. III, doc. 27.

Les derniers jours de Poincaré

Un portrait d'Einstein signé Poincaré

Après le congrès Solvay, Einstein rentre à Prague. Il a secrètement décidé de quitter cette ville, mais ne sait pas encore où il veut aller. Plusieurs possibilités s'offrent à lui. Lorentz lui offre un poste à Utrecht. Marcel Grossmann, son ancien camarade d'études, cherche quant à lui à le faire venir à l'Eidgenössische Technische Hochschule (ETH)[1], à Zurich.

Avisé de la chose, Einstein prend ses distances avec Lorentz, l'informant qu'il a décidé de rester à Prague où il dispose d'un institut spacieux et d'une bibliothèque magnifique et, le même jour, écrit à son ami Zangger : « Laissons le Polytechnikum à ses voies insondables[2]... » Il ajoute au passage quelques commentaires sur les scientifiques rencontrés à Bruxelles : « Lorentz est une merveille d'intelligence et de tact. Il est à mon avis le plus intelligent de tous les théoriciens qui étaient présents. Quant à Poinkaré *[sic]*, il est négatif en général ; son acuité intellectuelle mise à part, il démontre peu de compréhension de la situation. Planck s'accroche désespérément à des idées préconçues [...]. »[3]

L'Alsacien Pierre Weiss, qui a succédé à l'ancien professeur de physique d'Einstein au Polytechnikum (Heinrich Weber), demande à Marie Curie et à Poincaré d'appuyer la candidature d'Einstein. Poincaré envoie aussitôt la recommandation demandée. Le début, laudatif – « M. Einstein est un des esprits les plus originaux que j'aie connus » –, est cependant tempéré par une pointe d'ironie glacée : « [...] mais comme il cherche dans toutes les directions, on doit s'attendre à ce que la plupart des voies dans lesquelles il s'engage soient des impasses ; mais on doit en même temps espérer que l'une des directions qu'il a indiquées soit la bonne. Mais c'est bien ainsi que l'on doit procéder. Le rôle de la physique mathématique est de poser les questions, ce n'est que l'expérience qui peut les résoudre[4]. »

Pendant ces tractations, Einstein écrit au chimiste-physicien Emil Warburg (1846-1931), président du Physikalisch-Technische Reichsanstalt de Berlin. Warburg l'invite à séjourner chez lui à Charlottenburg, un faubourg de Berlin. Il est sous-entendu que les deux hommes pourront, s'ils le désirent, parler entre eux... de la venue éventuelle d'Einstein à Berlin. Trois semaines plus tard, Einstein reçoit une lettre – encore plus encourageante – du chimiste Fritz Haber (1868-1934), futur prix Nobel, professeur à l'université de Berlin et surtout directeur du Kaiser Wilhelm Institut für physikalische Chemie, spécialement créé pour lui suite à une donation d'un million de marks du riche financier Leopold Koppel (1854-1933), fondateur de la fondation qui porte son nom.

Aux premiers jours du printemps 1912, Einstein se rend donc discrètement à Berlin. Le 15 avril, il est chez Emil Warburg ; le 16, chez Fritz Haber ; le 19, chez Nernst ; le 20, à nouveau chez Warburg... Il retrouve également sa cousine, Elsa Löwenthal, qui vient de divorcer. C'est le coup de foudre. De retour à Prague, il lui écrit des lettres passionnées et n'a plus qu'un désir : la retrouver au plus tôt. « Je dois aimer quelqu'un ou mon existence sera misérable. Et ce "quelqu'un", c'est toi[5]. »

Einstein donne un coup de pied dans la fourmilière...

Répondant (par la négative nous l'avons vu) à l'invitation de Lorentz, Einstein en profite pour lui communiquer deux « petites découvertes » qu'il a faites depuis leur dernière rencontre. La seconde concerne l'influence d'un champ gravitationnel sur la vitesse de la lumière. « Des résultats simples et magnifiques ont émergé ici de façon quasi automatique. » Il expose alors, en termes faciles à comprendre, l'essentiel de sa nouvelle conception théorique :

« La vitesse de la lumière *c* est variable. Elle détermine la force gravitationnelle [...]. La masse inertiale d'un corps est égale à m/c, c'est-à-dire qu'elle décroît avec le champ gravitationnel. Les équations du mouvement sont en accord essentiel avec celles de la théorie de la relativité habituelle[6]. » Il ajoute qu'il pense qu'une équivalence réelle existe entre champ gravitationnel et « champ d'accélération ».

Cependant, en affirmant la *variabilité* de la vitesse de la lumière, il donne un véritable coup de pied dans la fourmilière : il remet en question – d'un cœur apparemment léger, voire même avec enthousiasme – un des deux postulats sur lesquels il avait fondé son axiomatique du temps local !

Pourquoi cette volte-face?

C'est qu'il a acquis la conviction d'avoir découvert une caractéristique fondamentale de la gravitation. Il la décrit dans deux articles qu'il soumet aux *Annalen der Physik* le 26 février et le 23 mars. L'idée qu'il y présente comme une certitude deviendra une source de difficultés auxquelles il devra faire face pendant les trois années cruciales où il va poursuivre sa quête de la relativité généralisée. Elle revient à affirmer qu'un champ gravitationnel statique n'affecte que la coordonnée de temps (celle qui correspond à l'*ict* de Poincaré, qu'Einstein ne s'est pas encore résigné à utiliser !), seule des quatre coordonnées dans laquelle la vitesse de la lumière intervient explicitement[7].

De Milan où il construit une théorie rivale, Abraham attaque aussitôt cette conception, qu'il juge incompatible avec les fondements mêmes de la relativité. Einstein réagit. Il écrit à son ancien assistant, Ludwig Hopf : « J'ai développé la théorie de la gravitation dans le cas du champ statique de façon totalement rigoureuse. La chose est extraordinairement belle et remarquablement simple. La théorie d'Abraham est totalement fausse. Il y aura probablement un duel verbal lourd à ce sujet entre nous deux. » Et, belliqueux, il ajoute : « J'ai aussi un os à ronger avec Nernst ; il a découvert une preuve de sa troisième loi qui est totalement fausse... Une autre guerre de mots est en vue et elle sera sinistre[8]. »

Les choses se calment en mai. Cependant, de Saint-Pétersbourg Paul Ehrenfest adresse à Einstein lettre sur lettre en parlant de la gravitation dans le langage et avec le formalisme de l'*espace-temps*, qu'Einstein, dans ses réponses, continue d'ignorer superbement[9]. Mais pour lui, l'heure de vérité approche...

Poincaré s'intéresse à l'atome

Tandis qu'à Prague Einstein se préoccupe de la gravitation (et rêve de revoir sa cousine), à Paris, Poincaré se lance dans une nouvelle aventure de l'esprit. A l'Académie des sciences, le 4 décembre 1911 – et plus complètement en janvier 1912 –, il établit l'un des fondements de ce qui deviendra notre *mécanique quantique* d'aujourd'hui. Lisons les premières lignes de son texte[10] :

« Récemment s'est tenu à Bruxelles un congrès où étaient assemblés [vingt-trois] physiciens de diverses nationalités, et, à chaque instant, on aurait pu les entendre parler de la Mécanique nouvelle qu'ils opposaient à la Mécanique ancienne ; or, qu'était-ce que cette Mécanique ancienne ? Était-ce celle de Newton, celle qui régnait encore sans conteste à la fin du XIXe siècle ? Non, c'était la Mécanique de Lorentz[11], celle du principe de relativité, celle qui, il y a cinq ans à peine, paraissait le comble de la hardiesse. »

Posant la question fondamentale..., il y répond dans la foulée : « Cela veut-il dire que cette Mécanique de Lorentz n'a eu qu'une fortune éphémère, qu'elle n'a été qu'un caprice à la mode et qu'on est sur le point de revenir aux anciens dieux qu'on avait imprudemment délaissés ? Pas le moins du monde, les conquêtes d'hier ne sont pas compromises ; en tous les points où elle s'écarte de celle de Newton, la Mécanique de Lorentz subsiste[12]. »

Il tourne alors son regard vers l'avenir : « Seulement, à ces hardiesses, on veut en ajouter d'autres, et beaucoup plus déconcertantes. On ne se demande plus seulement si les équations différentielles de la Dynamique doivent être modifiées, mais si les lois du mouvement pourront encore être exprimées par des équations différentielles. Et ce serait là la révolution la plus profonde que la Philosophie Naturelle ait subie depuis Newton. » Pour enfoncer le clou, il précise : « On se demande s'il ne faut pas introduire dans les lois naturelles des discontinuités, non pas apparentes, mais essentielles. »

Discontinuités essentielles...

Venons-en à la section § 5 de ce mémoire. « Je rappelle d'abord, nous dit Poincaré, que l'étude de l'équilibre thermodynamique a été ramenée à une question de statistique et de probabilité. » Il cite un texte de Planck (qu'il traduit de l'allemand « aussi exactement que possible afin de ne pas trahir la pensée de son auteur, tout en la résumant un peu ») : « La probabilité d'une variable continue s'obtient en envisageant des domaines élémentaires indépendants d'égale probabilité [...]. » C'est la phrase clé. Une page plus loin, Poincaré ajoutera qu'il lui faut dorénavant chercher à éclaircir ce que sont les domaines élémentaires de probabilité.

Précisons la nature du problème qu'il aborde. Dire avec Planck qu'il existe dans la nature une « discontinuité essentielle », c'est affirmer que cette discontinuité – ce *quantum* – est *indivisible,* ou, encore mieux, *insécable*, c'est-à-dire *non divisible en parties.* C'est cette *insécabilité* qu'il faut tenter d'expliquer – ou tout au moins de décrire – pour fonder la nouvelle physique. Poincaré nous dit :

« Ces domaines élémentaires sont indivisibles; c'est-à-dire que dès que nous savons que nous sommes dans un de ces domaines, tout est par là déterminé; sans quoi, si les événements qui doivent suivre n'étaient pas par ce fait entièrement connus, s'ils devaient différer selon que nous nous trouverions dans telle ou telle partie de ce domaine, c'est que ce domaine ne serait pas indivisible au point de vue de la probabilité puisque la probabilité de certains événements futurs ne serait pas la même dans ses diverses parties. »

Il s'attaque là au plus profond mystère de la nature, celui qui avait tant préoccupé les Grecs : qu'est-ce que l'Un ?

Poincaré reformule la question : l'Un est insécable. Mais pourquoi l'est-il ? La réponse qu'il propose est étonnante. Pythagore n'aurait certainement pas pu l'envisager..., pas plus que ne le peut Einstein, et c'est ce qui rend la chose passionnante. Ce dernier ne pouvait concevoir d'expliquer la discontinuité fondamentale en faisant appel à la probabilité. « Dieu ne joue pas avec des dés », aimait-il à répéter. Pour Poincaré, en revanche, si le quantum fondamental est insécable, il l'est « au point de vue de la probabilité » : Dieu est un joueur invétéré.

Le débat Poincaré-Einstein sur cette question est passé inaperçu à l'époque[13]. Et pourtant... jamais deux grands savants ne se seront affrontés avec autant de convictions opposées sur une question aussi fondamentale. Einstein paya, au bout du compte, le prix de son intransigeance : la formidable explosion de la mécanique quantique se fit sans lui et même « contre lui », en tout cas sans son assentiment... ni son approbation.

Dernières pensées

Le 9 décembre 1911, Poincaré adresse à son ami le mathématicien Guccia, directeur fondateur du Circolo matematico de Palerme, un mémoire intitulé *Sur un théorème de géométrie,* qui commence par ces mots : « Je n'ai jamais présenté au public un travail aussi inachevé [...]. » On sent Poincaré préoccupé. Préoccupé mais, comme à son habitude, très occupé.

Le 1er janvier, il est nommé directeur de l'Académie française[14]. Le 21 janvier, il prononce une allocution à la Sorbonne au Jubilé de Gaston Darboux ; le 14 février, un discours aux funérailles d'Hippolyte Langlois; le 26, une allocution au Jubilé de Camille Flammarion, suivie, le 7 mars, d'un discours devant l'association Foi et Vie.

A la demande expresse de Max Abraham, le 11 avril 1912, Poincaré prononce devant les membres de la *Société française de physique* une conférence qu'il a intitulée « Les rapports de la matière et de l'éther ». Quelques joyaux typiquement « poincaréens » émaillent son exposé; je me contenterai de relever celui-ci : « Les atomes ne sont plus une fiction commode; il nous semble pour ainsi dire que nous les voyons, depuis que nous savons les compter. » Mais un autre détail attire l'attention : pour la première – et la dernière fois, en public – Poincaré prononce (deux fois) le nom d'Einstein : « M. Einstein a étudié l'action de la lumière sur les molécules... ». Et, deux phrases plus loin : « M. Einstein [...] a assimilé ses molécules à de petits résonateurs mobiles susceptibles de posséder à la fois de la force vive de translation et de l'énergie due à des oscillations électriques. » Il observe : « Le résultat aurait dans tous les cas été le même, il aurait retrouvé la loi de Rayleigh. » Puis il se démarque de lui : « Quant à moi, je ferai l'inverse, c'est-à-dire que j'étudierai l'action des molécules sur la lumière. » Un peu plus loin, il persiste dans on habitude – désastreuse, il faut le dire – d'attribuer à Lorentz le principe de relativité : « Il faut maintenant passer de l'action d'une molécule au repos à l'action d'une molécule en mouvement. [...] Cela est facile : nous n'avons qu'à appliquer le principe de relativité de Lorentz[15]. »

Eut-il dit « de Poincaré », l'affaire eut été réglée – devant les physiciens français membres de la *Société française de physique*, qui plus est!! Une occasion manquée.

Aux premiers jours de mai, il est à Londres. Il y fait une conférence sur la logique de l'infini le 3, sur l'espace et le temps le 4, sur la théorie des quanta de Planck le 11. Ces conférences contiennent ses ultimes pensées sur ses deux principaux sujets de préoccupation.

Le 4 mai, il confie aux étudiants de l'université de Londres ses dernières pensées sur ce qui aura été l'un des objets de ses plus profondes réflexions[16]. Il les prévient : « Une des raisons qui m'ont déterminé à revenir sur une des questions que j'ai le plus souvent traitées, c'est la révolution qui s'est récemment accomplie dans nos idées sur la Mécanique [la révolution quantique]. »

Il revient d'abord sur le principe de relativité, auquel il donne un nouveau nom – « principe de relativité physique » – et pour lequel il propose une étonnante nouvelle définition : « Il n'est plus une simple convention; il est vérifiable et par conséquent il pourrait n'être pas vérifié; c'est une vérité expérimentale. »

Quel est le sens de ce principe? « Il signifie que l'action mutuelle de deux corps tend vers zéro quand ces deux corps s'éloignent indéfiniment l'un de l'autre; il signifie que deux mondes éloignés se comportent comme s'ils étaient indépendants. « Le principe de relativité physique n'est donc pas « une nécessité due à la nature même de notre esprit, mais une vérité expérimentale à laquelle l'expérience impose des limites ». On regrettera qu'aucune genèse de la formation, dans l'esprit de Poincaré, de cette conception nouvelle du principe de relativité n'ait subsisté.

De l'affirmation que le principe de relativité physique peut servir à définir l'espace, il donne l'explication suivante : « Il nous fournit pour ainsi dire un nouvel instrument de mesure. Je m'explique : comment le corps solide pouvait-il nous servir à mesurer, ou plutôt à construire l'espace? En transportant un corps solide d'une position dans une autre, nous reconnaissions qu'on peut l'appliquer d'abord sur une figure et ensuite sur une autre et nous convenions de considérer ces deux figures comme égales. »

C'est, le lecteur l'aura reconnue, la méthode préconisée par Einstein. Voyons ce qu'elle implique aux yeux de Poincaré.

Dans ce qu'il faut sans doute lire comme une critique discrète de cette méthode, Poincaré continue : « Définir l'espace de façon qu'un corps solide conserve sa forme quand on le déplace, c'est le définir de façon que les équations d'équilibre de ce corps ne soient pas altérées par un changement d'axes; or, ces équations d'équilibre ne sont qu'un cas particulier des équations générales de la Dynamique, lesquelles, d'après le principe de relativité physique, ne doivent pas être modifiées par ce changement d'axes. »

Il faut donc adopter une nouvelle manière de définir l'espace. Poincaré propose de la construire sur les bases du groupe « des transformations qui n'altèrent pas nos équations différentielles », ce qui implique une façon nouvelle de définir l'égalité de deux figures : « Elle permet de remplacer le corps solide par tout autre système mécanique; de plus, la convention nouvelle ne définit pas seulement l'espace, elle définit le temps. [...] Tout se passe, en effet, comme si le temps était une quatrième dimension de l'espace; et comme si l'espace à quatre dimensions résultant de la combinaison de l'espace ordinaire et du temps pouvait tourner non seulement autour d'un axe de l'espace ordinaire, de façon que le temps ne soit pas altéré, mais autour d'un axe quelconque. [Mais] pour que la comparaison soit mathématiquement juste, il faut attribuer des valeurs purement imaginaires à cette quatrième coordonnée de l'espace. »

D'où il conclut : « Dans la nouvelle conception, l'espace et le temps [sont] deux parties d'un même tout et deux parties qui sont comme étroitement entrelacées de façon qu'on ne puisse plus les séparer facilement. »

La différence entre le point de vue d'Einstein et celui de Poincaré éclate ici : pour Einstein – en 1905, tout au moins – il existe des corps solides dans l'espace *ordinaire* – ses fameuses « tiges » ou « règles » rigides. Pour Poincaré, tout au contraire un corps « solide » ne peut exister que dans l'espace relativiste quadridimensionnel. La différence est fondamentale et a été résolue en faveur du point de vue de Poincaré – même si cela n'a pas été pleinement réalisé de son vivant (et même si de nombreux physiciens persistent à ignorer cette subtile distinction de nos jours encore).

On voit poindre par ailleurs, dans le texte cité ci-dessus, ce qu'une « théorie généralisée de la relativité » aurait pu devenir si Poincaré avait pu mener à bien jusqu'au bout ses idées dans ce domaine : si nous en croyons ce texte, il l'aurait fondée sur le groupe des transformations « qui n'altèrent pas nos équations différentielles ».

La mort de Poincaré

Le 22 mai, Poincaré est à Vienne ; il y prononce un discours sur les rapports de la science et des Humanités. De retour à Paris, il adresse, le 26 juin, la Ligue française d'éducation morale, puis préside, le 4 juillet, le Conseil des Observatoires. Darboux, qui assiste à la séance, le trouve plus nerveux que de coutume. A la sortie de la réunion, Poincaré l'informe qu'il va se faire opérer de nouveau. Le samedi suivant, il assiste au Conseil de la faculté à la Sorbonne ; il y lit un rapport sur les travaux d'Élie Cartan concernant la théorie des groupes, rapport qui, « par la nature même du sujet, fut un exposé de ses vues personnelles sur la théorie des groupes » nous dit Paul Appell[17]. En sortant de la réunion, Poincaré confirme à ce dernier qu'il entre le lendemain à l'hôpital.

A la veille de son entrée à la clinique, le 7 juillet, il adresse aux *Annales de la faculté des sciences de Toulouse* un mémoire intitulé « Fonctions modulaires et fonctions fuchsiennes ». Ce mémoire, dont il ne put corriger les épreuves, est le dernier qu'il ait écrit.

Opéré le 9, il est de retour chez lui quelques jours plus tard. Maintenu au lit, sur le conseil de ses médecins, il ressent, le 17 au matin, une douleur au moment de se lever. Une embolie l'emporte.

Au même moment, à Göttingen, David Hilbert décide de s'initier à la physique.

Notes

1. Le 23 juin 1911, l'Eidgenössische Polytechnikum était officiellement devenu l'Eidgenössische Technische Hochschule par décret du Conseil fédéral suisse, SzZE Schulratsarchiv 1911, Protokoll des Präsidenten, n° 234. Voir aussi *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 291, note 1.
2. Einstein A., lettre à Heinrich Zangger, 15 novembre 1911, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 305.
3. Si Einstein a rarement parlé de Poincaré, il l'a cependant fait une fois en public à l'occasion d'un discours prononcé à l'Académie des sciences de Berlin, le 27 janvier 1921, intitulé *La Géométrie et l'Expérience* : « En rejetant le rapport entre le corps [rigide] de la géométrie euclidienne axiomatique et le corps pratiquement rigide de la réalité, on aboutit facilement à la conception suivante, que le sagace et profond Poincaré avait adoptée en particulier : de toutes les autres géométries axiomatiques concevables, la géométrie euclidienne se distingue par sa simplicité. »

Einstein en tire cette conclusion fondamentale : « Et comme la géométrie axiomatique pure ne contient pas d'énoncés sur la réalité accessible à l'expérience, mais seulement la géométrie axiomatique en liaison avec des propositions physiques, il devrait être possible – quelle que soit la nature de la réalité – de conserver la géométrie euclidienne. Car on se décidera plus volontiers à modifier les lois physiques que la géométrie axiomatique euclidienne, si des contradictions viennent à se manifester entre la théorie et l'expérience. »

Allant plus loin, il note : « Si l'on rejette le rapport entre le corps pratiquement rigide et la géométrie, on ne pourra pas s'affranchir facilement de la convention, qu'il faut garder la géométrie euclidienne parce qu'elle est la plus simple [...] Pourquoi Poincaré rejette-t-il l'équivalence si naturelle entre le corps pratiquement rigide de l'expérience et le corps de la géométrie? Parce que la géométrie (G) n'énonce rien sur le comportement des objets réels, mais la géométrie et l'ensemble (P) des lois physiques. La somme (G) + (P) seule est soumise au contrôle de l'expérience. On peut par conséquent choisir (G) arbitrairement, de même des parties de (P) ; toutes ces lois sont des conventions. »

Et il conclut : « *Sub specie aeterni*, la conception de Poincaré est, à mon avis, parfaitement juste. »

4. Poincaré H., lettre de recommandation en faveur d'Einstein, in Seelig C., *Albert Einstein. Leben und Werk eines Genies unserer Zeit, op. cit.*, p. 163; également citée par J. Merleau-Ponty, *Einstein, op. cit.*, p. 259.
5. Lettre d'Einstein à Elsa Löwenthal, 30 avril 1912, *Collected Papers*, doc. 391.
6. Lettre d'Einstein à Lorentz, 18 février 1912, *Collected Papers*, vol. V, doc. 260.
7. Einstein sera stupéfait quand il apprendra, quelques années plus tard, que cette supposition est erronée! Nous verrons l'incidence que cette conviction eut sur l'évolution de sa pensée.
8. Lettre d'Einstein à Ludwig Hopf, *ibid.*, doc. 364.
9. Que tout le monde utilise depuis bientôt... cinq ans!
10. Poincaré H., *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, t. 153, 4 décembre 1911, p. 1104; *Journal de physique théorique et appliquée*, 5e s., t. II, janvier 1912, p. 5-34.
11. Notons au passage la modestie dans la manière de s'exprimer. Poincaré

appelle cette mécanique non pas la « Mécanique de Lorentz et Poincaré » mais la « Mécanique de Lorentz ».

12. Certains historiens des sciences ont suggéré qu'aux derniers jours de sa vie Poincaré avait abandonné la relativité pour revenir aux anciennes doctrines. « On sent combien la pensée de Poincaré est ici en désaccord avec celle d'Einstein, écrit Marie-Antoinette Tonnelat. La " crise relativiste " reste, pour Poincaré, une affaire purement expérimentale et probablement éphémère. » Tonnelat M.-A., *Histoire du principe de relativité, op. cit.*, p. 124. *Éphémère* : c'est justement ce que Poincaré nous dit qu'elle n'est pas.

13. Pour Poincaré, cette discontinuité, baptisée « quantum d'action » par Planck, constituait – et devait constituer – « un véritable atome ».

14. Il le restera jusqu'au 1er avril.

15. Poincaré H., reproduit *in Dernières pensées, op. cit.*, p. 216.

16. Poincaré H., « L'Espace et le Temps », conférence faite le 4 mai 1912 à l'université de Londres, *in* Henri Poincaré, *Dernières pensées, op. cit.*, p. 53.

17. Appell P., *Henri Poincaré, op. cit.*, p. 116.

VI.
La relativité généralisée

Nous ne devons pas considérer comme *bases* de l'univers réel les moyens intellectuels auxiliaires dont nous nous servons pour la *représentation* du monde sur la *scène de la pensée.*

Ernst MACH,
Die Mechanik, 1883.

L'Histoire va-t-elle se répéter ?

Passage de témoin

En 1912, au moment de la mort de Poincaré, David Hilbert est un étrange personnage, dont la personnalité est difficile à cerner : tout juste cinquantenaire (il est né en 1862), presque chauve, il couvre volontiers son crâne d'un panama à larges bords pour cacher sa calvitie. Il aime danser et courtise volontiers toutes les jolies (jeunes) femmes qu'il rencontre sur son chemin et qu'il appelle ses « flammes[1] ».

Surréaliste avant l'heure? Sa dignité naturelle empêche ses détracteurs potentiels de se tourner contre lui : « Il a l'air si innocent! » Or, voici que la mort de Poincaré fait de lui « le plus grand mathématicien vivant[2] ». Passage de témoin? Simple coïncidence? Toujours est-il qu'il décide de s'initier à la physique. Il déclare à qui veut l'entendre : « La physique est un sujet trop difficile pour les physiciens. »

De Munich, son ami Sommerfeld lui envoie Paul Ewald, jeune physicien alors âgé de vingt-quatre ans, pour l'aider à démarrer son projet. Hilbert lui déclare à son arrivée : « Nous avons réformé les mathématiques, nous allons réformer la physique. Nous réformerons ensuite la chimie[3]. » Il apprend avec lui la théorie du rayonnement, puis la théorie moléculaire et la théorie des électrons. A l'occasion d'un voyage en Suisse, il écrit même à Einstein pour lui demander des tirés à part de ses mémoires portant sur ces sujets.

Après le départ d'Ewald, Alfred Landé devient son tuteur en physique. Il se rend chaque matin à son domicile de la Wilhelm Weber Strasse pour lui présenter un compte rendu des articles ou mémoires qu'Hilbert lui a demandé de lire pour lui la veille. Il l'accompagne ensuite jusqu'à l'Auditorienhaus pour lui donner les derniers détails. A ce rythme, à force d'expliquer la physique à Hilbert – Landé l'apprend[4]! Quant à Hilbert, il l'enseigne... au fur et à mesure qu'il l'apprend. Bientôt le maître et l'élève – mais lequel est le maître ? – deviennent des experts sur pratiquement tous les sujets de la physique à la mode à cette époque – l'un d'eux, bien entendu, est la relativité.

L'Homme a de tout temps porté ses rêves sur des projets à peine imaginables : voler, conquérir l'Everest, marcher sur la Lune... En 1912, au moment où il prend le relais de Poincaré et Minkowski, Hilbert fixe son regard sur un sommet enneigé qui paraît encore hors d'atteinte : la *covariance générale.*

Nous le savons déjà : les équations de Maxwell demeurent inchangées quand on passe du point x, t de l'espace-temps au point voisin *particulier* $x' = x + \varepsilon t$, $t' = t + \varepsilon x$, où ε est aussi petit que l'on voudra. C'est l'une des découvertes de Poincaré[5]. Mais les équations ne demeurent pas inchangées quand on passe au point voisin *quelconque* $x' = x + \varepsilon$, $t' = t + \delta$, où ε et δ sont aussi petits que l'on voudra *indépendamment l'un de l'autre.* Les équations de Maxwell constituent donc une théorie de covariance *restreinte.* Hilbert se donne pour mission de la remplacer par une théorie de covariance *générale.*

La nuance entre covariance *restreinte* et covariance *générale* paraît infime – au regard ; elle est redoutable dans ses conséquences. Les exigences de la covariance générale vont en effet s'avérer démoniaques et – Poincaré et Minkowski n'étant plus là pour prêter la main – il faudra toute l'ingéniosité de leurs successeurs pour parvenir à subjuguer l'animal.

Les opinions divergent sur la meilleure manière de s'y prendre. Les uns – Mie, ami d'Hilbert[6] – veulent créer une nouvelle théorie généralement covariante fondée principalement sur l'électromagnétisme ; les autres – Einstein – ambitionnent d'élaborer une nouvelle théorie de la seule gravitation, tâche qui leur paraît en elle-même suffisamment difficile. Lorentz, Abraham, Planck, Sommerfeld... se partagent entre les deux camps. Seul au milieu de tous, David Hilbert se dit qu'il faudra finalement bien s'intéresser aux deux à la fois.

Einstein quitte Prague

En juillet 1912, au moment de la mort de Poincaré, Einstein quitte Prague pour Zurich. Son départ suscite des remous. Quelques jours plus tard, non sans humour, il en explique les raisons : « Ma décision de quitter Prague est due simplement au fait qu'en quittant Zurich j'avais promis d'y revenir si des conditions favorables m'y étaient offertes. J'ai été influencé par ailleurs par l'emplacement idéal de la ville de Zurich, située près d'un lac et près de montagnes, ce qui la rend particulièrement attractive aux yeux d'un pater familias[7]. »

Ce qu'Einstein ne dit pas – mais que nous allons découvrir tout de suite –, c'est qu'après seize mois passés à Prague il bouillonne d'idées « machiennes » que ses mentors Lampa et Pick n'ont fait que renforcer dans son esprit. Il a pleinement pris conscience, cependant, que pour les mettre en œuvre il lui fallait impérativement l'aide... d'un mathématicien. Or, qui pourrait mieux l'aider que son ancien camarade de classe au Polytechnikum, Marcel Grossmann – celui-là même qui lui prêtait ses notes de cours – devenu le nouveau directeur de l'ancienne section VI-A du Polytechnikum[8] !

Le 10 août, Einstein s'installe avec sa famille dans le quartier ensoleillé de Zurichberg au 116 de la Hofstrasse. A peu près au même moment, Grossmann se rend en Angleterre pour y participer au Ve congrès des Mathématiciens qui se tient à Cambridge. A son retour, Einstein lui déclare : « Je suis en butte à des difficultés mathématiques dont je ne parviens pas à venir à bout : *Grossmann, Du musst mir helfen, sonst werd' ich verrückt !* ("Grossmann, aide-moi ! il me semble que je deviens fou ")[9]. »

Selon Pais, tout se serait alors passé très vite : « [A Princeton dans les années cinquante] j'ai demandé à Einstein comment sa collaboration avec Grossmann avait commencé. J'ai gardé un souvenir vivide [...] de sa réponse : ayant parlé à Grossmann de ses problèmes, il lui demanda d'aller voir à la bibliothèque s'il existait une géométrie appropriée pour le traitement de ces questions. Le lendemain, selon Einstein, Grossmann l'informa que cette géométrie existait : c'était la géométrie de Riemann. » Grossmann, nous dit Pais, « s'enflamme pour le projet » et accepte de s'y intéresser – mais à une condition : Einstein sera responsable de ses aspects « physiques » ; Grossmann s'occupera des seuls aspects « mathématiques[10] ».

A la base du projet, Einstein a placé le principe d'économie, célèbre doctrine machienne que son séjour à Prague a renforcée dans son esprit, selon laquelle : « [Il faut fonder l'étude de la nature] sur un minimum de principes indubitables, généraux, indépendants les uns des autres et hors desquels tout peut être déduit – [même si cet ensemble] n'est pas donné à l'avance mais doit tout d'abord être découvert. »

Il a déjà en main trois principes sur lesquels s'appuyer. Passons-les en revue; ils ont joué dans la réalisation du projet un rôle essentiel :

1. Le principe de relativité – qu'Einstein appelle *Relativitätsprinzip* ou *Relativitätspostulat*;

2. L'« hypothèse d'équivalence » – *Äquivalenzhypothese* – qu'il va bientôt renommer *Äquivalenzprinzip* – « principe d'équivalence » ;

3. Le principe de la relativité de l'inertie, qu'il va bientôt rebaptiser « principe de Mach ».

L'*Äquivalenzprinzip* pose problème. Il n'est applicable en effet – et seulement approximativement – qu'au cas particulier d'un champ gravitationnel statique, c'est-à-dire un champ qui ne varie pas en fonction du temps. Or, les choses ne peuvent pas être aussi simples : en effet, même une modeste goutte de pluie tombant en chute libre dans le champ de gravitation de la Terre subit un effet de « marée » qui se manifeste plus d'un côté de la goutte que de l'autre, ce qui invalide par conséquent, en toute rigueur, l'*Äquivalenzprinzip* (*cf.* note 5 p. 257). Ce principe a néanmoins servi de guide à Einstein. Admirons sa ténacité à cet égard : sans sa ferme adhésion à ce principe, il n'eût sans doute pu mener à bien son projet.

A peine ces fondements établis, un autre problème se présente aussitôt à lui. Débarrassé, grâce au principe de relativité, des concepts d'un espace, d'un temps et d'un éther absolus, comment éviter d'avoir désormais affaire à un « espace-temps » absolu? Pour pallier cette difficulté, Einstein découvre un compromis – probablement inspiré par cet étonnant passage de la *Mechanik* de Mach : « J'ai montré autre part que, parmi ces procédés mathématiques auxiliaires, on peut utilement se servir de l'espace à plus de trois dimensions, sans qu'il faille pour autant le considérer autrement que comme une pure abstraction[11]. »

L'espace à quatre dimensions... C'est justement ce dont Einstein a besoin aujourd'hui s'il veut poursuivre ses recherches sur la gravitation. Et il le veut. Mais il préfère raisonner « dans l'espace » (avec des règles rigides) et « dans le temps » (avec des horloges synchrones), c'est-à-dire en trois dimensions. Car que peut-on mesurer *dans l'espace-temps quadridimensionnel* avec des règles et des horloges?

Pour éviter de conférer malgré lui à l'espace-temps une « réalité absolue », il décide donc de parler désormais d'un « continuum spatio-temporel » se gardant toutefois de préciser si ce continuum est quadridimensionnel, auquel cas il serait l'« espace-temps » – ou s'il est plus prosaïquement l'« espace[12] » ordinaire.

Entre-temps, Grossmann s'est renseigné (« en consultant la littérature », nous dit Einstein). Born – mais aussi Minkowski, Sommerfeld et von Laue, et surtout un nouveau venu à l'université de Vienne nommé Friedrich Kottler – ont identifié les techniques mathématiques requises pour mener à bien le projet. Et quelles sont ces techniques? demande Einstein. Elles s'articulent autour de quatre mots : *géométrie différentielle* et *calcul tensoriel.*

A l'abri de ces mêmes murs où, quinze ans plus tôt, il « séchait » volontiers les cours de mathématiques de Minkowski – et du professeur Geiser qui enseignait la géométrie différentielle! – Einstein se lance dans l'étude des deux sujets qu'il lui faut impérativement maîtriser s'il veut entreprendre la conquête du grand sommet.

Notes

1. Il explique à qui veut l'entendre que son concept de vacances idéales n'est autre que de les passer en compagnie de l'épouse de l'un de ses collègues!
2. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 127.
3. *Ibid.*, p. 133.
4. Selon Alfred Landé, « Hilbert ne pensait qu'aux mathématiques. Maintenant que la mort de Poincaré avait fait de lui le plus grand mathématicien de son époque, il estimait que tout lui était dû, de sa femme à tout le reste. » « Il a "tiré de moi" toute ma physique, a-t-il dit. C'est tout ce que je représentais pour lui. » Selon Arnold Sommerfeld, qui le connaissait bien, « l'égoïsme d'Hilbert était dans le seul intérêt de sa mission, non pour lui-même ». Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 141.
5. *Cf.* p. 123-124.
6. Professeur de physique à l'université de Greifswald, petite ville portuaire sur la Baltique à cent cinquante kilomètres au nord de Berlin, Gustav Mie bénéficiait de l'amitié et du soutien d'Hilbert, qui l'admirait.
7. Einstein A., « Raisons pour quitter Prague », 3 août 1912, *The Collected Papers*, vol. V, doc. 414.
8. Marcel Grossmann venait d'être nommé directeur de la section VIII de l'ETH (*cf.* note 1, p. 236).
9. Rapporté par Louis Kollros, ancien camarade de classe d'Einstein et Grossmann au Polytechnikum (L. Kollros, *Helvetica Physica Acta*, Basel, Birkhaüser, vol. IV (supplément), 1956, p. 271) ; voir également Seelig C., *Albert Einstein, op. cit.*, p. 163.
10. Dans sa biographie d'Einstein, Philipp Frank – successeur d'Einstein à Prague – affirme que peu de temps après son arrivée, Einstein avait confié à Pick « les difficultés mathématiques auxquelles il se heurtait en essayant de généraliser sa théorie de la relativité » ; « dès ce moment », Pick lui avait suggéré « que l'instrument mathématique approprié à ce développement ultérieur était le calcul différentiel absolu des mathématiciens Ricci et Levi-Civita » (Frank P., *Einstein, his Life and Time*, New York, Knopf, 1947, traduction française, *Einstein, sa vie et son temps*, Paris, Flammarion, coll. « Champs », 1991, p. 140, 167]. Quant à Einstein... Dans la préface de l'édition tchèque de son ouvrage de vulgarisation sur la relativité publié en 1922 (*Vorwort des Autors zur Tschechischen Ausgabe, Einstein a Praha*, Pro-

metheus, Prague, 1979, p. 42), il affirme : « J'ai eu pour la première fois l'idée décisive de l'analogie des problèmes liés à la relativité avec la théorie des surfaces de Gauss en 1912 après mon retour à Zurich, époque à laquelle je n'avais pas connaissance des travaux de Riemann, de Ricci ou de Levi-Civita *(ohne zunächst Riemanns und Riccis, sowie Levi-Civitas Forschungen zu kennen).* »

11. A quoi Mach avait prudemment ajouté cependant, ne tenant pas à être pris pour un « fou » : « J'espère que personne ne se servira de ce que j'ai pensé, dit ou écrit sur ce sujet pour appuyer des contes spirites ou des histoires de revenants. » Mach E., *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, op. cit.*, ch. IV, § IV-10.

12. Une fois détectée, cette ambiguïté est frappante à la lecture des mémoires rédigés par Einstein à cette époque.

Une dernière fois… encore un peu de mathématiques

Relisons Gauss

A l'université de Vienne, Friedrich Kottler (1886-1965) savoure la publication de son premier mémoire scientifique intitulé *Über die Raumzeitlinien der Minkowski' schen Welt*[1]. Il en est d'autant plus fier qu'il est pleinement conscient d'avoir pris une avance considérable sur tous ses concurrents – Sommerfeld, von Laue, Einstein et les autres – en identifiant le premier les techniques mathématiques nouvelles requises pour mener plus avant les recherches sur la relativité. Suivons ici son parcours, qui s'appuie sur les travaux de Gauss à Göttingen, près d'un siècle en arrière…

En 1821, Gauss est nommé conseiller scientifique pour l'établissement géodésique du cadastre dans le gouvernement du Danemark et du Hanovre, dont dépend Göttingen. La question se pose aussitôt à lui : comment transcrire sur une feuille de cadastre la surface bosselée des terrains? Pour répondre à cette question, il invente la *géométrie différentielle* – ou comment étudier les propriétés d'une surface dans le voisinage immédiat d'un point, ce qui permet de négliger dans l'évaluation des distances les puissances de degré supérieur au deuxième. Le lecteur le devine, ce type de géométrie est exactement celui requis pour passer d'un point de l'espace-temps à un point *quelconque* de son voisinage immédiat…

Intéressons-nous donc de près à la géométrie différentielle. Sur une surface donnée quelconque, traçons un triangle rectangle de dimension *infinitésimale.* Désignons son hypoténuse ds et ses deux côtés dx_1 et dx_2 (la lettre d placée devant ces symboles indiquant que les longueurs correspondantes sont d'ordre *infinitésimal* ou *différentiel*[2]) et considérons avec Gauss la forme quadratique générale $ds^2 = Adx_1{}^2 + 2Edx_1dx_2 + Bdx_2{}^2$ dans laquelle A, B et E sont des nombres. Cette forme, nous dit Gauss, permet de retrouver le théorème de Pythagore, même si la surface sur laquelle le triangle est tracé est pourvue de « courbure ». Voyons ce dont il s'agit.

Premier cas : la surface est plane. Le théorème de Pythagore s'écrit $ds^2 = dx_1{}^2 + dx_2{}^2$; pour que la quadratique de Gauss s'applique, il suffit de prendre A = 1, B = 1, E = 0.

Deuxième cas : la surface est pourvue de courbure (la surface d'une sphère, par exemple). Les côtés et l'hypoténuse du triangle sont incurvés, et le théorème de Pythagore ne s'applique plus sous sa forme habituelle. Nous devons prendre A et B différents de 1 et E différent de 0 dans ce cas, nous dit Gauss ; le théorème s'applique alors. C'est l'hypothèse fondamentale de la géométrie différentielle[3].

Nous représentons aujourd'hui les nombres A, B et E qui interviennent dans la quadratique de Gauss par les symboles g_{11}, g_{12}, g_{22}, plus « parlants » et plus commodes à manipuler. Dans cette notation, la formule de Gauss s'écrit $ds^2 = g_{11}dx_1{}^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + g_{22}dx_2{}^2$.

Franchissons un dernier pas dans notre présentation de cette formule. Il est devenu conventionnel de l'écrire sous la forme « abrégée » $ds^2 = g_{ij}dx_idx_j$ dont le mode d'emploi est le suivant : lorsqu'un indice apparaît deux fois dans la formule – ce qui est le cas ici pour i et pour j – il est sous-entendu que l'on doit faire la somme de tous les termes obtenus lorsqu'on permet à cet indice de prendre l'une après l'autre chacune de ses valeurs ; dans le cas de notre triangle, i et j prennent les valeurs 1 et 2. Le lecteur vérifiera sans peine qu'avec cette convention la formule abrégée correspond bien à celle explicitement donnée plus haut[4].

Familiarisons-nous, avant de quitter provisoirement ce sujet, avec trois expressions employées par les mathématiciens dans le cadre de la géométrie différentielle : nous dirons que ds représente l'*élément de ligne*, ou l'*élément infinitésimal* (Minkowski), ou encore le *différentiel quadratique* de la surface considérée; que l'ensemble des « coefficients » g_{ij} constitue la *métrique* de cette surface; et que les g_{ij} en sont les *composantes*.

Résumons. Soit une surface donnée : si les composantes de sa métrique ont pour valeurs $g_{11} = 1$, $g_{22} = 1$ et $g_{12} = g_{21} = 0$, le théorème de Pythagore s'applique sous sa forme habituelle, la surface est plane (et inversement, si la surface est plane, le théorème de Pythagore s'applique sous sa forme habituelle). De façon plus générale, si les g_{ij} ont ces valeurs au voisinage d'un point de la surface, la surface est « plate » à cet endroit. Là où ils ont des valeurs autres que celles-ci, la surface est intrinsèquement « pourvue de courbure[5] » (et inversement).

De Gauss à Riemann

A l'occasion de ses épreuves d'admission à la faculté de philosophie de l'université de Göttingen le 10 juin 1854 – année de la naissance de Poincaré –, Bernhard Riemann lit devant la Faculté un mémoire sur « les Hypothèses qui servent de fondement à la géométrie[6] ». C'est son « programme d'Erlangen ».

Dans ce mémoire, Riemann explique que les concepts de « lignes », de « surfaces », et d'« espace » de la géométrie ordinaire sont des cas particuliers d'un concept plus général que, s'inspirant d'un traité de Gauss rédigé en latin, il baptise *varietas* – « variétés » – nous disons aussi « variétés de points[7] ». Selon ce concept, une ligne droite est une variété à une dimension, une surface une variété à deux dimensions, l'espace ordinaire une variété à trois dimensions, et l'espace-temps… une variété à quatre dimensions.

L'avantage de ce langage est qu'il rend la formule de Gauss $ds^2 = g_{ij}dx_idx_j$ immédiatement applicable à toute variété même si, au lieu d'avoir deux dimensions seulement – comme c'est le cas pour une surface de la géométrie ordinaire –, elle en a... quatre, par exemple. Il suffit en effet, pour une variété donnée, de permettre aux indices i et j de prendre les valeurs – 1, 2, 3, 4... – correspondant à cette variété pour que la formule de Gauss puisse en définir la métrique.

Avant de quitter Riemann, lisons encore deux phrases clés de son exposé. S'intéressant aux rapports « métriques » dont est susceptible une variété de n dimensions, il remarque : « Les variétés dans lesquelles [le carré de] l'élément linéaire peut, comme dans le plan et dans l'espace, se ramener à la somme de carrés dx^2 [...] méritent un nom spécial. [...] : *variétés planes*[8] » – remarque qu'il fait suivre de cette prédiction qui nous encourage à poursuivre notre effort : « Il est très légitime de supposer que les rapports métriques de l'espace dans l'infiniment petit ne sont pas conformes aux hypothèses de la Géométrie [il veut dire de la géométrie d'Euclide] et c'est ce qu'il faudrait effectivement admettre du moment où l'on obtiendrait par là une explication plus simple des phénomènes. » C'est très précisément ce que – dans le sillage de Minkowski et de Born – les mathématiciens vont « oser » faire[9].

Les g_{ij} décrivent le champ gravitationnel

A Göttingen et ailleurs, après l'intervention spectaculaire de Minkowski, nombreux sont en effet les jeunes mathématiciens que la nouvelle physique passionne. Ils se disent : et si nous permettions aux g_{ij} du différentiel quadratique ds^2 de prendre des valeurs autres que celles permises par l'espace-temps de Poincaré ?

L'idée fait rapidement le tour des esprits. Or, cette idée représente un formidable défi : permettre aux g_{ij} de prendre des valeurs autres que celles de l'espace-temps de Poincaré, ce serait permettre à l'espace-temps de posséder de la courbure. Mais d'où proviendrait cette courbure ?

Pour ceux qui préconisent la construction d'une nouvelle théorie qui ne tient compte que de la gravitation, et donc pour Einstein, la réponse prend la forme suivante : « Les fonctions g_{ij} décrivent aussi bien les conditions métriques dans le continuum spatio-temporel que le champ de gravitation. »

Le double rôle joué par les g_{ij} constitue la grande innovation dans cette construction. Mais l'idée est à la fois séduisante et... détestable. Elle est séduisante, parce qu'elle nous propose un mécanisme permettant de déformer l'espace-temps. Dans cette conception, le champ gravitationnel est responsable – et *seul* responsable – de la géométrie « courbe » de l'espace-temps.

C'est justement ce qui la rend « détestable » ! Elle *isole* la gravitation des autres forces exhibées dans la nature... Mais pourquoi? de quel droit?

Qui plus est, la proposition recèle un piège.

Un espace-temps pourvu de courbure n'admet pas le groupe des déplacements de la géométrie ordinaire; il n 'admet donc pas la présence de « masses solides » en son sein. Cela nous donne le schéma suivant : nous partons de masses qui engendrent un champ gravitationnel. Ce champ induit de la courbure dans l'espace-temps. Une fois pourvu de courbure, l'espace-temps ne peut plus accommoder les masses qui l'ont rendu courbe! D'où l'obligation de représenter dès le départ les masses – les particules, le Soleil, la Terre... – à partir d'un modèle de type « hydrodynamique », c'est-à-dire sous la forme d'un milieu continu – sous la forme d'une « soupe » passée à la moulinette!

Pour un mathématicien, cette nécessité ne présente aucun problème; pour un physicien – *a priori* soucieux de « réalisme » –, elle est une véritable catastrophe. Il va pourtant falloir s'en accommoder : aucune autre solution utilisable ne se présente à l'esprit. Cela dit, voyons comment représenter mathématiquement une distribution ainsi définie.

Les objets que nous rencontrons dans l'espace ordinaire ont trois dimensions (hauteur, largeur et profondeur) correspondant aux trois dimensions de l'espace. Il existe toutefois une autre catégorie d'objets – si l'on veut bien entendre ce mot au sens large – qui possèdent non pas trois mais 3 x 3 = 9 dimensions dans l'espace ordinaire : par exemple la *polarisation électrique* d'un cristal. Nous ne pouvons peut-être pas prendre cet « objet » dans nos mains, mais nous pouvons l'étudier avec des appareils de mesure, déterminer ses propriétés... et vérifier le nombre de ses dimensions : il en a neuf, c'est un fait d'observation[10]. Il en va de même de la « soupe » qu'il nous faut inventer pour représenter la distribution des masses et de l'énergie en relativité généralisée. Elle constitue un « objet » possédant 4 x 4 = 16 dimensions dans l'espace-temps.

Coup de chance! Pour représenter pareil objet, les physiciens avaient déjà inventé un outil, le *tenseur*[11]. Appelons E le tenseur représentant la « soupe » formée par la distribution des masses et de l'énergie dans l'Univers. Nous sommes désormais à la recherche d'une équation de la forme G = E dans laquelle nous aurons, à droite, le tenseur E – supposé connu – et, à gauche, un tenseur G représentant la structure du champ gravitationnel – et donc également la métrique – engendrée dans l'espace-temps par la distribution E.

Le programme théorique est celui-ci : on se donne E; on utilise l'équation « tensorielle » G = E pour calculer G; une fois G connu, on a appris tout ce qui, selon ce schéma, peut être dit de l'espace-temps – c'est-à-dire sa géométrie. On place alors – par la pensée – une « particule d'épreuve[12] » dans l'espace-temps possédant la géométrie ainsi définie et on calcule sa trajectoire. Le résultat devrait s'appliquer tout autant au calcul du mouvement des planètes qu'à celui des particules élémentaires. Nous verrons plus loin ce qu'il en est concernant les planètes. A l'échelle des particules élémentaires de la physique contemporaine, en tout cas – disons-le tout de suite – ce type de calcul ne mène strictement... à rien!

Il nous reste à exiger de notre équation tensorielle qu'elle satisfasse au critère de la covariance générale.

L'instant dramatique

Revenons à Einstein. Grossmann lui demande quelle forme il faut donner à l'équation tensorielle de la relativité généralisée. Einstein répond sans ambages : quelle qu'en puisse être la forme, elle *doit* se réduire à l'équation classique de Poisson lorsque le champ gravitationnel est statique ou de faible intensité.

Écrivons l'équation de Poisson. Elle nous dit qu'une masse de densité ρ engendre dans l'espace un potentiel gravitationnel φ donné par $\nabla^2\varphi = 4\pi\rho$. Rien ne saurait être plus simple.

Fort bien, mais le potentiel gravitationnel de Poisson est *scalaire* – c'est-à-dire qu'il possède une unique composante – alors que le potentiel gravitationnel de l'équation tensorielle proposée par Grossmann en comportera nécessairement seize (4 x 4)[13].

Einstein se souvient alors qu'il a – pense-t-il – identifié une caractéristique fondamentale de l'action d'un champ gravitationnel *statique*[14] ou d'un champ gravitationnel *de très faible intensité*. Il propose à Grossmann d'utiliser cette caractéristique pour accomplir la réduction de seize à un du nombre des composantes du champ. C'est l'instant où se glisse dans le raisonnement la petite erreur qui va devenir le grain de sable dans le moteur de la machine. Examinons-la à la loupe.

Dans la notation d'origine, l'invariant fondamental de Poincaré s'écrit $dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$ (où j'ai restauré c^2 pour plus de clarté dans ce qui suit). Einstein explique à Grossmann que l'invariant quadratique ainsi écrit reste valable dans le cas d'un champ gravitationnel statique à la seule différence près que c^2 est maintenant une fonction des coordonnées d'espace (puisque, selon lui, la vitesse de la lumière est affectée par la présence du champ).

Grossmann lui présente aussitôt un tenseur, le seul qui lui paraisse pouvoir répondre à ses exigences, le *tenseur de Ricci* (ainsi nommé en l'honneur de son découvreur, le mathématicien italien Gregorio Ricci-Curbastro). Il examine l'équation construite avec ce tenseur, lorsque le champ gravitationnel est statique *et* de très faible intensité. Permet-elle de retrouver la « caractéristique fondamentale » d'Einstein?

Non! Instant dramatique. Einstein est-il sûr de lui?

Oui. Il affirme – « intuition physique » : en présence d'un champ gravitationnel statique ou de faible intensité, l'espace-temps est nécessairement *spatialement* « plat[15] ». Si le tenseur de Ricci ne peut s'accommoder de ce résultat, alors il ne doit pas entrer dans la théorie. Aussitôt dit, aussitôt fait. On rejette donc – non sans un regret manifeste de la part de Grossmann – le tenseur incriminé. C'était le bon tenseur[16]! Ce n'est pas tout. Suite à ce raisonnement, Einstein découvre une « preuve irréfutable » que la théorie qu'ils se proposent de construire ne peut pas avoir un caractère totalement covariant.

Le principe d'Unicité

Mais sur quoi Einstein fonde-t-il cette « preuve » qui contredit toutes ses espérances? Fascinés par la personnalité d'Einstein et par les contours mystérieux du mythe qu'il incarne, ses biographes, même les meilleurs[17], ignorent volontiers les origines parfois obscures et néanmoins avérées de certaines de ses idées. Aucun d'eux, par exemple, ne nous parle de Joseph Petzoldt. Et pourtant...

Instructeur à titre privé à la Technische Hochschule de Berlin-Charlottenburg, Petzoldt avait formulé en 1895 sa « loi d'Unicité » – *Das Gesetz der Eindeutigkeit* – selon laquelle une théorie physique n'est acceptable que si elle fournit un modèle *unique* de la réalité. Auteur de nombreux articles dans lesquels il favorise la formulation d'un positivisme relativiste – *relativisticher Positivismus* –, ses idées ont influencé Einstein au moment où il met son projet en chantier.

« Les représentations d'un événement dans des systèmes de référence convertibles l'un en l'autre de façon unique *[eindeutige]*, écrit Petzoldt, sont des représentations du *même* événement. La notion d'identité doit être définie, elle n'est pas donnée *a priori*[18]. » A la suite de quoi Einstein lui avait écrit : « J'ai lu aujourd'hui en totalité et avec grand intérêt votre livre. J'en ai déduit que j'ai depuis longtemps été votre compagnon de route[19]... »

Au moment où il élabore sa théorie, il rencontre Petzoldt et fonde avec lui la Gesellschaft für positivistische Philosophie qui cherche à fusionner ses propres idées et celles de Mach en critiquant la notion *métaphysique* de substance. Il fait sienne la « loi d'Unicité » et la place au cœur de ses préoccupations[20]. Or cette loi, soudainement, place le diable sur sa route.

Notes

1. Kottler F., « Über die Raumzeitlinien der Minkowski' schen Welt » (« Sur les lignes d'univers dans l'Univers de Minkowski »), *Sitzungsberichte*, Akademie der Wissenschaften, Vienne, math.-nat. Klasse, Part IIa, vol. CXXI, 1912, p. 1659. C'est en partie en lisant ce mémoire que Grossmann s'est familiarisé avec les techniques du « calcul vectoriel » qu'il a utilisées dans ses travaux avec Einstein. Kottler lui-même avait emprunté plusieurs de ses idées à son contemporain Joseph Wright. La carrière météorique de Wright est touchante et mérite d'être évoquée ici. Originaire de Liverpool, formé au Trinity College de Cambridge cher à Newton, puis émigré aux États-Unis, Joseph Edmund Wright (1878-1910) meurt à l'âge de trente et un ans après avoir publié une série fulgurante de mémoires – onze en tout – qui font de lui l'Évariste Galois de la théorie des invariants. Les deux premiers – *Sur les invariants différentiels* et *Sur les invariants différentiels de l'espace*, publiés en 1905 – s'inscrivent dans le cadre des idées de Poincaré sur la relativité. Wright y préconise l'idée que tout invariant doit être considéré comme appartenant à un certain groupe de transformations. Dans son dernier article « Corresponding Dynamical Systems », publié quelques semaines seulement avant sa mort, il souligne également la possibilité d'applications dynamiques de cette théorie. Les onze mémoires de Wright ont été publiés dans le volume VIII des *Monographs Reprint Series* édités par le Bryn Mawr College de l'État de Pennsylvanie où il avait été professeur de 1904 jusqu'à sa mort prématurée en 1910. Son « Invariants of Quadratic Differential Forms » (*Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics*, n° 9, Cambridge University Press, 1908) a servi de « livre de chevet » à Kottler qui le cite plusieurs fois dans son mémoire.

2. Dans le contexte de notre exposé, les deux termes sont équivalents l'un à l'autre.
3. Gauss F., « Disquisitiones generales circa superficies curvas », *Commentationes Societatis Gottingensis, Classis math.*, vol. VI, 1828, p. 99. Pour visualiser l'idée de Gauss, prenons l'exemple d'un triangle rectangle ayant pour côtés $dx_1 = 1$ et $dx_2 = 1$. Sur une surface plane, le théorème de Pythagore nous donne $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 = 1^2 + 1^2 = 2$. L'hypoténuse est donc égale à $\sqrt{2}$. Si le triangle est tracé sur une surface pourvue de courbure, les côtés et l'hypoténuse sont incurvés et l'hypoténuse n'est plus égale à $\sqrt{2}$. Imaginons qu'à l'endroit où le triangle est placé, l'élément différentiel de la surface soit donné par $ds^2 = 0{,}8dx_1^2 + 0{,}2dx_1dx_2 + 0{,}8dx_2^2$. Cela nous donne $ds = \sqrt{1{,}8}$. L'hypoténuse est plus courte que dans le cas précédent. De façon générale, les valeurs qu'il faut attribuer à A, B et E pour obtenir le « bon » résultat dépendent de la « mesure de courbure » de la surface considérée. Gauss démontre dans ce mémoire son célèbre *theorema egregium* dans lequel il utilise le terme *invariata* – notre « invariant » d'aujourd'hui – pour indiquer que la « mesure de courbure » en un point est une propriété intrinsèque – invariante – des surfaces qu'il considère.
4. Cette convention a été introduite par Einstein en 1916. Il disait en riant qu'elle constituait sa seule contribution formelle aux mathématiques.
5. Revenons un instant sur la goutte de pluie qui tombe en chute libre dans le champ gravitationnel de la Terre. En l'absence de tout effet de gravitation, au départ, la goutte aurait la forme d'une sphère (si l'on néglige les effets de surface de tension, etc.). Sa surface possèderait donc une courbure qui serait la même à tous les points de la surface. Mais au fur et à mesure que la goutte tombe, les effets de marée déforment la sphère. La valeur des g_{ij} qui représentent l'élément infinitésimal sur cette surface varie d'un point à l'autre. C'est ce qui rend le principe d'équivalence inapplicable en toute rigueur dans ce cas.
6. La traduction française de ce mémoire publiée par Gauthier-Villars en 1898 se trouve dans Riemann B., *Œuvres mathématiques*, J. Gabay, Paris, 1990, p. 280.
7. *Mannigfaltigkeit* en allemand, *manifold* en anglais. On dit aussi « multiplicité » en français.
8. « Le cas le plus simple après celui-là, écrit Riemann, comprend les variétés dans lesquelles l'élément linéaire serait exprimé par la racine quatrième d'une expression différentielle du quatrième degré. » *Œuvres mathématiques*, *op. cit.*, p. 287.
9. Une semaine après la présentation de Riemann, le 16 juin 1854, Gauss monte dans une voiture tirée par des chevaux pour inspecter la voie ferrée en construction qui doit relier Göttingen à l'ancienne capitale de la Hesse, Kassel. Les chevaux s'emballent; Gauss est projeté au sol. Rétabli, il assiste aux cérémonies d'inauguration de la nouvelle voie le 31 juillet, mais peu de temps après il développe des symptômes d'hydropisie et meurt un an plus tard. Gustav Lejeune-Dirichlet lui succède à la chaire de mathématiques de Göttingen. Il meurt à son tour en 1859 et Riemann, âgé de trente-trois ans, lui succède. Hélas, pas pour longtemps! Malade, il s'exile et finit ses jours en Italie, où il meurt le 20 juillet 1866, à l'âge de trente-neuf ans.
10. La polarisation électrique d'un cristal ne se manifeste généralement pas dans la direction du champ électrique qui la produit. Dans chacune des directions pos-

sibles du champ, il faut donc trois composantes pour préciser la direction de la polarisation résultante, ce qui donne un total de 3 x 3 = 9 composantes.
11. Le terme « tenseur » a été introduit en physique en 1898 par Woldemar Voigt alors qu'il enseignait la cristallographie à Göttingen. La déformation d'un cristal implique des éléments de « tension » interne – d'où le terme tenseur. Dans l'espace ordinaire, un tenseur dit *du deuxième rang* a 3 x 3 = 9 composantes. En général, un tenseur du énième rang a N^n composantes dans l'espace à N dimensions. Les tenseurs qui nous intéressent ici sont tous du deuxième rang dans l'espace à quatre dimensions ; ils ont donc 4 x 4 = 16 composantes – dont dix seulement sont généralement indépendantes en raison de la symétrie $g_{ij} = g_{ji}$.
12. C'est-à-dire trop « insignifiante » pour modifier par sa présence la structure géométrique de l'espace-temps dans lequel elle se meut.
13. Qui se réduisent à dix si l'on suppose que la métrique de l'espace-temps est symétrique, c'est-à-dire si l'on admet que $g_{ij} = g_{ji}$. La question reste cependant entière : comment passer de dix composantes à une seule…
14. C'est-à-dire qui ne varie pas en fonction du temps. C'est le cas pour le champ gravitationnel à la surface de la Terre par exemple.
15. Ne possède de courbure que par rapport à la coordonnée de temps. En réalité, il n'en est rien : l'invariant fondamental n'a pas cette forme simple dans le cas d'un champ statique même de très faible intensité. Cette conclusion inexacte est responsable de quelques-unes des difficultés les plus sérieuses rencontrées par Einstein dans l'élaboration de sa théorie.
16. L'utilisation du tenseur de Ricci pour la description d'un champ statique de très faible intensité conduit à la conclusion que *c* est au plus, dans ce cas, une fonction linéaire des coordonnées d'espace, conclusion inacceptable aux yeux d'Einstein.
17. Abraham Pais, Jacques Merleau-Ponty, Philippe Frank, Françoise Balibar, Denis Brian…
18. Petzoldt J., « Die Relativitätstheorie im erkenntnistheoretischer Zusammenhang des relativistischen Positivismus », *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, vol. XIV, 1912, p. 1055.
19. On trouve de nombreuses références aux travaux de Petzoldt dans le traité de Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, *op. cit.*, p. 483. Mach écrit par exemple : « Même Petzoldt ne fait dériver qu'en partie la loi de l'inertie de l'expérience, mais pour l'autre partie, il la considère comme donnée par le principe de détermination unique. Je ne crois pas me trouver en contradiction avec Petzoldt… ».
20. Sur ce sujet, voir par exemple l'essai de Don Howard et John D. Norton, *Einstein Studies*, Boston, Birkhäuser, vol. V, 1993, p. 51.

Le diable dans un trou nargue Einstein

Que faire ?

Dans une lettre adressée à Lorentz en 1915, Einstein s'est expliqué sur la question du « diable ». « Il y a deux moyens pour un physicien-théoricien de se tromper, dit-il à Lorentz : soit parce que le diable le mène par le nez (il mérite de la pitié dans ce cas), soit parce que son raisonnement est erroné et ridicule (il mérite pour cela d'être battu)[1]. » Dans quel cas se trouvait-il en 1913 ?

Il a donné quatre versions[2] des circonstances dans lesquelles il a rencontré « le diable dans un trou » cette année-là. En voici l'essentiel, tel qu'il l'expose dans sa dernière version, la plus précise[3].

Soit une région (*Teil*) L du continuum « au sein de laquelle aucun processus matériel ne se produit » – c'est-à-dire qui ne contient ni matière, ni énergie. Les caractéristiques physiques à l'intérieur de ce « trou » sont entièrement déterminées si l'on connaît la métrique du continuum dans ce trou exprimée en fonction des coordonnées x_j dans le système de coordonnées K utilisé pour la description. Il désigne l'ensemble de ces fonctions par le symbole G(x).

Il introduit alors un second système de coordonnées K' qui coïncide avec K en dehors du trou mais diffère de K à l'intérieur du trou « de telle façon que les g'_{ij} exprimés dans K' sont [...] partout continus ». Il désigne l'ensemble de ces g'_{ij} par le symbole G'(x'). G'(x') et G(x) décrivent donc « le même champ gravitationnel ».

Arrive alors... la catastrophe ! Einstein explique :

« Si nous remplaçons les coordonnées x'_j par les coordonnées x_j dans les fonctions g'_{ij}, c'est-à-dire si nous construisons G'(x), alors ce

G′(x) décrit un champ gravitationnel exprimé lui aussi dans K, mais pourtant différent du champ gravitationnel décrit par G(x). »

Mais pourtant différent... ! Cela contredit le principe d'Unicité sacro-saint de Petzoldt ! « *Cela nous montre*, affirme alors Einstein, *que les caractéristiques physiques ne peuvent pas être déterminées de façon univoque par des équations différentielles du champ gravitationnel si celles-ci sont généralement covariantes*[4]. »

Selon lui, en effet, si l'on suppose que les équations différentielles du champ gravitationnel sont « généralement » covariantes, alors elles sont satisfaites par G′(x') exprimé dans K′ si elles le sont par G(x) exprimé dans K. Mais elles le sont également par G′(x) exprimé dans K. Cela signifie qu'il existe deux solutions, G(x) et G′(x), exprimées toutes les deux dans K, différentes l'une de l'autre bien que les conditions aux limites sur la frontière du trou soient les mêmes dans les deux cas – ce qui viole le principe d'Unicité.

La conclusion s'impose d'elle-même : « Si nous exigeons que ce qui se produit dans un champ gravitationnel soit entièrement déterminé par les lois physiques exprimées par nos équations, alors nous sommes forcés de restreindre le choix des systèmes de coordonnées de façon à rendre impossible l'utilisation de systèmes de coordonnées tels que le sytème K′ considéré ci-dessus. La continuation du système de coordonnées à l'intérieur d'un trou tel que L ne peut pas être arbitrairement choisie. » En un mot, il y a un diable dans ce trou !

Einstein mettra trois ans avant d'apprendre la nature de la faille dans son raisonnement. Voyons en quoi elle consiste.

A partir du champ G dans le système K, il construit dans le *même* système un second champ G′ *différent* du premier, ce qui est intolérable pour qui adhère au principe d'unicité. Mais comment Einstein s'y prend-il pour obtenir ce G′ ? C'est là que le diable le « mène par le nez ». Pour obtenir son G′, il fait subir au continuum une transformation, qui fait correspondre à chaque point du continuum un autre point du même continuum (c'est ce qu'on appelle une transformation ponctuelle). Or, une transformation de l'espace est un événement mathématique purement conceptuel ; elle ne constitue pas un événement *physique*. Elle fait correspondre à chaque point de l'espace un autre point du même espace, donc à chaque objet de l'espace (constitué de points) un autre objet-image (constitué, lui aussi, de points).

L'objet transformé n'a peut-être plus la même allure, mais c'est le même objet : je me regarde dans un miroir grossissant, l'image que j'aperçois ne me ressemble peut-être pas, mais c'est tout de même *mon image*. Pareille transformation entraîne avec elle *tous les points de l'espace* et *tous les objets que cet espace contient*. En particulier, elle entraîne le champ ; elle le déforme peut-être (en apparence) mais elle n'en fait pas un *autre* champ [5]. En un mot, les points du continuum n'ont pas d'existence séparée de celle du champ : représentés par les mêmes g_{ij}, le continuum et le champ sont une seule et même chose !

Ce n'est que trois ans plus tard, en 1915, qu'un élève d'Hilbert puis Hilbert lui-même expliqueront tout cela à Einstein.

Einstein est élu à l'Académie de Prusse

A la suite de changements dans sa vie privée – alors même qu'il travaille assidûment sur la relativité généralisée avec Marcel Grossmann –, Einstein aimerait bien pouvoir quitter Zurich pour s'installer... à Berlin. Il n'est pas le seul à avoir cette idée. Le 4 janvier 1913, Fritz Haber, professeur de chimie à l'université de Berlin, adresse une lettre à Hugo Krüss, *Hilfsarbeiter* au ministère de l'Éducation de Prusse, lui proposant un arrangement administratif et financier susceptible d'« attirer à Berlin l'extraordinaire Dr. Albert Einstein ». Dans la famille berlinoise d'Einstein, on s'agite également – discrètement, pour commencer : pour ses trente-quatre ans, le 14 mars 1913, sa cousine Elsa lui demande de lui faire parvenir une photo et un livre de « vulgarisation sur la relativité ».

Le riche financier Leopold Koppel, ami de Fritz Haber, offre de financer lui-même le salaire d'Einstein à Berlin de sa poche à raison de six mille marks par an, pendant une période garantie de douze années. Quatre membres de l'Académie de Prusse – les professeurs Planck, Nernst, Rubens et Warburg auxquels Einstein avait rendu visite *incognito* quelques mois plus tôt – prennent aussitôt les choses en main. Le 12 juin, Max Planck en personne lit devant la *Klass* de mathématiques et physique de l'Académie de Prusse la proposition pour l'élection – « malgré son très jeune âge » – d'Albert Einstein à l'Académie royale de Prusse. Il déclare :

« Son nom est devenu célèbre en raison surtout du principe de relativité [que Planck nomme *Prinzip der Relativität*, à la française], énoncé par lui dans son célèbre article sur l'électrodynamique des corps en mouvement, principe selon lequel la contradiction entre la théorie de l'éther stationnaire de Lorentz et le fait vérifié expérimentalement que les processus de l'électrodynamique et de l'optique impliquant des corps terrestres sont indépendants du mouvement de la Terre, a son explication dans le fait qu'un observateur entraîné par le mouvement de la Terre utilise une autre façon de mesurer le temps qu'un observateur au repos dans le système héliocentrique. Les conséquences révolutionnaires de cette nouvelle conception du temps, étendue à toute la physique, et tout d'abord à la mécanique et, au-delà, profondément dans l'épistémologie, ont été formulées après coup par le mathématicien Minkowski de façon à donner au système tout entier de la physique un nouveau caractère unifié, en ce que la dimension du temps y apparaît sous une forme entièrement équivalente aux dimensions spatiales[6]. »

Planck ne peut, cependant, s'empêcher de remarquer : « Certes, le Dr. Einstein dépasse quelquefois la juste mesure dans ses propositions... » mais de conclure, bon enfant, « cela ne saurait toutefois être retenu trop sévèrement contre lui, car sans prendre de risque de temps à autre, même dans les sciences les plus exactes, il est impossible d'introduire de vraies innovations[7] ».

Aurait-on pu imaginer le grand maître de la physique allemande, montant à la tribune de l'Académie de Prusse pour y dire : « Je recommande à vos suffrages M. Einstein. Adepte de la philosophie de Baruch Spinoza, il est en permanence à la recherche d'"idées vraies", qu'il repère le plus souvent dans des Mémoires publiés par d'autres que lui, et qu'il s'efforce de *séparer nettement des autres* dans l'espoir d'en découvrir *la puissance* et *la rigueur absolue*. Le métier d'Examinateur qu'il a exercé pendant sept ans au Bureau des brevets de Berne lui a permis d'affûter son talent dans l'exercice de cette discipline exigeante. Ayant découvert dans les travaux fondamentaux d'Henri Poincaré un joyau, le « *principe de relativité* », il a su l'en extraire » ?

Conciliabules chez Einstein à Zurich

Fin mai ou début juin 1913, se produit un épisode auréolé de mystère. Paul Ehrenfest et son épouse arrivent à Zurich pour y rencontrer Einstein. Le lendemain de son arrivée, Einstein part avec son ami pour une excursion en montagne. Assis sous un arbre, il s'entretient avec lui des problèmes qui le préoccupent. Michele Besso, en poste à Gorizia, où il élabore – entre autres ![8] – un plan d'approvisionnement en eau pour la ville de Trieste, prend quelques jours de congé pour se rendre, lui aussi, à Zurich. Gustav Mie y arrive à son tour.

De ce que ce groupe éminent a concocté pendant les conciliabules journaliers qui le réunissent au 116 de la Hofstrasse chez Einstein, nous savons seulement ceci : pendant son séjour à Zurich, Besso a élaboré avec Einstein un calcul visant à expliquer l'anomalie constatée du mouvement séculaire du périhélie de Mercure à partir de considérations fondées dans la théorie de la gravitation que Grossmann et Einstein venaient d'ébaucher. Influencés sans doute par ce que Poincaré en avait dit (*cf.* p. 186), les deux amis espéraient que cette explication – s'ils parvenaient à la mettre au point et si les résultats obtenus concordaient avec les données expérimentales – contribuerait à « prouver » la validité de la théorie.

Grâce à Michele Besso, qui l'a précieusement préservé[9], le manuscrit de ce calcul a pu être retrouvé ; il permet d'en retracer les étapes :

1° Partant de la nouvelle théorie, Einstein construisit une métrique approximative correspondant au champ gravitationnel du Soleil considéré comme un point matériel de masse M.

2° Besso dériva une équation décrivant le mouvement du périhélie d'une planète considérée comme un point matériel de masse m se déplaçant dans le champ gravitationnel correspondant à cette métrique.

3° Einstein en déduisit une expression pour l'avance du périhélie exprimée en fractions de π pour une demi révolution.

4° Besso corrigea cette expression, ne conservant que des grandeurs correspondant à des valeurs numériques connues.

5° Einstein et Besso insérèrent ces valeurs dans l'expression donnant l'avance du périhélie. Ils la trouvèrent être égale à... 1821 secondes d'arc, soit 30 *minutes* environ, au lieu des 43 secondes espérées ! – Trop, beaucoup trop !

6° Mais Besso découvrit qu'Einstein avait pris pour la masse du Soleil une valeur dix fois trop grande. Après correction, l'avance calculée n'était plus que de... 18 secondes d'arc – une valeur trop faible cette fois-ci.

7° Besso repartit pour Gorizia, où il résidait. Il revint pour quelques jours à Zurich en août et reprit le calcul – en vain ; le résultat restait insatisfaisant.

8° Désappointé, Einstein mit le manuscrit dans un tiroir et l'oublia – en même temps qu'il oublia la théorie esquissée avec Grossmann, qui lui avait servi de base.

Cette histoire a eu une suite dont je retracerai ici les premiers épisodes. Un an environ après ces évènements, le physicien néerlandais

Johannes Droste (re)fit ledit calcul à sa façon et obtint… le même résultat que celui qu'Einstein et Besso avaient obtenus : 18 secondes d'arc. De Berlin, où il résidait désormais, Einstein sortit de son tiroir le manuscrit du calcul et l'envoya à Besso, lui demandant de le « perfectionner », si possible.

Besso se remet au travail; perfectionne le calcul; met au propre l'ensemble de la méthode utilisée; en fait une copie qu'il envoie à Einstein; et place l'original à l'abri, chez lui. Einstein « ressuscitera » le calcul un an plus tard avec un résultat spectaculaire, nous le verrons.

Ces conciliabules ont eu une autre conséquence : l'admiration d'Ehrenfest pour Einstein s'intensifie. Le 25 juin, il note à regret dans son carnet : « Une journée sans Einstein [10] ! »

Einstein écrit à Mach

Si Paul Ehrenfest se désole, le 25 juin, de ne pouvoir rencontrer Einstein, c'est que celui-ci est occupé à écrire à Mach une lettre enthousiaste. « Pendant l'éclipse solaire l'an prochain, lui dit-il, nous apprendrons si la lumière est déviée par le Soleil… Si oui, votre étude brillante des fondements de la mécanique aura reçu une splendide confirmation. Car il s'ensuit nécessairement que l'inertie a son origine dans une interaction avec les corps [éloignés], comme vous l'avez annoncé [11] »…

Nous voyons poindre là la distinction qui place Einstein à part des autres physiciens de son groupe. Tous se préoccupent de construire *mathématiquement* la nouvelle théorie; lui seul se soucie d'identifier de possibles vérifications expérimentales. L'une d'elles serait qu'en passant près d'une étoile massive – le Soleil par exemple – la lumière subirait une déviation. Il base cette prédiction sur un petit calcul qui, selon lui, montre que dans un champ gravitationnel la vitesse de la lumière n'est plus c mais c multiplié par le facteur $1 + \varphi/c^2$ dans lequel φ représente le champ [12]. Si G est la constante de la gravitation de Newton, M la masse de l'étoile et D la distance de la lumière à son passage près de l'étoile, l'angle de la déviation serait égal, selon ce calcul, à $2GM/Dc^2$. Einstein est persuadé que sa formule est la bonne.

Le 11 juillet, un vendredi, Planck, Nernst et leurs épouses montent dans le train de nuit en partance pour Zurich. Ils ont pour mission d'annoncer à Einstein la bonne nouvelle : l'Académie de Prusse vient de voter en faveur de son élection. Ils lui transmettent l'offre berlinoise deux jours plus tard – discrètement – en trois volets : un poste à l'Académie, un poste à l'université de Berlin – sans obligation de professer ! – et enfin, pour couronner le tout, la création sous sa direction d'un Institut de physique théorique établi sur le modèle du Kaiser Wilhelm Institüt de Fritz Haber – ce qui lui permettra, en tant que directeur, d'engager des assistants salariés [13].

Einstein est aux anges ! Max Planck lui donne l'impression de n'avoir rien oublié – mais d'avoir tout pardonné ; quant à Walther Nernst... Einstein échange des blagues avec lui. Quand il lui rapporte un commentaire de Langevin – « Seules douze personnes au monde comprennent la relativité » – un Nernst « rebondi et jovial » réplique, en bon Prussien : « Et huit sont à Berlin [14] ! » On est fait pour s'entendre. Einstein demande néanmoins à réfléchir. Il fera connaître sa réponse avant le retour de ses hôtes à Berlin prévu pour le lundi suivant.

A l'heure dite, il se rend à la gare de Zurich. A l'instant où Planck et Nernst s'apprêtent à monter dans leur train, il tire un mouchoir blanc de sa poche et l'agite. C'est le signal convenu ! Planck et Nernst peuvent repartir tranquilles, ils ont accompli leur mission.

Par un vote de quarante-quatre voix pour, deux voix contre, Einstein est élu membre de l'Académie de Prusse le 24 juillet... Encore faut-il que l'empereur donne son accord.

Il le donnera [15].

Un goût amer et une volte-face

L'esquisse relativiste d'une théorie nouvelle de la gravitation construite en collaboration avec son ami Grossmann laisse tout d'abord un goût amer dans la bouche d'Einstein. Il écrit à Lorentz : « Les équations du champ gravitationnel ne possèdent pas la propriété de covariance générale. Si seules certaines équations de la théorie possèdent cette propriété, alors la théorie réfute son propre point de départ et ne possède plus aucun fondement. »

Malgré ces aléas, il reste néanmoins « machien ». Il affirme : « Mais par ailleurs, ces équations entraînent la relativité de la masse inerte [en conformité] avec ce que Mach a si joliment montré dans sa critique des *Principia* de Newton [16]. »

A la suite de quoi, il décide de faire « contre mauvaise fortune bon cœur ».

La volte-face d'Einstein est passionnante d'un point de vue épistémologique. Il écrit à son ami Paul Ehrenfest, qui travaille désormais avec Lorentz (auquel il va bientôt succéder) : « J'ai l'intime conviction d'avoir découvert ce qui est correct et aussi qu'un murmure d'indignation va s'élever parmi les collègues quand ils liront ce mémoire [17]. » Et encore : « Le problème de la gravitation est clarifié *à mon entière satisfaction* [...]. Il est possible de démontrer que des équations *généralement covariantes* et susceptibles de déterminer complètement le champ ne peuvent pas exister [18]. » Après quoi, comme pour aggraver les choses, il ajoute : « Les lois de la conservation de l'énergie déterminent, parmi tous les systèmes de coordonnées possibles, certains systèmes privilégiés entre lesquels des transformations linéaires sont permises. » Il en conclut : « Peut-on imaginer quelque chose de plus beau que le fait que cette spécialisation nécessaire découle des lois de conservation ? »

Considérant comme établi une fois pour toutes – par lui – le fait que la relativité ne peut exister qu'entre certains systèmes privilégiés, il se donne comme nouvelle mission scientifique d'expliquer cette découverte aux mathématiciens. Il va désormais la colporter comme la « bonne parole » et la prêcher par monts et vallées à tous ceux qui accepteront de l'entendre, s'engageant de la sorte dans une entreprise proprement « ubuesque [19] ».

Le 9 septembre 1913, il publie un court article sur la relativité dans un journal scientifique suisse [20]. Il y résume ses idées :

1) « Une des lois naturelles les plus remarquables est celle de l'identité de la masse inerte et de la masse gravitationnelle d'un corps;

2) « Cette loi suggère le concept selon lequel tout se passe de la même façon que l'on soit dans un système de référence accéléré ou dans un champ gravitationnel (principe d'équivalence) ;

3) « Le résultat principal est la déviation de 0,84" d'un rayon lumineux au passage près du Soleil [21];

4) « Ce résultat est en désaccord avec la théorie de la relativité;

5) « Dans la nouvelle théorie, le champ de gravitation est défini par un tenseur symétrique g_{ij} à dix composantes. L'expression $g_{ij}dx_idx_j$ est l'invariant fondamental. »

Il ajoute alors ce qu'il juge être les restrictions qui, pour des raisons fondamentales, doivent être imposées à la théorie :

1) « Il s'avère logiquement impossible d'établir des équations pour les g_{ij} qui soient covariantes par rapport à toute substitution arbitrairement définie;

2) « Cependant, en nous appuyant sur les lois de la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, [...] il est possible de choisir le système de référence de façon à ce que seulement les transformations linéaires – mais, en contraste avec la relativité [restreinte [22]], toutes les transformations linéaires – laissent les équations covariantes. »

La conclusion de tout cela constitue aux yeux d'Einstein un résultat des plus satisfaisants. En effet : « Ces équations ont pour conséquence que l'inertie d'un corps n'est pas une propriété individuelle des corps mais résulte de la résistance de l'accélération des corps relativement à d'autres corps – concept qui avait déjà été proposé par Mach et par d'autres [mais seulement] à partir de considérations épistémologiques [c'est-à-dire « philosophiques »]. »

Ce même jour – 9 septembre 1913 –, Einstein prononce une conférence devant les membres de la Naturforschende Gesellschaft de Zurich [23]. Il affirme : « Il est possible de démontrer, par un argument de caractère général, que les équations qui déterminent le champ gravitationnel ne peuvent pas être généralement covariantes sous des substitutions arbitraires. »

Cette conviction est basée sur le problème du « diable dans le trou » qu'il présente officiellement pour la première fois sous la forme d'un bref « Commentaire » dans le *Zeitschrift für Mathematik und Physik* en janvier 1914 : « J'ai découvert que les équations qui déterminent les g_{ij} de façon univoque et sont "généralement" covariantes ne peuvent absolument pas exister ; la preuve en est la suivante... »

Confrontation Mie-Einstein

Le 23 septembre 1913, le congrès annuel de la Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärtze réunit Einstein et Mie à Vienne. L'espace d'un moment, les deux ailes de la grande théorie en gestation vont pouvoir battre ensemble, sinon à l'unisson.

Dans la section § 9 de son exposé, intitulée « Sur la relativité de l'inertie [24] », Einstein présente la première mouture de ce qui deviendra sous sa plume cinq ans plus tard le principe de Mach.

Le rôle fondamental que les idées machiennes ont joué dans la doctrine einsteinienne est tel que nous prendrons un moment pour étudier la façon dont Einstein les présente ici.

Se référant aux mesures expérimentales effectuées en 1888 par le baron magyare Lorànd von Eötvös, visant à démontrer l'égalité parfaite entre la masse inerte d'un corps et sa masse gravitationnelle [25], Einstein explique : « Le fait que l'identité de la masse inerte et de la masse gravitationnelle soit avérée à une très haute précision me paraît constituer l'une des indications les plus précieuses de la manière dont il faut s'y prendre pour développer la théorie. La nécessité de découvrir une explication plus approfondie de cette identité et le point de vue de Mach concernant la relativité de l'inertie sont les deux raisons qui m'ont incité à consacrer désormais mon temps au problème de la gravitation. »

Selon ses calculs, nous dit Einstein, l'énergie d'un point matériel au repos diminue lorsqu'on accumule des masses dans son voisinage alors que, dans le même temps, son inertie augmente. Ce résultat surprenant « est d'un très grand intérêt théorique », observe-t-il. En effet, « si l'inertie d'un corps peut augmenter lorsqu'on accumule des masses dans son voisinage, alors nous sommes obligés de conclure que l'inertie d'un point matériel est due à l'existence d'autres masses. L'inertie paraît donc résulter d'une sorte d'interaction entre le point matériel et tous les autres points matériels [de l'Univers]. »

Observant « que cette question a été analysée avec rigueur et lucidité par E. Mach dans sa *Mechanik* », il propose d'appeler la conjecture ainsi formulée « hypothèse de la relativité de l'inertie ». A ses yeux, toute nouvelle théorie de la gravitation qui ne satisferait pas à ce principe serait frappée de nullité.

C'est justement le cas, selon lui, pour les théories rivales de la sienne présentées au congrès. Il parle donc des théories de tout le monde... sauf de celle de Mie. Mie se fâche : « Il est vrai, remarque-t-il, que ma théorie est enfouie au cœur d'un travail de recherches sur la matière en général. C'est sans doute la raison pour laquelle mes travaux ont échappé à l'attention de l'orateur... — Non! non! proteste Einstein. — Dans ce cas, continue Mie, il ne les a sûrement pas lus, autrement, nul doute, il les aurait cités [26]. »

Einstein explique qu'il les a lus – « peut-être trop rapidement » – mais que, s'il n'en a rien dit, c'est simplement parce que ces travaux ne respectent pas de façon rigoureuse le principe de l'équivalence de la masse inerte et de la masse gravitationnelle – principe fondamental à ses yeux, nous venons de le voir.

Mie réplique : « Je compte publier prochainement un mémoire montrant que la théorie d'Einstein ne respecte pas non plus ce principe de façon rigoureuse. » Il s'en prend également à l'énoncé d'Einstein concernant les idées de Mach. « Si je l'ai bien compris, M. Einstein veut également reprendre à son compte l'idée de Mach selon laquelle il serait impossible de détecter une accélération de façon absolue... »

Il explique le problème : « Imaginons un voyageur placé dans le wagon d'un train, tous rideaux fermés. Soudain secoué et remué, il interprète cet effet – qu'il ressent physiquement dans son corps – comme un effet d'inertie causé par les vibrations irrégulières du train sur ses rails. Selon la conception proposée par Einstein, le principe de la relativité généralisée affirmerait qu'il est possible de reproduire exactement les effets ressentis par le voyageur à partir de masses s'agitant de façon irrégulière dans le voisinage du train... celui-ci étant sagement resté "au repos" en gare... ! Pareille fiction est sans doute envisageable du point de vue mathématique – n'imagine-t-on pas des planètes "fictives" pour calculer les effets de marée, les effets d'inertie étant difficiles à représenter ? – mais il ne viendrait à l'esprit d'aucun physicien respectable de concevoir ces "planètes imaginaires" comme nanties de réalité. De la même façon, il est inconcevable que l'on veuille interpréter les effets d'inertie ressentis par notre voyageur comme provenant de masses extérieures réelles – cela remettrait en cause notre façon de concevoir la physique. »

Interpellé, Einstein ne trouve pas sur place comment répondre à cette remarque pertinente. Il réagit quelques jours plus tard, par écrit : « Ma théorie ne satisfait pas le principe de relativité générale dans toute son étendue. De toute façon, comme je l'ai indiqué, les lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement entraînent une spécialisation pleine de conséquences » etc.

Voici Einstein immergé dans l'erreur profonde qui va lui barrer provisoirement l'entrée en Terre promise.

Max Born interrompt fort heureusement le débat acerbe pour demander à Einstein : « A quelle vitesse la gravitation se propage-t-elle selon votre théorie ? Il n'est pas évident que c'est à la vitesse de la lumière... » Einstein réplique : « C'est un problème compliqué du point de vue mathématique... Il est difficile en général de résoudre exactement les équations... »

On le sent animé d'une farouche détermination à poursuivre son chemin sur la voie qu'il s'est tracée : en raison des principes fondamentaux sur lesquels il s'appuie, il se sent sûr d'aller dans la bonne direction alors que ses rivaux – Mie, mais aussi Abraham – s'égarent en s'éloignant des principes.

Notes

1. Lettre d'Einstein à Lorentz, 2 février 1915, citée par John Norton, *Einstein Studies*, *op. cit.*, vol. I, p. 151.
2. La première dans un « Commentaire » publié le 30 janvier 1914 dans *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. LXII, 1914, p. 260 ; la deuxième et la troisième en janvier 1914, la quatrième devant l'Académie de Prusse en octobre 1914.
3. Einstein, A., *Die Formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie* , *The Collected Papers, op. cit.*, vol. VI, doc. 9, § 12.
4. Les italiques sont d'Einstein.
5. Une autre façon de décrire la difficulté est celle-ci : un système de coordonnées est une simple convention permettant de repérer les objets dans l'espace ; tout comme l'est, par exemple, le nom utilisé pour désigner un objet. Changer de convention n'altère en rien l'objet concerné. Un « changement de système de coordonnées » n'entraîne pas avec lui les points de l'espace. En mélangeant, dans leurs conséquences, *transformations de l'espace* et *changements de système de coordonnées*, Einstein introduit le miroir déformant qui lui fait voir un diable dans son trou.
6. Planck M., « Proposition pour l'élection d'Albert Einstein à l'Académie de Prusse », 12 juin 1913, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 445. Le lecteur notera ce que cette présentation de la relativité a d'archaïque : il n'y est question que de la relativité du temps – rien n'y est dit de celle de l'espace. C'est ce que Minkowski avait reproché à Einstein – « *Mais ni Einstein ni Lorentz...* »
7. *Ibid.*
8. À Gorizia, fidèle à lui-même, Besso exerçait de multiples activités : il avait entrepris notamment l'élaboration du plan d'un traité philosophique (qu'apparem-

ment, il n'a jamais complété). Voir, par exemple, P. Speziali, *Correspondance, op. cit.*, p. xxvi.
9. *The Collected Papers, op. cit.*, vol. IV, doc. 14.
10. Ehrenfest P., Journal ; Brian D., *Einstein, op. cit.*, p. 115.
11. Lettre d'Einstein à Mach, 25 juin 1913, *The Collected Papers, op. cit.*, Boston, vol. V, doc. 448.
12. Ce calcul le chagrine quelque peu, malgré les promesses qu'il implique, car il remet en cause le principe de constance de la vitesse de la lumière dont il avait fait l'un des piliers de ses calculs sur la relativité.
13. En Allemagne, comme en France, seuls les directeurs d'instituts étaient autorisés à engager des assistants salariés – d'où la prolifération d'instituts, petits et grands, à cette époque… et depuis.
14. Brian D., *Einstein, op. cit.*, p. 116.
15. Le ministère de l'Éducation soumit le décret le 6 novembre à Guillaume II qui le signa le 12.
16. Lettre d'Einstein à Lorentz, 14 août 1913, *The Collected Papers, op. cit.*, vol. V, doc. 467. Nous retrouvons là la préoccupation principale d'Einstein à cette époque : établir la validité de son « hypothèse de la relativité de l'inertie » – le futur « principe de Mach » (*cf.* annexe).
17. Lettre d'Einstein à Paul Ehrenfest, 13 novembre 1913, *Collected Papers*, vol. V, doc. 481.
18. Les italiques sont d'Einstein.
19. Ubu est la marionnette conçue par Alfred Jarry en 1888, à partir du texte *Les Polonais* rédigé par ses condisciples les frères Morin au lycée de Rennes, caricaturant… leur professeur de physique, qui voulait, disaient-ils, « régenter l'univers ».
20. Einstein A., *The Collected Papers, op. cit.*, vol. IV, doc. 15.
21. Le calcul donnera une valeur double un an plus tard.
22. A cette époque, Einstein parle encore de relativité « ordinaire ». Il introduira l'expression *spezielle Relativitätstheorie* en mars 1916 (que les physiciens français traduiront par « relativité restreinte »).
23. *The Collected Papers, op. cit.*, vol. IV, doc. 16.
24. Einstein A., « Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems » (« Sur l'état présent du problème de la gravitation »), *Physikalische Zeitschrift*, vol. XIV, 1913, p. 1249.
25. Eötvös L. von, « Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen », *Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn*, vol. VIII, 1890, p. 65.
26. Discussion qui a suivi l'exposé d'Einstein « Sur l'état présent du problème de la gravitation », *Physikalische Zeitschrift*, vol. XIV, 1913, p. 1262.

À nouveau les mathématiciens

Emmy Noether arrive à Göttingen

Le temps passe, la guerre éclate. Au printemps 1915, une jeune femme arrive à Göttingen. Fille du mathématicien Max Noether et sœur de Fritz Noether, mathématicien lui aussi – alors au front – elle est née à Erlangen, patrie de Felix Klein, et a obtenu son doctorat ès sciences mathématiques sous la direction de Paul Gordan, le savant qui aimait réunir ses étudiants autour d'un verre de bière dans les cafés d'Erlangen – le « roi des invariants » ! – récemment décédé.

Hélas pour Amalie « Emmy » Noether, à cette époque aucune femme ne pouvait espérer être nommée à la faculté des universités allemandes – ce qui aurait eu pour conséquence de lui permettre de siéger au sénat de l'université : « Que penseraient nos soldats si cela devait se produire? » demandaient les patriotes. David Hilbert leur répond : « Je ne vois pas ce que le sexe a à voir dans cette affaire, le sénat n'est pas une salle de bains [1]... » et il prend la jeune femme sous son égide – sans pour autant, hélas! pouvoir lui offrir un salaire. Il a besoin d'elle : nul ne connaît et ne maîtrise mieux les techniques mathématiques dont il a besoin pour développer la « théorie axiomatique » de la physique qu'il concocte.

Noether se met au travail. Plusieurs choses sont certaines; Hilbert a dit d'elle : « J'ai demandé à Emmy Noether de m'aider à clarifier certaines questions concernant ma loi de l'énergie. » Et Klein : « Fraülein Noether continue de me conseiller sur mes travaux [2]. » Mais Emmy Noether ne travaille pas seulement – gratuitement – pour Hilbert et pour Klein. Elle est également incorporée dans une équipe « chargée d'effectuer des calculs très difficiles pour Einstein

– sans qu'aucun de nous n'ait su à quoi ils servaient », révélera-t-elle plus tard [3].

En juillet, coup de chance pour Einstein ! Il reçoit une invitation à se rendre à Göttingen pour y prononcer une série de conférences sur la relativité. Elle est signée David Hilbert.

Il trouve la petite ville aux maisons couvertes de tuiles rouges à moitié vide. David Hilbert, toujours égal à lui-même, et Felix Klein, très affaibli, président des classes à demi désertes : leurs meilleurs étudiants sont au front. Même les moins favorisés ont réussi à se faire engager, tel Alfred Landé, qui, pourtant doté d'une mauvaise vue, travaille pour la Croix-Rouge. La *Lesezimmer*, autrefois active comme une ruche, n'est plus qu'une bibliothèque vide attendant des lecteurs.

Les quelques mathématiciens encore présents malgré la guerre accueillent le visiteur avec bienveillance. En six conférences, d'une heure chacune, il leur prêche la bonne parole : une formulation de la relativité généralement covariante est impossible.

Felix Klein l'écoute en dodelinant de la tête (au moins intérieurement). Il dira plus tard : « La relativité est enveloppée dans un nuage de mystère [*Nebel der Mystik*]. C'est en partie la faute de Herr Einstein. Sa façon de penser prend sa source dans les spéculations philosophiques les plus générales ; il se laisse ensuite guider par un instinct physique très fort plutôt que par une perception mathématique claire. [...] Grâce à ses contacts avec Grossmann et le groupe de Zurich, il s'est certes familiarisé avec Gauss et Riemann, mais il ignore tout de Lagrange et surestime (entre autres) Christoffel [4]. »

Hilbert, lui aussi, écoute Einstein – sceptique. Il réfléchit.

Einstein engage un assistant

Successeur d'Einstein à Prague, Philipp Frank a apporté des précisions sur ce qui s'est passé dans les coulisses de la relativité généralisée en ces derniers jours de l'automne 1915. « Jusqu'alors, nous dit-il, Einstein avait résolu ses problèmes avec les plus simples moyens mathématiques et il soupçonnait toute exagération dans l'emploi de "très hautes mathématiques" comme due, non pas à quelque désir de clarté, mais bien plutôt à celui de confondre le lecteur. » Mais pour poursuivre l'élaboration mathématique de son grand projet – « avec les complications mathématiques que cela entraînait – il commença à éprouver le besoin d'un assistant bien rompu aux mathématiques[5] ».

Einstein ne repart donc pas de Göttingen les mains vides : il s'est découvert un assistant. C'est un personnage étrange. Natif de Brest-Litovsk, alors ville polonaise, Jakob Grommer est animé de deux passions brûlantes : le Talmud et les mathématiques. Hélas, défiguré par une acromégalie congénitale, il exerçait une telle répulsion « que personne ne voulait le prendre comme assistant et encore moins comme professeur ». Einstein l'engage pour travailler à ses côtés à Berlin[6].

Mais d'autres préoccupations le sollicitent. En octobre, la Berliner Goethebund, organisation berlinoise dévouée à la défense de la *Kultur* allemande dans la tradition de Goethe, sollicite ses vues sur la guerre. Il rédige un texte, qu'il soumet au Goethebund le 23 octobre. Il le révise le 11 novembre et une seconde fois le 16 novembre[7]. Je cite ces dates car c'est précisément entre le 4 et le 25 novembre de cette année-là que les équations de la relativité généralisée ont été finalisées.

Hilbert part à la pêche

Tandis qu'Abraham, Einstein, Mie et les autres poursuivent leurs efforts pour formuler, en vain pour l'instant, la relativité généralisée, David Hilbert séjourne sur l'île allemande de Rügen au large du Mecklembourg dans la Baltique – en face de Greifswald où Mie professe. Balayé par les vents froids de la Baltique, le site est enchanteur. Juste ce qu'il faut à Hilbert, amoureux de la nature sauvage, pour pouvoir mettre le point final à sa théorie axiomatique de la physique embrassant à la fois « le problème de Mie » (l'électromagnétisme) et « le problème d'Einstein » (la gravitation). Comme Poincaré inventant l'espace-temps au milieu de l'Atlantique (*cf.* p. 105), en l'espace de quelques jours, tout est dit.

De retour à Göttingen le 14 novembre (1915), il envoie une carte postale à Einstein : « J'ai trouvé une solution axiomatique à votre grand problème ! » et il l'invite à venir à Göttingen pour y assister à une présentation de la nouvelle théorie devant la Société royale des sciences de Göttingen – la Königliche Gesellschaft der Wissenschaften – le samedi 20 novembre. Einstein lui répond aussitôt : « Votre analyse m'intéresse au plus haut point, d'autant plus que je me suis souvent creusé la cervelle afin de construire un pont entre l'électromagnétisme et la gravitation. » Il ajoute qu'il se sent trop fatigué et souffre trop de ses maux d'estomac pour pouvoir entreprendre le voyage. Il demande à Hilbert de lui faire parvenir une copie de ses travaux. Hilbert lui envoie le texte demandé.

Le 16 novembre, Hilbert présente sa théorie, qu'il a baptisée *Die Grundlagen der Physik* (« Les fondements de la physique [8] ») devant une assistance médusée réunie dans le grand amphithéâtre de la Société royale des sciences. La nouvelle théorie est fondée sur deux axiomes dont elle découle entièrement par déduction. Hilbert les énonce ainsi :

« Axiome 1 (fonction d'Univers de Mie) : la loi qui régit les événements physiques dépend d'une fonction universelle d'Univers dont la variation s'annule pour tout [changement] de chacun des quatorze potentiels gravitationnels et électromagnétiques ;

« Axiome 2 (covariance générale) : la fonction d'Univers est invariante sous toute transformation arbitraire des paramètres d'Univers. »

Décodons ce langage. Le premier axiome affirme qu'il est possible de construire un Lagrangien décrivant à la fois le champ électromagnétique et le champ gravitationnel engendrés par la présence des charges, des masses et de l'énergie dans l'Univers. Le second nous dit que cette « fonction d'Univers » satisfait au critère de covariance générale.

Covariance générale! Le rêve qu'Einstein avait cru impossible!

Die Grundlagen der Physik constitue un haut lieu de l'histoire de la physique. Avec la théorie électromagnétique, seuls Maxwell et Hertz étaient parvenus précédemment à construire pareil édifice : ils avaient « unifié » l'électricité et le magnétisme; Hilbert vient de réunir en une seule théorie l'électromagnétisme et la gravitation; les forces de la nature connues à l'époque n'en font désormais plus qu'une [9]. Soigneusement mis au propre par son épouse, Käthe, le texte d'Hilbert est aussitôt inséré dans les comptes rendus de la *Gesellschaft der Wissenschaften* [10]. Il contient notamment l'énoncé de l'équation que nous connaissons aujourd'hui sous le nom d'« équation de la relativité générale d'Einstein ».

La théorie axiomatique

Nous n'entreprendrons pas ici de décrire en détail *Die Grundlagen der Physik*, sauf à dire ceci : d'un bout à l'autre, la théorie axiomatique tient ses promesses. Obtenue à partir de deux axiomes posés avec force et simplicité, elle nous montre, par déduction logique, comment passer des axiomes aux théorèmes principaux, dont l'énoncé de l'équation tensorielle de la relativité généralisée constitue le plus spectaculaire.

La façon dont Hilbert obtient cette équation est en soi un petit chef-d'œuvre. Il définit une caractéristique g et une courbure R pour l'espace-temps [11], une constante κ et un Lagrangien L. Ce Lagrangien comporte vingt composantes – seize pour décrire le champ gravitationnel et quatre pour décrire le champ électromagnétique – mais dont dix seulement sont indépendantes! Il montre alors que l'expression $(L-R/2\kappa)\sqrt{g}$ – qu'il appelle « la fonction d'Univers de Mie » –

demeure inchangée lorsqu'on la calcule sur toute l'étendue de l'espace et que l'on soumet les composantes de la métrique à des variations infinitésimales linéaires *quelconques*[12] : covariance générale !

En parfaite concordance avec les deux axiomes de départ, cet énoncé fournit immédiatement – comme une conséquence logique – l'équation tensorielle qu'Einstein à Berlin, à cet instant, croit encore impossible !

Conséquence d'un théorème qui deviendra célèbre après qu'Emmy Noether en eut donné la démonstration en 1918, la théorie axiomatique fournit un autre résultat – inattendu celui-ci : elle établit l'existence de quatre relations entre les composantes de champ, en conséquence de quoi, nous dit Hilbert, « les quatre équations pour le champ électromagnétique peuvent être considérées comme des conséquences nécessaires des dix équations du champ gravitationnel[13] ».

Ce résultat l'enchante – il y a de quoi : « Dans ce sens, explique Hilbert, on peut dire que les phénomènes électromagnétiques sont des effets gravitationnels. » Et, faisant allusion aux tentatives de Riemann – effectuées à Göttingen près d'un demi-siècle plus tôt ! – visant à unifier l'électromagnétisme et la gravitation, il ajoute : « Je vois dans cette observation une solution surprenante au problème étudié par Riemann, qui a été le premier à rechercher une connexion entre la gravitation et la lumière[14]. »

La théorie axiomatique offre au regard l'aspect d'une pyramide de cristal, véritable monument érigé à l'ingéniosité de l'esprit humain. Va-t-elle susciter l'enthousiasme et l'admiration de tous… et peut-être valoir à son créateur… le prix Nobel de physique qui avait été refusé à Poincaré ? Non ! car à Berlin, entre-temps…

L'esprit physique reprend ses droits

Revenons quelques jours en arrière, au moment où, à Berlin, Einstein reçoit le manuscrit qu'Hilbert lui a envoyé.

Il l'étudie attentivement. Alarmé, il sort précipitamment de son lit [15] et écrit à Hilbert, le 18 novembre… pour lui reprocher le manque d'originalité de son approche. Il monte sur ses grands chevaux : « Vous avez trouvé exactement ce que j'ai trouvé les semaines passées » !

Arrive alors la critique typiquement einsteinienne : « La difficulté n'était pas de trouver les équations généralement covariantes… [Le lecteur notera qu'il reconnaît implicitement ici qu'Hilbert les a trouvées !]. Ce qui était difficile était de reconnaître que ces équations forment une généralisation simple et naturelle des équations de Newton. »

Cette préoccupation s'inscrit dans le droit-fil de sa philosophie à cette époque : fervent admirateur de Newton, il ne pouvait envisager la possibilité d'être le père d'une théorie nouvelle de la gravitation qui s'éloignerait trop de celle de son illustre prédécesseur.

Einstein reprend le calcul des deux données expérimentales qui – en admettant qu'il parvienne à les reproduire par le calcul – confèreront, selon lui, ses lettres de noblesse à sa théorie, alors même qu'elle n'est encore composée que de fragments qu'il désespère de pouvoir concilier entre eux. Son biographe Abraham Pais dira plus tard : « Ces calculs ont changé le cours de sa vie [16]. »

Le premier des deux calculs – il tient sur le dos d'une enveloppe – concerne la déviation des rayons lumineux au passage près du Soleil, un effet dû au fait que la lumière, comme n'importe quel autre « corps », « possède de l'inertie », en accord avec la découverte faite par Henri Poincaré en 1900 (*cf.* p. 72). Deux ans plus tôt, Einstein avait trouvé pour cette déviation une valeur de 0,83 secondes d'arc. Il refait le calcul et trouve cette fois-ci une valeur double de la précédente (nous verrons un peu plus loin pourquoi).

Puis il tourne son attention sur l'autre « preuve potentielle » de la validité de sa théorie : le calcul de l'avance séculaire du périhélie de Mercure.

Il extrait du tiroir où il l'avait placé le calcul qu'il avait amorcé avec Michel Besso à Zurich deux ans plus tôt et que Besso avait amélioré depuis. Le calcul s'étend sur neuf pages et comprend une série d'approximations imbriquées les unes dans les autres. Reprenant pas à pas le système élaboré avec Besso, il construit une métrique pour le champ gravitationnel du Soleil (représenté sous la forme d'une masse ponctuelle), détermine la trajectoire quadridimensionnelle que suivrait dans ce champ une « particule d'épreuve » représentant Mercure, traduit ce mouvement en son équivalent dans l'espace ordinaire et calcule enfin la vitesse à laquelle la trajectoire pivote lentement sur elle-même pour produire l'avance du périhélie.

Au bas de l'avant-dernière page, le calcul aboutit sur une formule qu'Einstein écrit d'abord $3\pi\alpha/a(1-e^2)$ avant de la convertir aussitôt – sans expliquer ni pourquoi ni comment – en $24\pi^3\alpha^2/T^2c^2(1-e^2)$... C'est la formule de Gerber !

À la suite de quoi, nous disent ses biographes, il est « hors de lui », tellement l'accord de la formule qu'il a obtenue avec la « valeur expérimentale [17] » lui donne satisfaction.

Et pourtant, ce calcul pose problème – à double titre.

L'avance séculaire constatée du périhélie de Mercure est de 9 minutes et 32 secondes d'arc, nous l'avons vu (*cf.* p.184). En utilisant la théorie de Newton, les astronomes étaient parvenus à expliquer la majeure partie de cette avance – 529 secondes –, laissant une valeur résiduelle de 43 secondes environ inexpliquée – la fameuse « anomalie ».

Einstein a calculé l'avance séculaire que le périhélie subirait si la « particule d'épreuve » représentant Mercure était seule dans le champ gravitationnel du Soleil, représenté, lui aussi, sous la forme d'un point matériel isolé dans l'espace. Ce calcul donne une valeur de 43" pour l'avance séculaire calculée selon ce modèle. Pour obtenir l'avance *réelle* – c'est-à-dire la valeur « observée » de 9 minutes et 32 secondes –, il faut donc ajouter aux 43" de ce calcul les 529 secondes obtenues *par le truchement de la théorie de Newton*. Einstein a donc utilisé, *de facto*, deux théories différentes pour obtenir le résultat désiré.

Einstein connaissait-il en 1915 la formule de Gerber?

En 1920, le physicien berlinois Ernst Gehrcke récupère l'article, alors largement méconnu, dans lequel Paul Gerber énonce sa fameuse formule et le fait réimprimer dans les *Annalen der Physik*, accompagné d'un commentaire dans lequel il suggère qu'Einstein s'en est inspiré pour effectuer son calcul – qui reproduit, il faut le dire, la formule de Gerber dans ses moindres détails.

Ce qu'un an plus tard, Einstein réfuta violemment dans le *Berliner Tageblatt und Handels-Zeltung* : « Je maintiens que la théorie générale de la relativité a fourni l'explication véridique de l'avance du périhélie de Mercure ». Et de préciser : « Je n'ai pas cité les travaux de Gerber simplement parce que je les ignorais à l'époque où j'ai effectué mon calcul. [...] Même si je les avais connus, je n'aurais eu aucune raison de les mentionner. »

Einstein présente ses calculs à l'Académie de Prusse

Le 18 novembre 1915, Einstein écrit à Hilbert : « J'ai présenté aujourd'hui même à l'Académie de Prusse une communication dans laquelle je déduis de la relativité générale quantitativement et sans aucune hypothèse supplémentaire le mouvement du périhélie de Mercure que Le Verrier avait découvert. » Et il s'exclame : « Jusqu'à maintenant, aucune théorie de la gravitation n'était parvenue à cela. »

Hilbert le félicite aussitôt : « Si j'étais capable de calculer aussi vite que vous, alors l'électron capitulerait devant mes équations et l'atome d'hydrogène aurait à s'excuser pour le fait qu'il ne radie pas son énergie.[18] »

Au milieu de sa communication, Einstein a glissé, quasi subrepticement et sans autre explication, une remarque annonçant que, ayant recalculé la déviation de la lumière à son passage près du

Soleil, il l'a trouvée égale à 1,74 secondes d'arc, soit deux fois la valeur qu'il avait précédemment annoncée.

Fort bien, encore fallait-il formuler la théorie sous-tendant ces calculs sous la forme définitive qu'Hilbert venait de lui donner à Göttingen. Einstein s'attèle à la tâche. Il relit le mémoire d'Hilbert. La covariance est donc possible. La croyant impossible pour des raisons fondamentales, il avait imposé des restrictions aux équations de sa théorie. Il les lève.

Il avait considéré jusqu'ici que le tenseur de Ricci R_{ij} était la somme de deux tenseurs, A_{ij} et B_{ij}, covariants chacun sous un ensemble restreint de transformations seulement (covariance partielle), et il avait choisi d'utiliser A_{ij} au lieu de R_{ij} (rejeté pour les raisons que l'on sait) pour représenter le champ gravitationnel. Il avait donc écrit l'équation tensorielle sous la forme $A_{ij} = -\kappa T_{ij}$, le tenseur T_{ij} représentant la distribution de la matière et de l'énergie. Puis, il avait changé d'avis et substitué G_{ij} pour A_{ij} dans son équation – ce qui avait entraîné une conséquence dont voici l'essence.

Tout tenseur possède une certaine caractéristique baptisée *trace*, terme technique que je ne chercherai pas à définir précisément ici sauf à dire ceci : l'équation $G_{ij} = -\kappa T_{ij}$ n'admet elle aussi, comme la précédente, qu'un jeu restreint de transformations – spécifiquement celles pour lesquelles $\sqrt{-g} = 1$ dans la notation d'Einstein. Or cette condition entraîne $T = 0$ pour la trace du tenseur T_{ij}.

Pour justifier cette condition, rencontrée fortuitement, Einstein avait fait appel à l'intuition physique. Remarquant que la trace du tenseur qui représente l'énergie électromagnétique est toujours identiquement égale à zéro, il avait admis que *toute la matière* présente dans l'Univers est d'origine purement électromagnétique et que par conséquent la condition $T = 0$ est effectivement réalisée dans la nature.

Le 18, il est encore dans cet état d'esprit. Mais l'équation tensorielle d'Hilbert a la forme $G_{ij} = -\kappa(T_{ij} - g_{ij}T/2)$, dans laquelle T représente la trace de T_{ij}. Pour Hilbert, cette trace n'est pas zéro ! C'est d'ailleurs la grande découverte de la relativité généralisée : la présence de T dans l'équation finale fait en effet toute la différence. Sans T, l'équation est au mieux partiellement covariante: avec T, elle est *pleinement* covariante.

Comment – et pour quelle raison? – Einstein s'est-il finalement débarrassé de la condition T = 0? Difficile à dire [19]. Le 18, elle fait encore partie intégrante de sa théorie.

Le 25 novembre, un jeudi, Einstein lit les « équations de champ » de la gravitation à l'Académie de Prusse. A la fin de son exposé, il déclare : *Damit ist endlich die allgemeine Relativitätstheorie als logisches Gebaüde abgeschlossen* [20] (« La théorie de la relativité générale est finalement close en tant que structure logique ».)

A Göttingen, Hilbert venait de dire en essence : *Les Fondements de la physique* est une théorie axiomatique. Tant mieux si elle permet de mieux comprendre la nature. Mais c'est une simple construction de l'esprit. Elle n'est une théorie de rien.

Einstein, lui, vient de dire en essence : la relativité générale – qui ne concerne pourtant que la gravitation – est une explication physique, donc « réelle », de la façon dont l'Univers fonctionne. N'a-t-elle pas permis de prédire ou d'expliquer des effets réels? – la déviation des rayons lumineux au passage près du Soleil et l'avance anormale du périhélie de Mercure notamment? (Noublions pas que la théorie axiomatique d'Hilbert prévoit aussi ces effets puisqu'elle établit l'équation tensorielle qui permet de les calculer... !) Le processus de retournement de la situation en faveur de l'« esprit physique » commence.

Einstein écrit à Michele Besso : « Je t'ai expédié aujourd'hui les travaux. Les rêves les plus audacieux sont devenus maintenant réalité. Covariance *générale.* Mouvement du périhélie de Mercure, une précision splendide. Cette dernière est parfaitement assurée du point de vue astronomique [...]. Cette fois, la vérité se trouvait dans ce qui est le plus proche [21]... »

Pourtant, Paul Ehrenfest, lui, prend moins bien les choses. De Leyde, où il a succédé à Lorentz, il écrit à ce dernier qui, dans sa « retraite » d'Haarlem, n'en continue pas moins à faire des calculs, pour lui demander s'il est d'accord avec le fait que la « théorie du 25 novembre 1915 » signifie qu'Einstein a « abandonné ses preuves démontrant l'impossibilité de la covariance générale », ce qui lui paraît constituer une sorte de « trahison » de la pensée [22]. Lorentz lui répond qu'il a « félicité Einstein de ses brillants résultats [23] ». Ehrenfest rétorque le jour même, reprochant à Lorentz le fait que ses « félicitations ressemblent au signe secret qu'un franc-maçon utilise pour en saluer un autre [24] ».

Informé, Einstein écrit aussitôt à Lorentz pour s'expliquer : « La série de mes articles sur la gravitation forme assurément une chaîne de faux pas [*Irrwegen*] qui conduit néanmoins au bon résultat. Les équations de base sont correctes même si la dérivation que j'en ai donnée est atroce. Il va falloir remédier à cela [25]. »

Il lui demande s'il accepterait de se charger de cette tâche, observant : « Je le ferais bien moi-même, car tout est clair dans mon esprit. Mais la nature m'a malheureusement si peu doué de la capacité à m'exprimer clairement que... » Lorentz suggère à Ehrenfest que le geste paraîtrait « plus beau » à tout le monde si Einstein lui-même se chargeait d'expliquer sa théorie en termes simples « de façon à permettre aux physiciens peu familiers de ces choses d'en prendre connaissance [26] ». Einstein s'attelle aussitôt à la tâche [27].

Six mois plus tard, il parle d'Hilbert au fidèle Ehrenfest. Il lui dit : « Je n'aime pas sa théorie... Il présente les choses de façon trop compliquée... trop particulière... Sa théorie est peu honnête quant à sa structure – Il camoufle sa vision de l'*Übermensch* sous le couvert de méthodes artificielles [28] »... Et pourtant...

Et pourtant... il va bientôt reprendre les idées du grand mathématicien et se lancer lui-même dans la recherche de l'unification des lois de la nature... jusqu'à ses derniers jours.

Quant à Hilbert, le mathématicien, son nom n'apparaît pas dans les biographies classiques d'Einstein – autres que celle d'Abraham Pais. Ni Philipp Frank ni Jacques Merleau-Ponty ne le citent; Denis Brian n'a lui non plus jamais entendu parler d'Hilbert. Il se contente de citer l'opinion de Banesh Hoffmann, assistant d'Einstein aux États-Unis, qui constate :

« Il est stupéfiant que ses principes aient conduit Einstein à ces équations exceptionnelles, à la fois si complexes et si simples », déclaration à laquelle il ajoute ce compliment qui aurait sans doute fait plaisir à Hilbert, s'il lui avait été adressé : « La puissance et le naturel parfait de leur forme autant que de leur contenu leur confèrent une indescriptible beauté [29]. »

Einstein lui-même a dit : « Si vous saviez toutes les difficultés que j'ai eues en mathématiques [30] ! »

Notons aussi l'opinion exprimée par le seul témoin direct de la grande aventure, Max Born. Présent aux côtés d'Einstein à Berlin en 1915, il raconte :

« J'ai eu en 1915 à Berlin avec Einstein de nombreuses discussions pendant qu'il effectuait ces calculs – ce qui a eu pour résultat de me convaincre de ne jamais m'aventurer dans ce type de recherches. Les fondements de la relativité générale m'ont apparu alors, et m'apparaissent toujours, comme la plus grande réussite de la pensée humaine concernant la nature – combinaison étonnante de pénétration philosophique, d'intuition physique et de talent mathématique mais dont les connexions avec les données de l'expérience sont ténues : en un mot, une magnifique œuvre d'art qui demande à être contemplée et admirée… de loin [31]. »

Venant de l'ancien assistant personnel d'Hilbert à Göttingen, ces remarques illustrent mieux que tout la difficulté, si l'on veut être compris et apprécié, qu'il y a à n'être… qu'un simple mathématicien !

Notes

1. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 143.
2. Klein F., *Göttinger Nachrichten*, 1917, p. 469.
3. Selon A. Dick, cité dans Pais A., *Subtle is the Lord…, op. cit.*, p. 276. Einstein dira d'elle après sa mort prématurée aux États-Unis en 1935 qu'elle avait été « la plus grande mathématicienne de l'Histoire ».
4. Klein F., *Niedersächsische Staats-und Landesbibliotek Göttingen*, Cod. ms. 21L, p. 63.
5. Frank P., *Einstein, op. cit.*, p. 305.
6. Jakob Grommer, mathématicien virtuose, s'était formé tout seul à Göttingen (il parlait à peine l'allemand à cette époque) sous le regard bienveillant d'Hilbert qui lui avait permis d'obtenir un doctorat alors qu'il n'avait même pas complété ses études secondaires. Fidèle assistant d'Einstein, il est longtemps resté dans son ombre. Einstein a dit de lui en 1925 : « Jakob Grommer m'a fidèlement assisté au cours des dernières années dans tous les calculs de la relativité générale. » Einstein A., *Sitzungsberichte*, Preussische Akademie der Wissenschaften, Vienne 1925, p. 419.
7. Einstein A., « Meine Meinung über den Krieg » (« Mon opinion sur la guerre »), in *Das Land Goethes 1914-1916. Ein vaterländisches Gedenkbuch. Herausgegeben vom Berliner Goethebund*, Berlin, Deutsche Verlags-Anstalt, 1916, p. 30.
8. Titre construit sur le modèle de celui de son premier grand traité, *Die Grundlagen der Geometrie*.
9. Rappelons qu'il s'agit strictement de théories de champs. Nous sommes encore loin des théories modernes de la physique des particules.
10. Hilbert D., *Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen*, 1915, p. 395. Selon certains, le manuscrit d'Hilbert envoyé à l'imprimeur ne comportait pas les fameuses équations covariantes de ce que nous appelons aujourd'hui « relativité générale ». Un examen attentif des documents fait pourtant apparaître qu'ils ont été mutilés – par une main inconnue – précisément à la page où lesdites équations auraient dû apparaître.
11. g est le *déterminant* de la métrique. Si elle avait quatre composantes seulement, il aurait pour valeur $g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$. Il se calcule de façon similaire pour une métrique à seize composantes comme celle de l'espace-temps.
12. $g_{ij} \to g_{ij} + \delta$, avec $\delta = 0$ aux frontières du domaine d'intégration. Le « principe variationnel » utilisé ici par Hilbert constitue l'un des outils que les mathématiciens depuis Lagrange aiment utiliser dans leurs calculs de physique. Son emploi, aux yeux de certains, était à éviter dans la mesure du possible.
13. Hilbert a utilisé le théorème sans le prouver dans son mémoire. Emmy Noether le prouvera dans toute sa plénitude deux ans plus tard (Noether E., *Göttinger Nachrichten*, 1918, p. 37, 235). Il est probable qu'elle en avait signalé l'existence à Hilbert pendant qu'il travaillait à ses calculs.
14. Hilbert fait allusion ici au mémoire de Riemann, *Gravitation und Licht, Gesammelte Mathematische Werke und Wissenschaftlicher Nachlass*, Leipzig, Teubner, 1876, p. 496.
15. Il souffrait de crampes d'estomac depuis plusieurs jours et avait dû s'aliter.

16. Pais A., *Subtle is the Lord…, op. cit.*, p. 253.
17. *Cf.* Annexe, p. 309.
18. Lettre d'Hilbert à Einstein, 19 novembre 1915, citée in A. Pais, *'Subtle is the Lord…', op. cit.*, p. 260.
19. Certains physiciens ont tenté de répondre à cette question – sans véritable succès. Voir notamment Norton J., « How Einstein Found His Field Equations », *Einstein Studies, op. cit.*, vol. I, p. 101-159. Einstein fait explicitement usage de la condition T = 0 dans son calcul de l'avance du périhélie de Mercure présenté à l'Académie de Prusse le 18.
20. Einstein A., *Sitzungsberichte*, Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften, Vienne, 25 novembre 1915, p. 844.
21. Carte postale d'Einstein à Michele Besso, 10 décembre 1915, *Correspondance, op. cit.*, doc. 12.1. Avant de s'engager à fond dans cette aventure, Einstein s'était assuré auprès de son ami Erwin Freundlich, astronome à l'observatoire de Postdam, qu'il tenait l'anomalie du mouvement de Mercure comme une réalité incontournable.
22. Lettre d'Ehrenfest adressée à Lorentz le 23 décembre 1915, un mois après la communication d'Einstein du 25 novembre.
23. Lettre de Lorentz à Ehrenfest, 10 janvier 1916.
24. Lettre d'Ehrenfest à Lorentz, 12 janvier 1916.
25. Lettre d'Einstein à Lorentz, 17 janvier 1916.
26. Lettre de Lorentz à Ehrenfest, 22 janvier 1916.
27. Cet effort résultera en la publication de son premier ouvrage destiné au « grand public », *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich* (« Sur la théorie de la relativité spéciale et de la relativité générale, un exposé pour le grand public »). Einstein aimait plaisanter sur ce titre paraît-il en jouant sur le mot *gemeinverständlich* qu'il suggérait de traduire par *gemeinunverständlich* – « incompréhensible » pour le grand public.
28. Lettre d'Einstein à Paul Ehrenfest, 24 mai 1916, citée dans Pais A., *Subtle is the Lord…, op. cit.*, p. 261. Il reproche notamment à Hilbert d'avoir voulu traiter à la fois de la gravitation et de l'électromagnétisme. L'emploi du mot *Übermensch* dans ce texte ne se réfère pas à une attitude raciste de la part d'Hilbert, mais à ce qu'Einstein percevait comme un sentiment de supériorité des mathématiciens de Göttingen à l'égard des physiciens. D'ailleurs, dans une lettre adressée à H. Weyl le 23 novembre 1916, il persiste en traitant d'« infantile » *(kindlich)* la méthode utilisée par Hilbert pour obtenir l'équation tensorielle. Amicale jusque-là, la correspondance d'Einstein avec Hilbert cesse soudainement le 20 novembre – jusqu'au 20 décembre, date à laquelle Einstein lui écrit : « Une certaine rancœur existe entre nous sur la cause de laquelle je ne m'étendrai pas… » (Cité dans Pais A., *ibid.* p. 261.)
29. Brian D., *Einstein, op. cit.*, p. 123.
30. Cité par F. Balibar dans *Einstein, la joie de la pensée, op. cit.*, p. 57 – remarquable petit livre dans lequel le nom d'Hilbert n'est cependant pas cité non plus !
31. Born M., « Physics and Relativity », *Helvetica Physica Acta*, vol. IV (supplément), *op. cit.*, 1956, p. 244.

La rançon de la gloire

L'armistice

Le clairon de l'armistice vient à peine de sonner, le 11 novembre 1918, que déjà s'amoncellent, à travers l'Europe, des nuages annonciateurs de graves événements. Le ministre britannique de la Guerre et de l'Air – Winston Churchill, déjà ! – s'inquiète des dangers que présente pour l'Europe cette jeune Union soviétique qui vient de se former. A Rome, Benito Mussolini – lui aussi, déjà ! – harangue les soldats de l'armée italienne. Et à Berlin... des étudiants arborant des brassards rouges séquestrent le recteur de l'université qui appelle Einstein à l'aide. Max Born, pour se rendre chez Einstein, traverse des rues pleines de jeunes gens à l'air farouche, porteurs de cocardes d'un rouge sang et aux cordes vocales soumises à rude effort. On considérait en général, nous dit Born, qu'Einstein était de gauche, « si ce n'était rouge »...

Einstein obtient la libération du prisonnier et rentre chez lui « gonflé du sentiment d'avoir participé à un événement historique et espérant que c'était la fin de l'arrogance prussienne, des Junkers, de l'aristocratie toute-puissante, des cliques de fonctionnaires et de l'omnipotence de l'armée [1] ».

A Cambridge, l'astronome Arthur Stanley Eddington est en proie à une agitation extrême. Ce quaker, objecteur de conscience, suit depuis plusieurs années avec la plus grande attention les travaux d'Einstein à Berlin par l'intermédiaire de son collègue hollandais, l'astronome Willem De Sitter. Alors que la menace d'une nouvelle guerre en Europe se précise, il se lance dans une idée qui l'exalte et dont le but est de propulser Einstein sur la scène mondiale afin de promouvoir la cause de la paix et de la réconciliation des peuples. Il persuade son collègue Andrew Crommelin, astronome de l'observatoire de Greenwich, de se joindre à lui dans une double expédition au Brésil et au large des côtes de l'Afrique pour y observer l'éclipse du Soleil annoncée par sir Frank Watson Dyson, l'astronome royal, pour le 29 mai 1919. Il lui explique que cela pourrait permettre de vérifier une prédiction d'Einstein et d'en faire état aux yeux du monde.

Le jour dit, Crommelin est en place à Sobral au Brésil tandis que sir Arthur et son équipe sont en poste sur l'île du Prince, possession portugaise dans le golfe de Guinée en Afrique occidentale.

Sir Arthur a laissé un récit « dramatique » de l'expédition : « Tout était en place. Un métronome s'apprêtait à marquer les trois cent deux secondes de l'éclipse totale... Quand la phase totale commença, le disque sombre de la Lune fut visible à travers un nuage. Seize photographies furent obtenues, de deux à vingt secondes d'exposition. Les premiers clichés ne montraient pas d'étoiles; mais le nuage s'éclaircit un peu vers la fin... Nous pûmes en avoir un où se voyait nettement l'image de cinq étoiles [les Hyades de la constellation du Taureau] qui convenaient bien à la détermination requise [2]. »

De retour en Grande-Bretagne, les astronomes étudient leurs clichés. Les résultats, ambigus, indiquent une déviation des rayons lumineux allant de 0,87 secondes d'arc... au double. Balthasar Van Der Pol, jeune astronome hollandais, rapporte avec lui les résultats à Leyde et les communique à De Sitter, qui en réfère à Lorentz. Ce dernier envoie, le 22 septembre, un télégramme à Einstein : « Eddington trouvé déflexions étoiles autour Soleil. Mesures préliminaires entre 0,9 et double [3]. »

Einstein est épaté : ces chiffres pourraient concorder avec ceux de ses calculs ! Il envoie aussitôt une carte postale à sa mère : *Bonnes nouvelles aujourd'hui. H. A. Lorentz m'a télégraphié que l'expédition anglaise a vérifié la courbure de la lumière par le Soleil.* [...] *Lettre plus détaillée la prochaine fois* [4].

La déviation calculée par Einstein en 1915 était de 1,74". La valeur mesurée à Sobral est de 1,98" avec une erreur estimée à 0,30" environ dans un sens ou dans l'autre; celle mesurée par Eddington à l'île du Prince est de 1,61" avec une erreur également de l'ordre de 0,30" environ. Dans d'autres circonstances, l'accord avec la valeur calculée aurait été jugé « satisfaisant », certainement pas « concluant ». Mais les circonstances sont particulières. Le 22 octobre, le psychologue Carl Stumpf, membre de l'Académie de Prusse, félicite son collègue Einstein : « De tout notre cœur, nous partageons le bonheur qui doit être le vôtre et nous sommes fiers de ce que, après la défaite militaire de l'Allemagne, la science allemande ait pu obtenir une telle victoire [5]. » Einstein lui répond : « Je viens d'apprendre que la confirmation obtenue par Eddington est également un accord quantitatif total [6]. »

Dans un effort concerté pour tenter de sauver la paix en Europe, plus menacée que jamais, le président de la Royal Society et celui de la Royal Astronomical Society de Londres s'entendent pour introniser officiellement le « nouveau prophète » de la nouvelle conception du monde. L'occasion est empreinte de solennité, comme seuls les Britanniques – quand ils s'y mettent – savent le faire.

Einstein intronisé

Le 6 novembre 1919, le président en exercice de la Royal Society, sir Joseph John Thomson, convoque la réunion solennelle. Les personnages principaux y sont sir Joseph, l'astronome royal d'Angleterre, Frank Dyson et les deux responsables de la mesure de la déviation des rayons lumineux, Eddington et Crommelin. L'astronome royal prend la parole en premier : « L'étude minutieuse des plaques photographiques m'a convaincu qu'elles confirment la prédiction d'Einstein. Un résultat précis a été obtenu : la lumière est déviée en accord avec la loi de la gravitation d'Einstein. »

Crommelin apporte des détails, puis Eddington affirme : « La théorie d'Einstein permet d'expliquer le phénomène du déplacement du périhélie de la planète Mercure, tout autant qu'elle rend compte de la déviation de la lumière de 1,98″ ± 0,30″ observée à Sobral et de celle de 1,61″ ± 0,30″ observée à l'île du Prince. »

Le Polonais Ludwick Silberstein (1872-1948) se lève et s'insurge : « Il n'est pas scientifique d'affirmer que la déviation, dont j'admets la réalité, est ou n'est pas d'origine gravitationnelle. »

Et, montrant du doigt le portrait de Newton qui, dans le grand hall de la Royal Society, domine la scène, il ajoute avec force : « Nous devons à ce grand homme d'exercer le plus grand soin avant de modifier ou même simplement de retoucher la Loi de la gravitation universelle. »

Tous se tournent vers sir Joseph, qui, pétitionné *instanter, instantius, instantissime*, prononce la sentence : « Cela constitue le résultat le plus important obtenu dans le domaine de la théorie de la gravitation depuis l'époque de Newton. Il est approprié que cette découverte soit annoncée à l'occasion d'une réunion de la Society qui lui est si étroitement attachée. [...] Ce résultat est une des plus grandes réussites de la pensée humaine... »

Le *London Times* du lendemain donne en première page les nouvelles politiques du jour : *Armistice and treaty terms / Germans summoned to Paris / Devastated France / Reconstruction progress / War crimes against Serbia*. La sixième colonne de la page douze a pour titre : « Révolution scientifique / Une nouvelle théorie de l'Univers / Les idées de Newton remplacées. »

Au milieu de la colonne, un sous-titre, « L'espace "déformé" », annonce laconiquement : « La question peut être énoncée en termes généraux de la façon suivante : les principes de Newton supposent que l'espace est invariable, en sorte que, par exemple, la somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°. Mais ces principes reposent en réalité sur l'observation que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° et qu'un cercle est vraiment rond. Mais certains faits physiques semblent remettre en question l'universalité de ces observations et suggèrent que l'espace pourrait acquérir une certaine déformation [*twist*] ou courbure [*wrap*]... », avant de conclure prudemment : « Les prédictions ont été vérifiées pour deux ou trois cas mais la question reste ouverte de savoir si ces vérifications prouvent la théorie de laquelle elles ont été tirées. »

Le *Times* reprend le même thème dès le lendemain et déclare l'avènement d'une « révolution scientifique », en « personnalise » les termes en écrivant « Einstein contre Newton » et ouvre le débat en demandant les « opinions de physiciens éminents ». Il invite Einstein à s'exprimer dans ses pages.

Dans l'intérêt de la paix, Einstein décide de jouer le jeu.

A Göttingen, au même moment, Emmy Noether est elle aussi « intronisée » : nommée *Privatdozent*, elle va – enfin ! – pouvoir gagner quatre sous en donnant, à l'université, des leçons de rattrapage à quelques étudiants en mathématiques.

Pas question pour autant d'être élue à la Société royale des sciences de Göttingen : jusque-là, aucune femme n'y a jamais été admise... Commentant cette défaillance, Hilbert remarque lors d'une réunion : « *Ja*, combien de personnalités éminentes avons-nous accueillies à la Société au cours des dernières années ? » Après un regard circulaire sur l'ensemble de ses collègues, il ajoute : « Zéro ! Tout simplement zéro[7] ! »

À la recherche du champ unifié

Les années passent.

1924. Hilbert rédige son dernier grand mémoire de physique mathématique qu'il a, comme celui de 1915, intitulé *Die Grundlagen der Physik*[8]. Il y résume les résultats obtenus en 1915 et apporte quelques précisions nouvelles, mentionnant notamment – explicitement – la contribution essentielle d'Emmy Noether à la grande synthèse de 1915[9].

1925. A Göttingen, Hilbert a abandonné la physique mathématique, désormais confiée à Max Born. Celui-ci, nommé directeur de l'Institut de physique, y est entouré d'une pléiade de jeunes chercheurs destinés à laisser leurs noms dans l'Histoire : Werner Karl Heisenberg (Nobel 1932), Paul Dirac (Nobel 1933), Wolfgang Pauli (Nobel 1945) et autres Robert Oppenheimer, futur directeur scientifique du projet Manhattan à Los Alamos en 1945... Pauli, le plus âgé, a tout juste vingt-cinq ans ! Ces quatre et quelques autres dans leur sillage vont pourtant devenir, en l'espace d'une vingtaine de mois bien remplis, les pères fondateurs d'une nouvelle *Neue Mechanik* – la mécanique quantique[10].

A Berlin, Einstein se tient jalousement à l'écart de cette grande entreprise, qui, selon lui, est nécessairement vouée à l'échec (« Dieu ne joue pas aux dés. ») Il s'est donné la mission – plus prometteuse à ses yeux – d'unifier la gravitation et l'électromagnétisme selon une procédure autre que celle utilisée par Hilbert lors de l'édification des fondements de la physique – théorie qu'il continue de juger « peu honnête quant à sa structure[11] ». Comme pour l'axiomatique du temps local, c'est sur des fondements « avérés » – et non axiomatiques – qu'il veut bâtir la nouvelle « théorie du champ unifié » destinée à remplacer celle d'Hilbert.

Au début de l'été, enthousiaste, il annonce : « A la suite d'une recherche intensive au cours des deux dernières années, je pense être parvenu à la vraie solution de ce problème[12]. » La *vraie solution....*

Mais, retombant dans ses travers de 1915 – qui lui avaient fait dire de lui-même avec humour en 1915 : *Es ist bequem mit der Einstein*[13]... (« Cet Einstein s'en tire facilement : il retouche chaque année ce qu'il avait écrit l'année précédente. ») – il déchante rapidement. Il écrit à Ehrenfest le 18 août : « Ma nouvelle théorie est belle mais elle est douteuse [équivoque][14]. »

Il envisage l'année suivante un espace-temps à cinq dimensions – qu'il abandonne deux ans plus tard [15] – avant d'introduire, en 1928, le concept de « parallélisme à distance »...

Pour décrire le champ gravitationnel et le champ électromagnétique, Hilbert s'était servi, dans ses *Fondements de la physique*, de dix variables indépendantes. Dans sa nouvelle formulation, Einstein utilise un champ unifié comportant... quatre-vingts composantes indépendantes ! Est-ce encore de la physique ? Avec l'utilisation de techniques de plus en plus « mathématiques », nous entrons dans un domaine à nouveau ubuesque : le but semble être désormais d'obliger l'espace-temps à rendre compte, coûte que coûte, par ses déformations, de tous les phénomènes de la nature.

Le 4 novembre 1928, le *New York Times* annonce : *Einstein on Verge of Great Discovery; resents Intrusion* (« Einstein à la veille d'une grande découverte, ne veut pas être dérangé »). La nouvelle se répand ; Einstein tente en vain de se défendre. Et un journaliste d'affirmer : « La longueur du nouveau mémoire d'Einstein – six pages, écrites au rythme d'une page par an ! – est prodigieuse si l'on songe que la présentation initiale de la théorie de la relativité [le 25 novembre 1915] ne comportait que trois pages. »

Selfridges, grand magasin londonien, affiche les six pages côte à côte sur sa devanture.

En décembre 1932, Einstein s'apprête à quitter l'Allemagne pour un séjour en Amérique. Au moment du départ, il prend sa femme par le bras : « Tourne-toi, Elsa. Tu ne reverras jamais cette maison. »

De sa cabine à bord du paquebot *San Francisco*, il rédige une carte qu'il compte adresser au mathématicien Élie Cartan, l'un des successeurs de Poincaré à la Sorbonne : « Pour ma part, j'ai définitivement abandonné le parallélisme à distance. Je suis convaincu que cette structure n'a absolument rien à voir avec le véritable caractère de l'espace. Avec mon assistant, le Dr Mayer, j'étudie une autre théorie, basée celle-ci sur des vecteurs pentadimensionnels dans un espace quadridimensionnel. J'ai bon espoir que cette théorie est proche de la structure de l'espace physique sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir une interprétation statistique ; il m'est impossible d'admettre ce dogme de la nouvelle génération de physiciens [...]. »

Ce « dogme » constitue ce que nous appelons aujourd'hui la mécanique quantique...

Einstein, son épouse, Walther Mayer et leur « cuisinière-secrétaire-infirmière », Helen Dukas, débarquent à New York sous la pluie le 17 octobre 1933. Venu l'accueillir pour l'escorter à son hôtel, John O'Brien, maire de New York, en est pour ses frais : Einstein est introuvable. Son ami Abraham Flexner vient de l'emmener en vedette au New Jersey sur l'autre rive de l'East River.

On montre à Einstein son nouveau bureau à l'Institute for Advanced Studies de Princeton. Il réclame aussitôt une corbeille à papier, « pour pouvoir y jeter toutes mes bêtises », explique-t-il.

Un an plus tard, les mathématiciens de Göttingen se dispersent à travers le monde. Richard Courant s'installe à La Rochelle, près de New York ; Emmy Noether trouve abri au collège de Bryn Mawr près de Princeton ; son frère Fritz s'exile à Tomsk en Sibérie, Max Born se réfugie en Écosse.

Seul

En 1935, Emmy Noether meurt des suites d'une opération chirurgicale [16]. L'année suivante, c'est au tour de Marcel Grossmann le 7 septembre, puis d'Elsa Einstein le 20 décembre.

Einstein est désormais seul. Livré à lui-même, isolé dans son « château de cartes » de Princeton, il est « condamné » à poursuivre ses recherches dans le seul domaine qui lui soit encore accessible : la théorie du champ unifié. Il lui reste heureusement ses assistants. Il en gardera au moins un, continuellement à ses côtés, jusqu'à son dernier jour [17].

A Göttingen, le 23 janvier 1942, Hilbert célèbre son quatre-vingtième anniversaire. Quelques jours plus tard, l'académie de Berlin lui décerne un « prix spécial ». Ce même jour, coïncidence, il fait une chute. Il meurt des complications qui s'ensuivent un an plus tard.

Douze personnes assistent aux funérailles. Arnold Sommerfeld, prononçant l'éloge funèbre, s'interroge à voix haute : « Quelle a été la plus grande contribution d'Hilbert à la science? — Les invariants? — La théorie des nombres, son sujet de prédilection? — Les axiomes de la géométrie? — Les équations intégrales? »

Il ne lui vient pas à l'esprit de mentionner les *Fondements de la physique*, pourtant l'une de ses plus séduisantes réussites.

Le testament d'Einstein

A Princeton en 1947, Ernst Gabor Straus quitte le service d'Einstein pour prendre un poste professoral. Einstein engage le jeune mathématicien hongrois John Kemeny pour le remplacer. Un an plus tard, Kemeny a terminé les calculs qu'Einstein lui a demandé de mener à bien. Il s'agit maintenant de les utiliser, mais Kemeny ne se sent pas à la hauteur de la tâche. Il suggère à Einstein d'engager un spécialiste. Einstein déniche bientôt l'oiseau rare : c'est une jeune femme! Elle s'appelle Bruria Kaufman, elle a vingt-deux ans et a obtenu son doctorat ès sciences mathématiques à l'université Columbia à l'âge de dix-neuf ans. Une nouvelle Emmy Noether!

Les années passent.

En 1953, le physicien britannique Sir Edmund Taylor Whittaker (1873-1956), membre de la Royal Society de Londres et collègue à l'université de Edinburgh de Max Born, ami d'Einstein, décide de publier le second volume de son Traité *History of the Theories of Aether and Electricity*, dont le premier tome, paru en 1910, avait remporté un certain succès[18]. Max Born tente – en vain – de dissuader son collègue d'inclure dans ce second tome des propos critiques à l'égard d'Einstein. Whittaker passe outre; le tome II sort en librairie contenant les propos incriminés – qui provoquent aussitôt des remous dans le petit monde de la physique. Sir Whittaker affirme en effet qu'Einstein, en 1905, « a propulsé la Relativité de Lorentz et de Poincaré avec quelques adjonctions qui lui ont attiré beaucoup d'attention » – sujet tabou entre tous parmi les physiciens.

Mis au courant, Einstein fulmine. Il écrit à Max Born en octobre : « Je ne crois pas qu'il me faille défendre comme étant ma propriété les quelques résultats que j'ai obtenus, comme le ferait un vieux mendiant défendant quelques pièces de monnaie qu'il a ramassées... » Il ajoute cependant cette pensée toute spinoziste : « Je ne lui en veux pas... Après tout, je ne suis pas obligé de le lire [19]. »

En réalité, il est atteint au plus profond de lui-même. Quelques jours plus tard, ses admirateurs l'ayant informé qu'ils projettent d'organise à Berne en 1955 une célébration du cinquantenaire de la relativité, il leur répond que sa santé ne lui permettra pas d'effectuer le déplacement. Malicieux – et vindicatif –, il ajoute : *Hoffentlich wird dafür gesorgt dasz die Verdienste von H. A. Lorentz und H. Poincaré...* (« J'espère que quelqu'un saisira cette occasion pour honorer comme il convient les mérites de Lorentz et de Poincaré à cet égard. [20] »)

Le 12 avril 1955, comme chaque jour, Bruria Kaufman se présente au bureau qu'Einstein occupe, Room 115 à Fuld Hall, à l'Institute for Advanced Studies. Elle voit son patron grimacer soudain de douleur. La crise passée, il lui dit : « Tout va bien, mais je ne vais pas bien. » Chez lui, le lendemain matin, Einstein reçoit l'ambassadeur d'Israël, Abba Eban. Dans l'après-midi, il se lève de son lit et s'effondre. Transporté à l'hôpital, il y subit une rupture d'anévrisme qui l'emporte au milieu de la nuit, le 18. Son ami, le docteur Nathan, organise la dispersion de ses cendres dans le fleuve Delaware, le lendemain.

À Berne, trois mois plus tard, la célébration du cinquantième anniversaire de la découverte de la relativité réunit quatre-vingt-neuf participants venus de vingt-deux pays [21]. Conformément au vœu exprimé par Einstein, Wolfgang Pauli, qui préside la conférence, charge Max Born, ami d'Einstein de longue date, d'honorer les contributions de Lorentz et de Poincaré.

Born s'acquitte péniblement de la tâche. Il déclare petitement : « Le raisonnement qu'a utilisé Poincaré est exactement le même que celui qu'Einstein avait introduit dans son premier article de 1905... », posant cependant la question : « Cela veut-il dire que Poincaré savait tout cela avant Einstein ? Il est possible que...[22] »

Il est même certain que...

Notes

1. Born M., *My Life*, New York, Scribner's, 1978, p. 185.
2. Eddington A., cité dans Frank P., *Einstein, op. cit.*, p. 215.
3. Télégramme de Lorentz à Einstein, reproduit en fac-similé dans Sugimoto K., *Einstein*, Paris, Belin, 1990, p. 56.
4. Carte d'Einstein à sa mère, *ibid.*, p. 57.
5. Lettre de Carl Stumpf à Einstein, 22 octobre 1919, cité dans Pais A., *Subtle is the Lord..., op. cit.*, p. 306.
6. Lettre d'Einstein à Carl Stumpf, 3 novembre 1919, *ibid.*, p. 306.
7. Reid C., *Hilbert, op. cit.*, p. 166. Emmy Noether échappa au moins au sort que connut, quinze siècles plus tôt, son illustre prédécesseur, la mathématicienne Hypatie (v. 370-415) fille de Théon d'Alexandrie. Cette commentatrice émérite des *Arithmétiques* de Diophante, réputée posséder toutes les connaissances mathématiques et philosophiques de son temps, fut tout simplement assassinée par un groupe de fanatiques aux ides de mars, en 415 ap. J.-C. Seule la Russe Sofia Kovalevskaïa (1850-1891) – morte jeune elle aussi –, et peut-être lady Lovelace, fille de lord Byron, sauront susciter pareil engouement. Il est difficile de dire ce qu'il serait advenu de Mileva Maric si, après avoir épousé Einstein, elle avait poursuivi sa carrière de mathématicienne surdouée...
8. Hilbert D., *Math. Ann.*, vol. 92, 1924, p. 1.
9. Il est malheureusement difficile d'exprimer en peu de mots en quoi consiste cette contribution. Elle est suffisamment significative pour qu'Hilbert ait dû faire appel à la jeune mathématicienne pour la lui communiquer.
10. Déclenchée par la publication des premiers travaux de Louis de Broglie en 1923 rappelons-le (L. de Broglie, *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, v. 177, 1923, p. 507, 548) et la publication de sa thèse de doctorat en 1924.
11. Voir p. 279 le sous-titre « L'esprit physique reprend ses droits ».
12. Einstein A., *Sitzungsberichte*, Preussiche Akademie der Wissenschaften, 1925,

p. 414.
13. Lettre d'Einstein à Paul Ehrenfest, 26 décembre 1915.
14. Lettre d'Einstein à Paul Ehrenfest, 18 août 1925.
15. Après s'être écrié : « Bienvenue à la cinquième dimension ! » Lettre d'Einstein à Paul Ehrenfest, 21 janvier 1928.
16. Publié en 1918, le « théorème de Noether » est considéré aujourd'hui comme une donnée fondamentale de la physique théorique. La reformulation de la relativité généralisée, basée sur ce théorème, est devenue le standard enseigné dans les universités.
17. Parmi les assistants d'Einstein, mention particulière à Walther Mayer (1887-1948. Né à Graz en Autriche, auteur d'un livre remarqué sur la géométrie différentielle, il accompagna Einstein lorsque celui-ci partit s'installer aux États-Unis, et resta avec lui juqu'en 1934, donnant le *la* à ceux qui lui succédèrent.
18. Whittaker, sir E., *History of the Theories of Aether and Electricity*, Longman, Green, Londres, 1910 ; vol. 2, Nelson & Sons, New York, 1953.
19. Lettre d'Einstein à Max Born, 12 octobre 1953, *The Born-Einstein Letters*, Walker and Co., 1971, p. 199.
20. Lettre d'Einstein au professeur de physique théorique André Mercier de l'université de Berne, 9 novembre 1953, cité par Païs dans *Subtle is the Lord…*, *op. cit.*, p. 171.
21. À cette conférence, Bruria Kaufman présenta les derniers travaux qu'Einstein avait effectués avec elle à Princeton. Peu de temps après, elle partit vivre dans un kibboutz en Israël.
22. Born M., *Helvetica Physica Acta*, Suppl. IV, Berchauser Verlag Basel, 1956, p. 23. Born n'avait visiblement pas lu le Mémoire de Palerme, mais il avait lu le texte de la conférence prononcée à Göttingen (en français) par Poincaré en 1911, quelques mois avant sa mort. « La chose étrange, constate Born (à juste titre), est que cette conférence vous donnait l'impression que Poincaré citait le travail de Lorentz. » « Or, constate-t-il en outre (également à juste titre), Lorentz n'a jamais revendiqué le principe de relativité. » Il ajoute : « Je vous ai donné ces détails parce qu'ils éclairent la scène scientifique d'il y a cinquante ans [nous sommes en 1955 au moment où il prononce ces paroles], et non parce que je crois que la question de priorité soit de grande importance. »

Annexes

Einstein et le « principe de Mach »

Ce court essai est une tentative d'élucidation du malentendu, nuisible à l'histoire de la question, qui a accompagné la formulation par Einstein en 1913 de son « hypothèse de la relativité de l'inertie » rebaptisée par lui – deux ans après la mort de Mach à Haar près de Munich le 19 février 1916 – *Mach'schen Prinzip* – principe de Mach.

A Vienne, le 23 septembre 1913, Einstein énonce l'idée suivante : « On peut s'attendre *a priori*, même si cela n'est pas logiquement absolument nécessaire, à ce que l'inertie ne soit autre chose que la résistance d'un corps par rapport à tous les autres corps [de l'Univers]. Il est bien connu que ce point de vue a été défendu pour la première fois avec rigueur et lucidité par E. Mach dans son histoire de la mécanique [1]. »

La question se pose de savoir si cet énoncé est une extrapolation justifiée du texte suivant qu'Einstein a pu lire dans *Die Mechanik* :

« Nous disons qu'un corps K ne peut changer sa direction et sa vitesse que sous l'influence d'un autre corps K'. Or il nous serait impossible d'arriver à cette idée, si d'autres corps A, B, C,... n'étaient présents qui nous permettent de juger du mouvement de K. Nous reconnaissons donc uniquement une relation du corps K aux corps A, B, C,... [...] Mais nous pouvons disposer d'un nombre suffisant de corps relativement fixes les uns par rapport aux autres ou dont les positions ne changent tout au moins que très lentement ; nous ne sommes donc restreints à aucun corps déterminé comme point de repère et nous pouvons faire abstraction tantôt de l'un, tantôt de l'autre. C'est ce qui a donné naissance à l'idée que ces corps sont somme toute indifférents. [...] En considérant qu'il est impossible de faire disparaître les corps isolés A, B, C,... et par conséquent de discerner si leur rôle est essentiel ou accessoire [...] on comprendra qu'il est avantageux de considérer en attendant tous les mouvements comme déterminés par ces corps [2]. »

Si l'on substitue le mot « masse » au mot « mouvement » dans la dernière phrase de cet énoncé, on obtient un équivalent de l'énoncé d'Einstein : « ... il est avantageux de considérer toutes les masses comme déterminées par les autres masses de l'Univers. » Cette substitution est-elle légitime ? Telle est la question.

Pour tenter d'y répondre, examinons de plus près ce que le mot « inertie » signifie pour Mach. Lorsqu'un rayon lumineux entre dans l'eau contenue dans un vase, il subit la réfraction. C'est un phénomène de la nature dont la loi a été élucidée par Descartes : « Cette inclinaison se doit mesurer par la quantité des lignes droites [les sinus] comparées les unes aux autres; non par celles des angles [...] qu'on nomme les angles de Réfraction [3]. »

De la même façon, l'inertie est un phénomène de la nature qui a été « aperçu [4] » pour la première fois par Galilée en même temps qu'il en découvrait la loi : « Le degré de vitesse acquis à un mobile lui est, par sa nature, immuablement imprimé, pour autant que les causes extérieures d'accélération [*externae causae accelerationis*] ou de ralentissement soient supprimées [...] [5]. »

S'intéressant à la loi de l'inertie, Mach pose la question – essentielle à ses yeux – de savoir dans quel cadre il convient de l'énoncer. Constatant que « la vitesse et la direction qui interviennent dans la loi de l'inertie n'ont aucune signification compréhensible lorsque la loi est rapportée à l'"espace absolu" » il propose de rapporter cette loi « en toute simplicité à la Terre, et, pour des mouvements de plus grande extension dans l'espace et le temps, au ciel des étoiles fixes [6] ».

Dans *Die Mechanik*, Mach emploie vingt-cinq fois l'expression « loi de l'inertie », jamais celle de l'inertie en soi dans le sens où Einstein entend ce mot. Là également, il n'y a pas d'ambiguïté : Einstein parle fréquemment et ouvertement dans ses écrits de l'« inertie » d'un corps qu'il appelle également sa « masse inerte ». Il écrit par exemple : « A la surface de la Terre, un corps ressent deux forces qui agissent sur lui dans deux directions généralement différentes : l'une, la force de gravitation proprement dite, dépend de la masse gravitationnelle, l'autre, la force centrifuge, dépend de la masse inerte [7]. »

Alors que, pour Mach, il existe seulement un *phénomène* obéissant à une *loi* – la loi de l'inertie –, pour Einstein, tout au contraire, il existe une *réalité physique* : l'inertie ou masse inerte – dont il s'agit de découvrir l'origine. Le désaccord ontique [8] avec Mach paraît être total. Je tenterai néanmoins une explication possible de l'origine du malentendu.

A la toute dernière page de *Die Mechanik*, Mach écrit : « On ne peut donner une définition rationnelle de la masse qu'après avoir reconnu cette propriété qu'ont les corps de déterminer réciproquement les uns sur les autres des accélérations, propriété qui a été énoncée deux fois par Galilée et Newton, une fois sous une forme générale, et une fois sous une forme particulière comme loi de l'inertie, et cette définition ne peut être que "dynamique [9]". »

J'ai souligné en le plaçant entre guillemets le mot qui dans cet énoncé a pu être le point de départ du cheminement de la pensée d'Einstein. Y aurait-il détecté un projet non réalisé de Mach : formuler une définition de la masse – et donc de l'inertie – fondée dans une théorie comprenant des théorèmes de dynamique... comme c'est le cas pour la relativité générale? [10]

La métamorphose est la suivante : pour Mach, il y a une loi de l'inertie – cas particulier d'une loi générale de la nature, qui n'a de sens que lorsqu'on la rapporte non à un « espace absolu », façon Newton, mais au « ciel des étoiles » de l'Univers. Einstein cherche à ajouter à cet énoncé une connotation dynamique : « Si l'inertie d'un corps peut augmenter en raison de la présence de masses dans son voisinage, alors nous n'avons pas d'autre choix que de concevoir l'inertie d'un point matériel comme étant causée par l'existence des autres masses. L'inertie semble donc être due à une sorte d'interaction entre le point matériel et tous les autres points matériels de l'Univers [11]. »

Notons au passage qu'en parlant d'une « sorte d'interaction » entre points matériels – autre que celle, reconnue, de la gravitation – Einstein réintroduit dans la théorie une notion quasi métaphysique d'« action occulte » que tous – et notamment Mach – pensaient avoir éliminée une fois pour toutes de la physique!

Les déconvenues d'Einstein avec le « projet » ainsi défini constituent un épisode difficile de désillusionnement progressif sur un sujet qui lui tenait profondément à cœur. Le fait d'avoir baptisé son projet « principe de Mach » n'a fait qu'ajouter à la confusion en créant l'impression que Mach, plutôt qu'Einstein, était responsable du désaveu final. En 1954, année de sa mort, Einstein finira par dire en effet : *Von dem Mach'schen Prinzip...* (« Une fois pour toutes... on ne devrait plus jamais parler du principe de Mach [12]. »)

On en parle encore – mais dans une perspective différente et qui fait intervenir la mécanique quantique [13].

Notes

1. Einstein A., « Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems », conférence au congrès de Vienne, 23 septembre 1913, *Physikalische Zeitschrift*, vol. XIV, 1913, p. 1249 (*The Collected Papers, op. cit.*, vol. IV, doc. 17).
2. Mach E., *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, op. cit.*, chap. II, § 6.
3. Descartes R., *La Dioptrique, Discours II*, Leyde, Jan Maire, 1637, p. 21.
4. Ce très joli mot est de Mach : « Galilée a "aperçu" la loi de l'inertie. En quoi consiste cette action d'"apercevoir" ? On regarde çà et là, et l'on voit soudainement une chose cherchée ou inattendue qui fixe l'intérêt. [...] Galilée comparait divers mouvements uniformément ralentis [en faisant rouler des boules sur un plan légèrement incliné] et il distingua tout à coup parmi eux un mouvement qui était uniforme, sans fin, si étrange qu'on l'aurait cru d'une tout autre espèce si on l'avait observé se produisant seul. Mais une minime variation de l'inclinaison le changeait en un mouvement uniformément ralenti et fini, tel que Galilée en avait vu souvent [...]. Ainsi fut acquise la conception abstraite d'un mouvement non influencé, indéfini et uniforme. » « Examen de quelques objections », in *Die Mechanik, op. cit.*, § 4.
5. Galilei G., *Discorsi e demostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica*, Leyde, 1638, Dialogo terzo.
6. Mach E., *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, op. cit.*
7. Einstein A., *The Collected Papers, op. cit.*, v. 4, doc. 13.
8. Ontique : se dit de toute connaissance qui se rapporte aux objets déterminés du monde.
9. Mach E., *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, op. cit.*
10. Le simple fait d'utiliser des équations différentielles pour décrire les phénomènes de la nature implique une définition de l'inertie. C'est ce que Poincaré – machien à sa façon ! – avait souligné en ces termes : « L'accélération d'un corps ne dépend que de la position de ce corps et des corps voisins et de leurs vitesses. Les mathématiciens diraient que les mouvements de toutes les molécules maté-

rielles de l'Univers dépendent d'équations différentielles du second ordre. » H. Poincaré, *La Science et l'Hypothèse, op. cit.*, p. 113. Einstein recherchait apparemment une définition plus « physique ».
11. Einstein A., *The Collected Papers, op. cit.*, v. 4, doc. 17, §9.
12. Lettre d'Einstein à Felix Pirani, 2 février 1954. La remarque était dirigée contre l'hypothèse de la relativité de l'inertie (principe de Mach, selon Einstein), non contre Mach lui-même qu'Einstein a considéré jusqu'à la fin de sa vie comme l'un des quatre grands physiciens – Newton, Lorentz, Planck et Mach – qu'il admirait le plus.
13. Dans *Histoire du principe de relativité* Marie-Antoinette Tonnelat donne du principe cet énoncé « moderne » : « Les propriétés inertiales locales d'un système sont déterminées par la distribution matérielle dans la totalité de l'espace. » (*op. cit.*, p. 513)

L'Univers d'Einstein

« Les questions sur l'immensurablement grand sont des questions inutiles pour l'explication de la nature. »
(Bernhardt Riemann - conférence lue le 10 juin 1854 devant la faculté philosophique de Göttingen)

La relativité générale ne nous apprend rien sur l'atome; plus, elle se trouve même en conflit avec la mécanique quantique en général, et avec l'électrodynamique quantique en particulier, disciplines sur lesquelles nos connaissances de l'atome et du monde subatomique des particules sont fondées aujourd'hui.

Einstein tourne donc ses espoirs vers l'infiniment grand dès 1916 dans la recherche d'une utilisation de la relativité générale susceptible de porter des fruits. Avec cette ambition, il construit un modèle de l'univers appelé depuis l'« Univers d'Einstein ».

Hélas, à peine le modèle esquissé, trois mathématiciens – les astronomes Willem De Sitter à Leyde, Arthur Stanley Eddington à Cambridge, et Alexandr Alexandrovich Friedmann en Russie – le prennent à parti sur l'une des idées qui lui tiennent le plus à cœur : l'utilisation du principe de Mach dans l'élaboration de son modèle. A l'occasion d'un chassé-croisé de correspondances rendues quelque peu aléatoires en raison de la guerre, ces trois le placent bel et bien au pied du mur.

L'espace-temps de Poincaré possède une métrique dont les composantes ($g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$, $g_{44} = -1$, $g_{ij} = 0$ pour i différent de j) sont les mêmes « partout ». L'espace-temps de la relativité générale est profondément différent. Sa métrique est déterminée par le champ gravitationnel présent dans l'espace – ce qui entraîne cette conséquence : pas de champ, pas de métrique.

Revenons sur le calcul du mouvement de Mercure. Si on le dépouille de toutes considérations secondaires, Einstein l'avait réalisé de la façon suivante. Imaginons un Univers qui serait « vide de tout ». Plaçons dans cet Univers un point matériel ayant une masse égale à celle du Soleil. Selon la relativité générale, ce point – cette « masse » – engendre un champ gravitationnel qui définit en même temps la métrique de l'espace-temps. La métrique ainsi définie doit donc « épouser » dans tous ses détails le comportement du champ – et en particulier « à l'infini ». Or, « à l'infini « - loin de toute masse – le champ s'annule progressivement. Il ne saurait en aucun cas devenir celui qui pourrait correspondre à la métrique de l'espace-temps de Poincaré.

Dès la seconde page du mémoire dans lequel il présente son calcul du mouvement de Mercure [1], Einstein énonce quatre conditions que les composantes du champ gravitationnel du Soleil qu'il s'efforce de calculer devront satisfaire selon lui. Les trois premières sont immédiatement acceptables : elles consistent à demander simplement que le champ recherché soit statique et le même dans toutes les directions. La quatrième est d'une tout autre nature; elle constitue ce que les mathématiciens appellent une « condition aux limites [2] ». Einstein l'énonce à la suite des trois premières – en quelques mots et sans s'y attarder – comme si elle s'imposait d'elle-même, elle aussi : « *Die* g_{ij} *besitzen im Unendlichen die in* (4a) *gegebenen Werte* (« A l'infini, les g_{ij} prennent les valeurs [...] $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$, $g_{44} = -1$ avec $g_{ij} = 0$ si i différent de j. »)

Avec cet énoncé, Einstein propose, de fait, d'admettre que loin du Soleil les composantes du champ sont celles de la métrique de l'espace-temps de Poincaré [3]. Ce choix de conditions aux limites est-il légitime? Il pose en tout cas un problème fondamental dont Einstein lui-même a rapidement pris conscience

Du point de vue mathématique, la difficulté tient en ceci. Les conditions aux limites sont des équations. Une fois énoncées, ces équations font partie intégrante de la théorie au même titre que l'équation principale. En toute rigueur, et si l'on veut avoir une théorie cohérente, elles doivent donc satisfaire aux mêmes postulats que l'équation principale

– et en particulier dans le cas qui nous occupe, à celui de la covariance générale. Or les conditions aux limites adoptées par Einstein ne satisfont pas à ce critère et sont donc incompatibles avec l'un des postulats fondamentaux de la théorie.

Avisé de ces difficultés dès 1917 par l'astronome hollandais Willem De Sitter, Einstein se pique au jeu[4]. Dans une dernière tentative pour sauvegarder « le principe de Mach », il propose de modifier les conditions aux limites – non pas dans son calcul du mouvement de Mercure, qu'il considère comme « acquis » ! – mais pour le « modèle de l'Univers » qu'il s'efforce de construire : il propose d'admettre que les composantes de la métrique s'annulent « à l'infini » – à l'exception de celles impliquant le temps [$g_{14} = g_{41}$, $g_{24} = g_{42}$, $g_{34} = g_{43}$, g_{44}] qui, elles, deviendraient infinies !

Or, non seulement cela ne préserve pas « le principe de Mach », mais cela revient en plus à supposer qu'à l'infini le temps est absolu , rétorque De Sitter.

Les spéculations concernant ces questions n'ont pas cessé depuis ces premières escarmouches et forment des volutes qui s'entremêlent... à l'infini. Nos doctes traités de physique présentent aujourd'hui les conditions aux limites du calcul d'Einstein sur l'avance du périhélie de Mercure sous le nom innocent d'« approximation newtonienne ». C'est camoufler le problème. Car il suffit de varier tant soit peu les conditions aux limites pour obtenir des résultats numériques différents de ceux obtenus en conclusion du calcul et qui, dans le calcul d'origine, concordent avec la formule de Gerber[5]. Il se pourrait bien que l'accord entre la relativité générale et la formule de Gerber n'ait été... qu'un mirage[6].

Einstein a tiré ses propres conclusions de tout cela. Nous les examinons dans l'annexe suivante.

Notes

1. Einstein A., « Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie », *Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, 1915, p. 831.
2. De façon générale, toute équation de la physique mathématique admet, *a priori*, un nombre infini de solutions. Pour résoudre un problème particulier, il faut donc se donner des « critères de sélection » permettant d'extraire, parmi toutes les solu-

tions possibles, celle ou celles qui s'appliquent au problème étudié. Supposons par exemple que nous voulions calculer les modes de vibration de la peau tendue d'un tambour. Parmi toutes les solutions possibles, nous sélectionnerons celles dont l'amplitude est nulle à chacun des points du pourtour de la membrane – là où, étant attachée à la caisse du tambour, la peau tendue ne peut, par conséquent, pas vibrer.

3. Einstein adopte la convention inverse de celle de Poincaré adoptée dans notre ouvrage : il prend $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$ et $g_{44} = 1$, ce qui ne change rien à la présentation.

4. Voir par exemple De Sitter W., conversation avec Einstein, 29 septembre 1916, rapportée dans De Sitter, *On the Relativity of Rotation in Einstein's Theory*, Koninklijke Akademie von Wetenschappen te Amsterdam, vol. XIX, 1916, p. 531. Le physicien et historien des sciences Pierre Kerszberg, de l'université de Sidney, a donné un récit détaillé des échanges entre Einstein et De Sitter concernant ces questions dans son essai *Einstein-De Sitter Controversy of 1916-1917, Einstein and the History of General Relativity*, Birkhäuser, Boston, 1989, p. 325. Pour rendre à César ce qui appartient à César, signalons que le physicien belge Théophile de Donder (1872-1957) (auteur notamment de *La Gravifique Einsteinienne*, Paris, Gauthier-Villars, 1921), isolé à Bruxelles occupée par les Allemands pendant la Grande Guerre, a fait le premier plusieurs des découvertes dont il est question ici. De Donder n'a malheureusement pu recueillir le fruit de ses travaux qu'après la conclusion des hostilités.

5. Dans *The Attraction of Gravitation*, Boston, Birkhäuser, 1993, John Earman et Michel Janssen, tous deux de l'université de Pittsburgh, exposent avec brio les détails du calcul de l'avance du périhélie de Mercure ; mais ils énoncent les conditions aux limites sans examiner leur validité. Ces considérations s'appliquent également au calcul de la déviation des rayons lumineux à leur passage près du Soleil ; ce calcul a en effet été effectué par Einstein dans le cadre de l'approximation newtonienne.

6. Einstein n'a pas toujours ignoré Poincaré. Pour empêcher son univers d'« imploser » sous l'action des forces gravitationnelles, il n'a pas hésité, par exemple, à faire appel à une notion que Poincaré – cherchant, lui, à empêcher l'électron de Lorentz d'« exploser » – avait exposée dans sa Note et son mémoire de 1905 en ces termes : « On obtient [...] une explication possible de la contraction de l'électron [de Lorentz] en supposant que l'électron, déformable et compressible, est soumis à une sorte de pression constante [interne] dont le travail est proportionnel aux variations de volume. » A quoi il avait même ajouté : « On est tenté de conclure qu'il y a quelques relations entre la cause qui engendre la gravitation et celle qui engendre ce potentiel supplémentaire. » Se faisant l'écho de cette idée en 1921, Einstein écrit : « La matière est composée de corpuscules électriques élémentaires. [...] Pour expliquer le fait qu'une particule puisse subsister malgré la répulsion qu'exercent les unes sur les autres ses parties chargées de même signe [...] Poincaré a supposé à l'intérieur de ces particules une sous-pression qui compenserait la répulsion électrostatique. Il n'est pas possible de soutenir que cette pression disparaît à l'extérieur des particules élémentaires. La solution de ce problème sera

plus satisfaisante si nous ajoutons dans notre exposé phénoménologique de la matière un terme représentant la pression. » [Quatrième conférence sur la relativité prononcée à Princeton en mai 1921.] L'introduction en 1917 de la « constante cosmologique » pour représenter cette « pression », puis son abandon par Einstein en 1931, a constitué le prélude à son abandon définitif du « principe de Mach » en 1954. Dans une lettre rédigée quelques mois avant sa mort – la dernière qu'il ait adressée à son vieil ami –, Einstein fait part à Michele Besso de ses ultimes tentatives pour surmonter les difficultés rencontrées dans l'édification de son modèle de l'Univers. Constatant qu'elles l'ont conduit à « assembler des expressions qui n'ont rien en commun sur le plan logique », il conclut sagement : « Je suis suffisamment croyant pour être convaincu que notre Univers n'est pas embroché de cette façon. » Lettre d'Einstein à Michele Besso, 10 août 1954, cité dans Speziali, P., *Correspondance avec Michele Besso*, Hermann, coll. « Savoir », Paris, 1979, doc. 210.

L'éther ressuscité

Dans l'introduction de son article de 1905 sur la relativité, Einstein avait inséré une petite phrase qui a beaucoup attiré l'attention depuis. Il affirmait :

« On verra que l'introduction d'un "éther luminifère" [dans notre théorie] devient superflue par le fait que notre conception ne fait aucun usage d'un "espace absolu au repos" doué de propriétés particulières, et ne fait pas correspondre à un point de l'espace vide, où ont lieu des processus électromagnétiques, un vecteur de vitesse. »

L'un de ceux à avoir immédiatement perçu les difficultés inhérentes a cet énoncé fut Abraham. Dans un article rédigé en 1914, il explique :

« De nombreux supporters de la théorie de la relativité ont déduit du premier postulat de cette théorie [le principe de relativité] qu'il permettait de se passer d'un milieu remplissant l'espace, un "éther". Et de fait, en raison de ce postulat un éther n'apparaît pas en mouvement rectiligne uniforme dans la théorie – mais... »

« Mais, comme Paul Ehrenfest l'a fort justement fait remarquer, le second postulat – celui de la constance de la vitesse de la lumière – n'est compréhensible qu'avec l'aide de la théorie des ondes électromagnétiques. Il met clairement en évidence le fait que la théorie de la relativité s'appuie sur la théorie du champ électromagnétique, ce que les inconditionnels de cette théorie n'aiment pas reconnaître[1]. »

Einstein lui-même finira par se rallier à cette façon de voir.

A l'occasion d'une étonnante conférence faite à l'université de Leyde le 5 mai 1920 – en présence de Lorentz! –, il ressuscite la possibilité de l'existence de l'éther :

« Selon la théorie de la relativité générale, un espace sans éther est inconcevable, car non seulement la propagation de la lumière y serait impossible, mais il n'y aurait même aucune possibilité d'existence pour les règles et les horloges, et par conséquent aussi pour les distances spatio-temporelles dans le sens de la physique. »

Et il conclut :

« En résumant, nous pouvons dire : d'après la théorie de la relativité générale, l'espace est doué de propriétés physiques; dans ce sens par conséquent un éther existe.

« Cet éther ne doit cependant pas être conçu comme étant doué de la propriété qui caractérise les milieux pondérables : [...] la notion de mouvement ne doit pas lui être appliquée [2]... »

Newton, en un mot, avait raison contre Descartes! l'espace absolu « existe »! Comme quoi... il ne faut vraiment pas « être plus royaliste que le roi »!

Notes

1. Abraham M., « Die neue Mechanik », *Scientia*, 1914, vol. XV, p. 8; « La nouvelle mécanique », *ibid.*, 1914, vol. XVI, p. 10.
2. Einstein A., « L'éther et la théorie de la relativité », conférence faite à l'université de Leyde le 5 mai 1920, réimpression J. Gabay, 1994; Einstein A., *Théorie de la relativité, op. cit.*

Le dernier théorème de Poincaré

La mort de Poincaré laisse un orphelin : son « *Dernier Théorème* », dont, de son propre aveu, il n'est pas parvenu à donner la preuve générale.

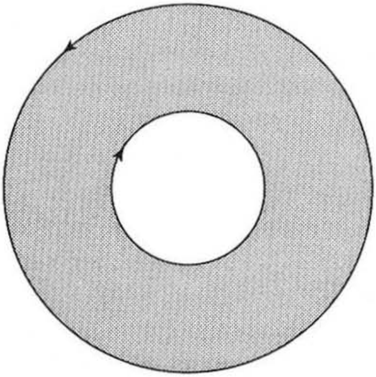
A Göttingen, assemblés dans la *Lesezimmer*, les jeunes mathématiciens se gaussent : un samedi après-midi, quand il pleuvra, l'un d'eux prendra le temps nécessaire pour prouver le théorème.

Chacun s'y essaye. En vain !

« J'ai démontré, nous dit Poincaré, l'existence des solutions périodiques du problème des trois corps ; le résultat laissait cependant encore à désirer ; car, si l'existence de chaque sorte de solution était établie pour les petites valeurs des masses, on ne voyait pas ce qui devait arriver pour des valeurs plus grandes [i. e. le Soleil, la Terre et la Lune]. En réfléchissant à cette question, je me suis assuré que la réponse devait dépendre de l'exactitude ou de la fausseté d'un certain théorème de géométrie dont l'énoncé est très simple [...]. J'ai donc été amené à rechercher si ce théorème est vrai ou faux, mais j'ai rencontré des difficultés auxquelles je ne m'attendais pas[1]. »

Voici, en quelques mots, ce dont il s'agit.

Considérons une couronne circulaire comprise entre deux circonférences, l'une extérieure, *a*, et l'autre intérieure, *b*. Poincaré étudie les transformations ponctuelles – chaque point devient un autre point, – qui conservent l'aire de la couronne et font correspondre à chaque point de la couronne un autre point de la couronne – en un mot les transformations qui transforment la couronne en elle-même mais avec une restriction : tout point situé sur l'une des deux circonférences doit se transformer en un point situé sur la même circonférence, « c'est-à-dire, explique Poin-



caré, que la transformation fait tourner sur elle-même chacune des circonférences, tous les points de chacune des circonférences avançant dans le même sens, quoique en général de quantités inégales, mais de façon que les rotations des deux circonférences se fassent en sens contraire »[2].

Il énonce alors son théorème : « Si ces deux conditions sont remplies, je dis qu'il existera toujours à l'intérieur de la couronne deux points qui ne seront pas altérés par la transformation. » Ces deux points resteront donc « en place ».

Le théorème est amusant – et surprenant – en lui-même, mais pourquoi a-t-il de l'importance? Parce que, nous dit Poincaré, « il peut être appliqué aux problèmes de dynamique où il y a deux degrés de liberté ». Il nous en donne deux exemples : celui « des lignes géodésiques d'une surface convexe » et celui « du cas particulier du problème des trois corps connu sous le nom de *problème restreint* ».

Pour la petite histoire : quelle ne fut pas la surprise des mathématiciens de Göttingen lorsqu'ils apprirent, un an après la mort de Poincaré, qu'un inconnu vivant aux U.S.A. – *der Amerikaner* George Birkhoff! – avait trouvé avant eux la preuve générale du théorème.

Notes

1. Poincaré, H., *Sur un théorème de Géométrie, Rendiconti del Circolo matematico di*

Palermo, t. 33, 10 mars 1912, p. 375-407.
2. Poincaré qui, paraît-il, n'aimait pas dessiner, avait dû se résigner à illustrer son théorème au moyen de figures : l'exposé en comporte vingt-quatre ! Il s'en était d'ailleurs excusé auprès de son éditeur, lui disant : « Ce qui m'embarrasse, c'est que [j'ai été] obligé de mettre beaucoup de figures, justement parce que je n'ai pu arriver à une règle générale, mais que j'ai seulement accumulé les solutions particulières. »

Poincaré et la physique du XXI^e siècle

Dans son étude « L'œuvre mathématique dePoincaré » parue dans les *Acta mathematica* en 1921, le mathématicien Jacques Hadamard (1865-1963), contemporain de Poincaré, remarque que ce dernier empruntait ses sujets d'étude « non aux ressources de son esprit, mais aux besoins de la science [1] ».

Nous avons étudié dans cet ouvrage la contribution éternelle de Poincaré à la physique – l'invention de l'espace-temps. Pour conclure, nous étudierons une autre de ses découvertes : elle était en avance sur son temps et c'est seulement aujourd'hui qu'il nous est possible d'en apprécier la signification : elle établit l'un des fondements géométriques sur *les*quels s'appuie *la théorie des cordes* que certains physiciens considèrent aujourd'hui comme annonçant la « physique du XXI^e siècle ».

Pour la comprendre intéressons-nous à un célèbre théorème d'Euler [2] selon lequel : « ... si S, A, et F sont le nombre des sommets, des arêtes et des faces d'un polyèdre convexe, on doit avoir $S - A + F = 2$. »

Sous la forme énoncée ci-dessus, le théorème d'Euler s'applique seulement aux polyèdres convexes. Qu'en est-il en général ?

Poincaré se pose la question. Examinons-la avec lui, avant de nous intéresser de plus près au but ultime de toute cette affaire. Observons un pneu gonflé : les mathématiciens appellent cet objet un « tore ».

Sur la surface d'une sphère, nous pouvons aller de façon continue de n'importe quel point à n'importe quel autre sans devoir, pour cela, quitter la surface. La même chose est vraie sur la surface d'un tore – mais... Si je trace sur la surface d'une sphère une courbe fermée quelconque, je divise cette surface en deux zones distinctes : il m'est alors impossible de passer de façon continue d'un point situé à l'intérieur de l'une des deux zones à un point situé à l'intérieur de l'autre zone, sans devoir, pour cela, traverser la « frontière » qui sépare les deux zones. Ma courbe fermée a divisé la surface en deux domaines « non connectés ». Il n'en va pas de même sur un tore : certaines courbes fermées n'en séparent pas la surface en deux domaines non connectés [3]. Nous dirons que la sphère et le tore appartiennent à deux genres topologiques différents.

Poincaré observe qu'on peut toujours transformer un cube en une sphère en le gonflant comme un ballon [4]. Il nous dit :

« Le fait que les faces d'un polyèdre sont planes n'a évidemment aucune importance; le théorème [d'Euler] s'applique également aux polyèdres curvilignes; il s'applique encore à la subdivision d'une surface fermée quelconque en régions simplement connexes; ces régions correspondent alors aux faces du polyèdre; les lignes, qui servent de frontière à deux de ces régions, correspondent aux arêtes, et les extrémités de ces lignes aux sommets. »

Nous dirons que le cube est l'« homéomorphe » d'une sphère. De la même façon, tout polyèdre à travers lequel on a creusé un « tunnel » est l'homéomorphe d'un tore. Le théorème d'Euler s'écrit dans ce cas non pas $S - A + F = 2$ mais $S - A + F = 0$. Nous appelons aujourd'hui la valeur de l'expression $S - A + F$ correspondant à un polyèdre donné « caractéristique d'Euler-Poincaré » et nous disons qu'elle constitue un « invariant topologique [5] ».

Poincaré définit le « genre » g d'un polyèdre, en posant $g = 0$ pour la sphère, $g = 1$ pour le tore, $g = 2$ pour le « double tore », etc. Par un raisonnement « d'une rare élégance », mais que je ne reproduirai pas ici, il obtient alors les résultats suivants :

1) La caractéristique d'Euler-Poincaré $S - A + F$ d'une surface de genre g a pour valeur $2 - 2g$;

2) Si on élimine une face d'un polyèdre donné, transformant par là sa surface en une surface « ouverte » comportant f frontières « libres », alors l'invariant topologique a pour valeur $2 - 2g - f$.

Voyons l'usage que font les physiciens contemporains de ces découvertes topologiques.

La théorie des cordes

Certains théoriciens s'efforcent depuis un quart de siècle de rendre compte de l'existence et des propriétés des particules élémentaires de la physique quantique en les considérant comme les modes de vibration d'un objet quantique unique de dimension quasi infinitésimale, « la corde » – ou la « membrane », objet bidimensionnel dans une formulation plus récente.

Selon la relativité générale, un point matériel – « particule d'épreuve » – se déplace dans l'espace en suivant une géodésique – « ligne la plus droite » – de cet espace. Selon la mécanique quantique, tout au contraire, lorsqu'une particule dispose de plusieurs chemins pour aller d'un point à un autre, elle n'en « choisit » aucun en particulier : elle les emprunte « tous à la fois [6] ». Si la particule considérée est un « point », alors les chemins qu'elle suit sont des « lignes d'univers » de l'espace-temps et sa propagation apparaît sous la forme d'une somme prise sur toutes les lignes d'univers reliant le point de départ au point d'arrivée. Si la particule est une « corde », les lignes d'univers deviennent des « rubans ». La somme prise sur ces rubans est une somme prise sur des surfaces [7].

En théorie ponctuelle, l'interaction de deux particules consiste en la collision de deux points. En théorie des cordes, deux rubans fusionnent à l'endroit de leur interaction – le résultat est encore un ruban ! Et ce, quel que soit le nombre d'interactions : nous ne pouvons donc pas distinguer entre une corde se propageant seule et plusieurs cordes se réunissant ou se séparant.

Il est également impossible de dire à quel point précis de l'espace-temps l'interaction se produit. Nous sommes ainsi amenés tout naturellement à nous intéresser à l'étude des propriétés « topologiques » des surfaces, c'est-à-dire leurs propriétés « intrinsèques » (qui ne dépendent pas de la représentation choisie pour la surface).

La technique mise au point par les spécialistes de ces questions implique une connaissance de la classification des surfaces qui interviennent dans le calcul [8]. C'est ici qu'entre en jeu la caractéristique d'Euler-Poincaré. Constituant un « invariant topologique », elle fournit un outil qui permet d'organiser et de simplifier les calculs.

De nombreux physiciens affirment cependant aujourd'hui que, trop « mathématique » dans son essence, la théorie des cordes manquerait du grand « principe physique » sous-jacent qui pourrait permettre de justifier son utilisation comme *théorie physique*. Ils soulignent à cet égard les mérites de l'*Equivalenzprinzip* en raison du rôle qu'il a joué dans le développement de la relativité généralisée – même s'il est reconnu aujourd'hui qu'il est fondamentalement vicié : une modeste goutte de pluie tombant en chute libre viole ce principe, nous l'avons dit.

Nous leur proposons de trouver le « principe physique fondamental » qui manquerait à la théorie des cordes dans l'énoncé suivant.

La relativité généralisée a su accommoder les *champs* – électromagnétique et gravitationnel – mais elle a dû se contenter de traiter la matière sous forme d'une « soupe passée à la moulinette ». Or, les cordes unidimensionnelles ont pleinement leur place dans une soupe de cette sorte. Qui plus est, le nombre de dimensions de l'espace-temps – qui, selon la théorie des cordes, ne serait plus égal à quatre mais peut-être à dix ou à vingt-six – ne saurait gêner une corde dans sa propagation : une corde unidimensionnelle est partout comme poisson dans l'eau...

Il existe une raison importante – et peut-être décisive – pour s'intéresser à la théorie des cordes : l'un des modes d'oscillation de la corde a les propriétés requises pour représenter le *graviton*, dernière grande particule élémentaire manquant encore à la panoplie des particules de la physique.

Si elle devait se produire, la découverte du *graviton* « médiateur[9] » de la force gravitationnelle, mettrait un terme à l'isolement dans lequel la relativité générale a placé la gravitation par rapport aux autres forces connues en physique – toutes représentées aujourd'hui par leur médiateur.

Mais cela est une autre histoire. J'invite le lecteur intéressé à prendre connaissance de la théorie des cordes dans les ouvrages spécialisés. Il aura l'avantage, acquis ici, d'avoir appris à l'avance qu'il faut s'intéresser au rôle qu'y joue l'« invariant topologique » S – A + F d'Euler-Poincaré.

Notes

1. Hadamard J., « L'œuvre mathématique de Poincaré », *Acta mathematica*, 1921, t. XXXVIII.

2. Poincaré H., *Analysis Situs*, Journal de l'École polytechnique, t. I, 1895, § 16. Réimpression J. Gabay, 1996, *Œuvres, op. cit.*, t. VI, p. 270. Le lecteur vérifiera aisément le bien-fondé de ce théorème en l'appliquant au polyèdre de son choix, par exemple au cube considéré plus haut, pour lequel S = 8, A = 12 et F = 6, ou au tétraèdre, pour lequel S = 4, A = 6, F = 4, ce qui donne bien dans les deux cas $S - A + F = 2$.

3. C'est le cas, par exemple, pour toute courbe formant une « bague » autour du tore.

4. Ce résultat est général : tout polyèdre convexe peut être « gonflé comme un ballon » jusqu'à lui faire prendre la forme d'une sphère; il est donc l'homéomorphe d'une sphère.

5 Notons un résultat d'intérêt général : la caractéristique d'Euler-Poincaré d'une surface compacte est reliée à la courbure totale de la surface.

6. Cette idée paraîtra probablement bizarre au lecteur qui ne serait pas familier de ces choses. Dans le cadre de la physique telle que nous la connaissons aujourd'hui, elle s'impose jusqu'à nouvel ordre : pour aller d'un point à un autre, tout se passe comme si les particules empruntaient tous les chemins possibles « à la fois ». C'est en tout cas ce qu'il faut admettre si on veut réussir les calculs. Notons à cet égard cet énoncé remarquable de Mach dans *Die Mechanik* : « Nous savons aujourd'hui que la lumière se meut par tous les chemins, mais que ce n'est que sur celui de moindre durée de parcours que les ondes lumineuses sont renforcées en sorte que l'on puisse constater un résultat sensible. La lumière semble donc se propager suivant la ligne de moindre durée. » (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung, op. cit.*, chap. IV, § II-7.)

7. L'inverse est également vrai : toute somme prise sur des surfaces peut s'interpréter comme représentant la propagation d'une corde.

8. Trois surfaces jouent un rôle particulier dans cette classification : le plan complexe; le demi-plan et la sphère de Riemann. Elles sont toutes les trois « simplement connectées », mais sont « conformément inéquivalentes » : la sphère est compacte, les deux plans ne le sont pas.

9. En mécanique quantique contemporaine, les interactions entre particules résultent de l'échange de « médiateurs » qui sont eux-mêmes des particules; le médiateur de la force électromagnétique n'est autre que le photon; celui de la force qui maintient les quarks à l'intérieur des noyaux atomiques serait le « gluon » (lui-même un quark!). Le graviton, médiateur présumé de la force gravitationnelle, manque encore à cette description « unifiée » des forces connues de la nature.

Bibliographie

Œuvres d'Henri Poincaré

Œuvres, Gauthier-Villars, Paris, 11 vol., 1916-1954, réimpression Jacques Gabay, Paris, 1987-1997.
La lumière et les théories électromagnétiques, Gauthier-Villars, Paris, 1901, réimpression J. Gabay, Paris, 1990.
La Mécanique nouvelle, Paris, Gauthier-Villars, 1924, réimpression J. Gabay, Paris, 1989.
La Science et l'Hypothèse : essai de philosophie des sciences, Paris, Flammarion, 1902, réimpression éditions de la Bohème, coll. « Les sillons littéraires », 1992.
La Valeur de la science, Paris, Flammarion, 1905, réimpression coll. « Champs », 1990.
Dernières pensées, Paris, Flammarion, 1912.

Œuvres d'Albert Einstein

Albert Einstein Gesammelten Schriften, The Hebrew University of Jerusalem, traduction anglaise sous le titre *The Collected Papers of Albert Einstein*, Princeton University Press, 1987-1998.
Correspondance avec Michele Besso 1903-1955, Paris, Hermann, 1979.
The Love Letters, correspondance avec Mileva Maric, Princeton, Princeton University Press, 1992, traduction française sous le titre *Lettres d'amour et de science*, Paris, Le Seuil, coll. « Science ouverte », 1993.

Bibliographie générale

AMPÈRE, A. M., *Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques uniquement déduite de l'expérience*, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, 1823, réimpression J. Gabay, Paris, 1990.

APPELL, P., *Poincaré*, Paris, Plon, coll. « Nobles vies/Grandes œuvres », 1925.

BALIBAR, F., *Einstein : la joie de la pensée*, Gallimard, coll. « Découvertes », Paris, 1993.

BELL, E. T., *Les Grands Mathématiciens*, Paris, Payot, 1939.

BORN, M., *My Life*, Scribner's, New York, 1978.

BRIAN, D., *Einstein, a life*, John Wiley & Sons, New York, 1996, traduction française, *Einstein*, Robert Laffont, Paris, 1997.

CLOSETS, F., DE, *Ne dites pas à Dieu ce qu'il doit faire*, éd. du Seuil, Paris, 2004.

DAMOUR, T., *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche-Midi, Paris, 2005.

DAUMAS, M., *Arago*, Gallimard, Paris, 1943, réimpression Belin, coll. « Un savant, une époque », Paris, 1987.

DESCARTES, R., *Géométrie*, 1637, réimpression J. Gabay, Paris, 1991.

EINSTEIN *et al.*, *The principle of relativity*, Methuen & Co., Londres, 1923, réimpression Dover, New York, 1952.

EISENSTAEDT, J., *Avant Einstein : relativité, lumière, gravitation*, éd. du Seuil, 2005.

FÖLSING, A., *Albert Einstein*, Penguin Books, New York, 1997.

FRANK, P., *Einstein, his Life and Times*, New York, Knopf, 1947, traduction française sous le titre *Einstein, sa vie et son temps*, Flammarion, coll « Champs », Paris, 1991.

FRESNEL, A., *Œuvres complètes*, Imprimerie impériale, Paris, 1868.

GALISON, P., *Einstein's clocks, Poincaré's maps*, Norton, 2003 (trad. française *L'Empire du temps : les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré*, Robert Laffont, Paris, 2005).

HLADIK, J., *Pour comprendre simplement la théorie de la Relativité*, Ellipses, Paris, 2005.

HOWARD, D., et STATCHEL, J. (ed.), *Einstein Studies*, Birkhaüser, Boston, 1993.

KLEIN, F., *Le Programme d'Erlangen*, 1872, réimpression J. Gabay, Paris, 1991.

LAGRANGE, J. L. de, *Mécanique analytique*, 1788, réimpression J. Gabay, Paris, 1989.
LEBON, E., *Henri Poincaré, Biographie, bibliographie analytique des écrits*, Paris, Gauthier-Villars, 1912.
LORENTZ, H. A., *The Theory of electrons and its application to the phenomena of light and radiant heat*, 1916, réimpression J. Gabay, Paris, 1992.
MACH, E., *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung, Historisch-Kritisch Dargestellt*, Borckhaus, Leipzig, 1886, traduction française, *La Mécanique : exposé historique et critique de son développement*, Librairie scientifique A. Hermann, Paris, 1904, réimpression J. Gabay, Paris, 1987.
MERLEAU-PONTY, J., *Einstein*, Flammarion, coll. « Figures de la science », Paris, 1993.
MERSENNE, M., *Questions inouyes*, Fayard, « Corpus des œuvres de philosophie en langue française »,Paris, 1985.
MILLER, A. I., *Frontiers of Physics 1900-1911*, Boston, Birkhäuser, 1986.
NOTTALE, L., *La relativité dans tous ses états*, Hachette, Paris, 1998.
PAIS, A., *Subtle is the Lord...*, Oxford, Oxford University Press, 1982.
PIERSAUX, Y., *La « structure fine » de la Relativité Restreinte*, L'Harmattan, Paris, 1999.
REID, C., *Hilbert*, Springer-Verlag, New York, 1996.
RIEMANN, B., *Œuvres mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1898, réimpression Jacques Gabay, Paris, 1990.
SAMUELI, J.-J. ET BOUDENOT, J.-C., *H. Poincaré (1854-1912), physicien*, Ellipses, Paris, 2005.
SEELING, C., *A. Einstein. Leben und Werk eines Genies unserer Zeit*, Europa Verlag, Zurich, 1960.
SPINOZA, B., *Traité de la réforme de l'entendement : sur la meilleure compréhension des choses*, Mille et une nuits, « La petite collection », 1998.
SUGIMOTO, K., *Albert Einstein, biographie illustrée, 500 photos et documents commentés*, traduction française, Belin, Paris, 1990.
TONNELAT, M. A., *Histoire du principe de relativité*, Flammarion, coll. « Nouvelle bibliothèque scientifique », Paris, 1971.

Table des matières

Achevé d'imprimer sur les presses de

BUSSIÈRE

GROUPE CPI

à Saint-Amand-Montrond (Cher)
en mai 2005

N° d'édition : 0233-01/1. N° d'impression : 051912/1.
Dépôt légal : mai 2005.

Imprimé en France

La découverte de la relativité fut une véritable aventure humaine et intellectuelle. Elle est ici racontée et expliquée.

L'histoire de la théorie de la relativité débute au XVIIe siècle, lorsqu'on découvre que la lumière a décidément un comportement bien bizarre. Depuis lors, mathématiciens et physiciens ont beaucoup travaillé : les expériences, les hypothèses, les raisonnements corrects, les raisonnements erronés se sont succédé conduisant enfin… à la théorie de la relativité telle que nous la connaissons aujourd'hui.

Ce livre raconte l'histoire des hommes : Einstein, Poincaré, mais aussi Lorentz, Minkowski, Hilbert… Il raconte également l'histoire des idées : équations, transformations, éther, électromagnétisme, espace-temps… Et surtout, il attire l'attention sur une question philosophique fondamentale, celle de l'extraordinaire synthèse entre « esprit mathématique » et « esprit physique ». Le monde serait-il « réellement » écrit en langage mathématique ?

Éclairée par la première édition de cet ouvrage, la controverse Einstein-Poincaré a, depuis, connu de nombreux développements. Aussi Jean-Paul Auffray a-t-il eu à cœur, dans cette nouvelle édition, d'approfondir le rôle joué par chacun des deux protagonistes.

9782746502338
233-01/1
29 €
diffusion harmonia mundi
Éditions