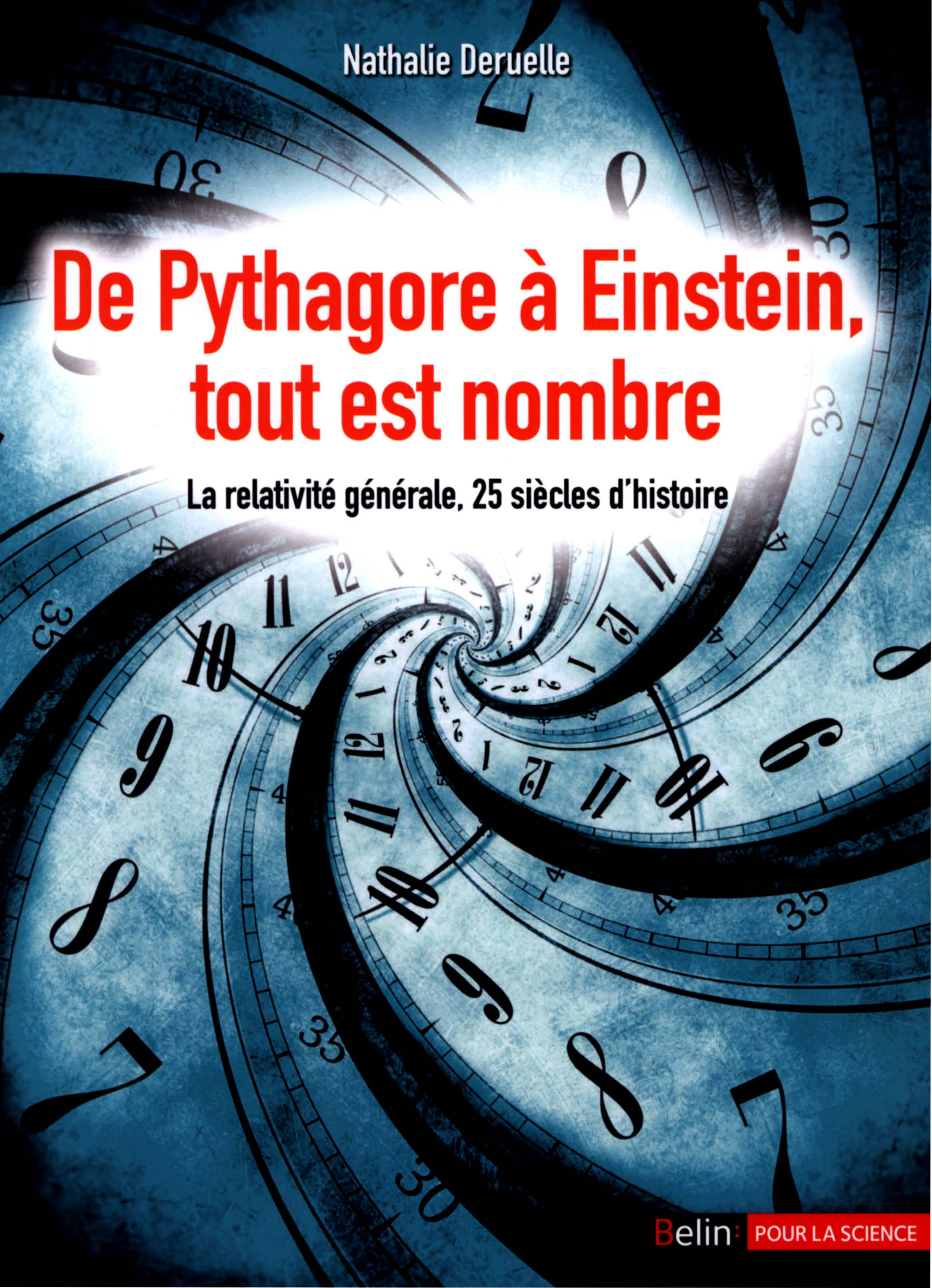


Nathalie Deruelle

De Pythagore à Einstein, tout est nombre

La relativité générale, 25 siècles d'histoire

Belin : POUR LA SCIENCE

BIBLIOTHÈQUE SCIENTIFIQUE

De Pythagore à Einstein, tout est nombre

La relativité générale, 25 siècles d'histoire

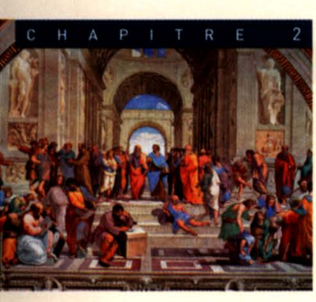
Nathalie Deruelle

Belin : POUR LA SCIENCE

8, rue Férou - 75278 Paris cedex 06
www.editions-belin.com – www.pourlascience.com

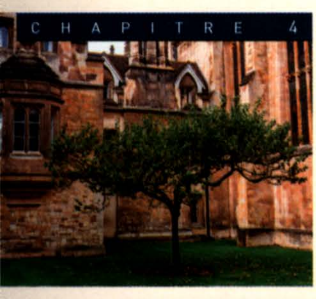
Sommaire

La science grecque 8



L'héritage grec 30

Le siècle de Galilée 44



Le cadre newtonien 76

ISSN 0224-5159
ISBN 978-2-7011-9501-8

CHAPITRE 5

Bâtir un monde

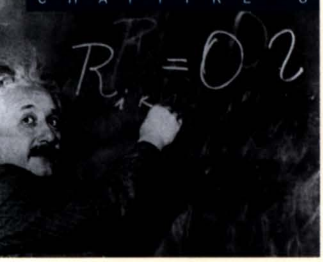
CHAPITRE 6

La lumière insaisissable

CHAPITRE 7

Le siècle d'Einstein, 1905

CHAPITRE 8



Le siècle d'Einstein, 1915

Dans la même collection

- Valeur B., Bardez É. (2015), *La lumière et la vie. Une subtile alchimie.*
- Salviat B., Proust B., Allégraud K. (2015), *Une énergie, des énergies. Comment fonctionne le monde ?*
- Encrenaz T., Lequeux J. (2015), *À la rencontre des comètes. De Halley à Rosetta.*
- Rigamonti A., Varlamov A., Villain J. (2014), *Le kaléidoscope de la physique.*
- Ray C., Poizat J.-C. (2e édition, 2014), *La physique par les objets quotidiens.*
- Encrenaz T., Lequeux J. (2014), *L'exploration des planètes. De Galilée à nos jours… et au-delà.*
- Courty J.-M., Kierlik É. (2014), *La physique surprise.*
- Delahaye J.-P. (2014), *Inventions mathématiques.*
- Briot D., Robichon N. (2013), *Ce que disent les étoiles.*
- Cuny G., Bénéteau A. (2013), *Requins. De la préhistoire à nos jours.*
- Glaeser G., Polthier K. (2013), *Surprenantes images des mathématiques.*
- Delahaye J.-P. (2e édition, 2013), *Merveilleux nombres premiers.*
- Pietryk G. (2e édition, 2012), *Panorama de la physique.*
- Lanotte N., Lem S. (2012), *Sportifs high tech.*
- Valeur B. (2011), *La couleur dans tous ses éclats.*
- Guyon E., Hulin J.-P., Petit L. (2e édition, 2011), *Ce que disent les fluides.*
- Causeret P., Fouquet J.-L., Sarrazin-Vilas L. (2010), *La Lune à portée de main.*
- Dieguez S. (2010), *Maux d'artistes. Ce que cachent les œuvres.*
- Guyon E., Pedregosa A., Salviat B. (2010), *Matière et matériaux. De quoi est fait le monde ?*
- Salomon L. (2010), *Cerveau, drogues et dépendances.*
- Causeret P., Fouquet J.-L. et Sarrazin-Vilas L. (2010), *La Lune à portée de main.*
- Pascal R., Martin H., Gargaud M., López-García P., Montmerle T. (2009), *Le Soleil, la Terre… la vie. La quête des origines.*
- Nazé Y. (2009), *L'astronomie des Anciens.*
- Gauvrit N. (2009), *Vous avez dit hasard ? Entre mathématiques et psychologie.*
- Steyer S., Bénéteau A. (2009), *La Terre avant les dinosaures.*
- Dollfus A. (2009), *Les autres mondes. Visions d'astronomes.*
- Nollert H.-P., Ruder H. (2008), *Carnets de voyages relativistes. De la Terre vers un trou noir.*
- Cordier P. et Leroux H. (2008), *Ce que disent les minéraux.*
- Valeur B. (2008), *Sons et lumière.*
- Corboz Y. (2008), *Météorologie.*
- Doressoundiram A. et Lellouch E. (2008), *Aux confins du système solaire.*
- This H. (2008), *De la science aux fourneaux.*
- Benuzzi-Mounaix A. (2008), *La fusion nucléaire.*

« *Dicebat Bernardus Carnotensis nos esse quasi nanos, gigantium humeris insidentes, ut possimus plura eis et remotiora videre [...]* »

(Bernard de Chartres disait que nous sommes comme des nains, juchés sur les épaules de géants, afin de voir plus et plus loin qu'eux [...])

Jean de Salisbury, *Métalogicon*, 1175.

À ma cousine Hélène Décamps, *in memoriam*.

Vingt-cinq siècles d'histoire ?

L'histoire que je vais raconter, celle de la physique de Pythagore à Einstein, ne sera bien évidemment pas vraie. Elle ne peut pas l'être d'ailleurs. Car comment ne pas accumuler imprécisions, raccourcis hâtifs, généralisations abusives, graves omissions, contre-vérités et erreurs flagrantes lorsqu'on parcourt sans mollir vingt-cinq siècles d'histoire – surtout lorsque l'on n'est ni historienne, ni épistémologue, ni philosophe, seulement physicienne.

Pourquoi donc m'être embarquée dans une telle aventure et ne pas m'être prudemment cantonnée, pour commémorer le centenaire de la relativité générale, à ce que je connais, à savoir certains aspects de ses développements récents ?

La raison en est double – à part le plaisir de faire revivre à ma façon la pensée de quelques-uns de mes « Grands Hommes ».

D'abord, il est difficile de présenter la théorie d'Einstein de la gravitation sans décrire son ancrage dans la science de son temps. Ce n'est qu'ainsi que l'on peut comprendre en quoi elle se démarque de la physique dite « classique ». Or on s'aperçoit très vite qu'une telle mise en contexte oblige à remonter beaucoup plus haut, à la révolution scientifique européenne du XVII^e siècle, qui elle-même résulte des blocages auxquels se heurtait la science d'alors, héritée des Grecs. Brosser à grands traits un tableau des vingt-cinq siècles qui précédèrent l'avènement de la relativité générale est donc nécessaire pour en saisir toute la grandeur. Parcourir vingt-cinq siècles ? Il le faut.

L'autre raison qui m'a amenée à remonter à Pythagore (pour qui « tout était nombre ») est que, à mon sens, on peut donner la définition suivante de la physique : ce sont des mathématiques extraites des phénomènes qui, en retour, forgent une nouvelle réalité – c'est du moins la thèse (un peu téméraire, je l'avoue) que j'essaierai de défendre dans ce livre. Or la science grecque illustre parfaitement cette idée, surtout lorsqu'on la contemple du haut de nos vingt-cinq siècles d'histoire et que l'on n'hésite pas, comme je le ferai, à la tirer à soi.

Quoi que l'on fasse en effet pour relativiser la science grecque, c'est-à-dire pour la placer dans le contexte de son temps, il est impossible d'en dissoudre le noyau central, qui en fait son génie : les Grecs, et eux seuls, eurent un jour comme ambition d'identifier mathématiques et phénomènes. Leur astronomie, étude d'un Ciel devenu l'incarnation de la géométrie d'Euclide, devint ainsi le paradigme de ce qu'est la physique, appelée « théorique » de nos jours, dialogue entre mathématiques et observations, et mena leur civilisation à une représentation du Monde qui la caractérise. En revanche, pour des raisons que je ramènerai essentiellement, pour faire mouche, à la découverte des nombres irrationnels, leur science de la nature demeura un discours sur les phénomènes terrestres, élaboré certes, mais non mathématisé.

Science de la nature et astronomie ne furent unifiées que vingt siècles plus tard, avec Copernic, Tycho Brahe et Kepler, mais surtout Galilée : selon sa formule restée célèbre, c'est tout le livre de la Nature, Terre et Ciel confondus, que les physiciens eurent désormais l'ambition d'écrire dans le langage des mathématiques. Restait, pour progresser, à aller au-delà des mathématiques grecques. Ce fut l'œuvre en particulier de Descartes, Newton et Leibniz. Ainsi Newton, en une synthèse magistrale de cette première révolution scientifique, put formuler ses lois.

Pendant plus de deux siècles, la physique newtonienne régit sans partage la trame des phénomènes et étendit son empire. Les mécaniciens des XVIII^e et XIX^e siècles, Lagrange, Laplace, Hamilton et bien d'autres, lui firent gagner en force, généralité et souplesse. Grâce au perfectionnement des instruments de mesure et d'observation, les expériences gagnèrent en précision. Le Verrier découvrit un nouvel astre au bout de sa plume ; Maxwell fit entrer électricité et magnétisme dans le moule.

Au tournant du XX^e siècle, la science devenue newtonienne fut cependant poussée dans ses derniers retranchements, car la lumière s'avérait rebelle à ses lois. Lorentz et Poincaré développèrent des trésors d'ingéniosité pour la dompter. Les étais qu'ils posèrent pour consolider la science newtonienne ne purent toutefois masquer les fêlures de l'édifice. Einstein, en 1905, le redressa en en changeant l'un des fondements : le concept de temps[1].

Entre-temps, les mathématiciens, Gauss, Bolyai, Lobachevski, Riemann…, avaient détrôné Euclide et découvert tout un nouveau continent : celui des espaces courbes. Poincaré et Hilbert en connaissaient la géographie, mais ce fut Einstein qui, en assouplissant le cadre rigide imposé par Newton et Kant à l'espace et au temps, bâtit il y a cent ans une nouvelle vision du Monde où la gravitation devient géométrie et la matière modèle sa courbure.

Ce panorama, complété d'encadrés et de sections « Pour aller plus loin » (un peu plus techniques mais pour la plupart accessibles aux lycéens), donnera je l'espère un aperçu des relations entre physique, mathématiques et expérimentation. Il permettra en outre de mettre en perspective et de mieux comprendre la seconde révolution scientifique initiée par Einstein.

1. Je ne parlerai pas du tout de l'autre faille : l'impossibilité de décrire de manière déterministe la matière à l'échelle microscopique, qui donna naissance à la mécanique quantique.

CHAPITRE 1

La science grecque

De nos jours, pourquoi s'intéresser à une flèche qui se fige en plein vol ou à une tortue qu'Achille ne rattrape jamais, pourquoi décrire une gigantesque sphère piquée d'étoiles censée tourner autour de la Terre, ou pourquoi réfléchir aux lieux « naturels », causes finales des mouvements ? Parce que cette ambition de trouver dans les phénomènes une trame identifiable aux mathématiques est au cœur de l'entreprise scientifique ; parce que l'exemple grec illustre magnifiquement comment la science forge une vision du monde.

◄ **La rotation de la voûte céleste.** Cette photographie a été réalisée en superposant des dizaines d'images du ciel prises à intervalles réguliers depuis le même endroit.

L'irrationalité des nombres

Depuis les débuts de l'agriculture au moins, et même si le mot, tardif, est grec, un « géo-mètre » est l'arpenteur qui mesure des distances entre les bornes d'un champ.

Très tôt des « recettes » furent utilisées pour déduire les aires des parcelles à partir de ces mesures de longueur. On trouve sur des tablettes babyloniennes de Suze ou dans le manuscrit égyptien de Rhind des formules datant d'environ 2000 avant J.-C. qui donnent la surface d'un disque en fonction de diverses valeurs de son rayon (π étant pris égal à 3 ou 3,12), ainsi que la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle (5 coudées, si les côtés ont respectivement 3 et 4 coudées de longueur).

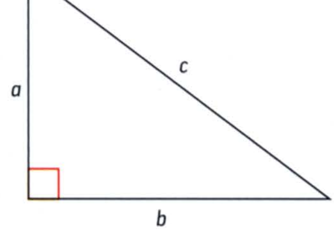
Les Grecs, qui inventèrent la science, soit, en fin de compte, le pont entre ce qui lie les phénomènes et la logique des langages, commencèrent par développer simultanément géométrie et arithmétique dans un but pratique, dans le contexte du développement fulgurant des sociétés du pourtour de la Méditerranée au VIe siècle avant J.-C.

L'arithmétique, c'est-à-dire la théorie des nombres qui s'appelèrent bientôt « entiers » ou « naturels », consista d'abord à les nommer (un, deux, trois, sept-cent-cinquante-trois, etc.), à les représenter par des signes (α, β, γ, ψυγ, etc., à partir du Ve siècle), puis à énoncer les règles des quatre opérations (en définissant, par exemple, l'addition, soit le sens du symbole « + », et en décidant que $\beta + \gamma = \gamma + \beta$, etc.), enfin à effectuer ces opérations, à l'aide de cailloux (les *calculi* latins) ou de points tracés sur une « table à poussière » – un abaque. Très vite aussi furent introduits les nombres rationnels, c'est-à-dire les rapports de nombres entiers, 1/2, 1/3, 2/753, etc. (voir « Les nombres rationnels » p. 23).

La géométrie, quant à elle, consista à étoffer le recueil de formules de l'arpenteur, d'abord en se contentant de les énoncer, puis en les démontrant, c'est-à-dire en les construisant logiquement les unes après les autres à partir de règles fondamentales posées comme évidentes. Le bond en avant qui en résulta fut phénoménal.

Prenons par exemple le théorème de Pythagore (Fig. 1) : si l'on admet que la surface d'un rectangle de côtés a et b est égale à leur produit ab, on *démontre* que si a et b sont les longueurs des côtés d'un triangle rectangle, alors le carré de la longueur c de l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit) est donné par $c^2 = a^2 + b^2$, où $a^2 = aa$, etc. (voir « Le théorème de Pythagore » p. 23). C'est en cela que ce théorème de Pythagore surpasse ses antécédents babyloniens ou égyptiens, car il est censé être universel, applicable à tous les nombres a et b, donc à toutes les longueurs a et b mesurées par l'arpenteur, et pas seulement pour a = 3 coudées et b = 4 coudées par exemple.

Or il s'avéra que non, le théorème de Pythagore n'était pas valable pour tous les nombres a et b : pour certains d'entre eux (une infinité en fait), c, qui est la « racine » de $a^2 + b^2$, ne peut pas s'écrire comme le rapport de deux nombres entiers. Si a et b valent 1, par exemple, alors c est la racine de 2 et ce $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel (c'est un fait, voir p. 24). Mais dans ce cas... c n'est pas un nombre ! Et si c n'est pas un nombre, tout s'effondre ! Car que mesure alors l'arpenteur lorsqu'il évalue la diagonale de son champ ?



1 Le théorème de Pythagore.
$c^2 = a^2 + b^2$.

Cette découverte, qui doit dater d'environ 500 ans avant J.-C. et dont on ne sait rien de l'auteur, sinon qu'il était de l'École de Pythagore, fut un coup de tonnerre dans un ciel bleu, un véritable séisme, qui orienta le développement de la science pour près de 2 000 ans.

En effet, pour Pythagore et l'École qu'il fonda à Crotone, en Calabre, et dont le rayonnement fut considérable (on peut le comparer à celui des grands ordres mystico-religieux), tout dans l'Univers, de la diagonale d'un champ à la musique et au mouvement des astres, semblait pouvoir être associé à des nombres, ce qui avait conduit à l'idée grandiose que tout était nombre. Ainsi que le rapporta Aristote 150 ans plus tard, pour les Pythagoriciens, « *les nombres sont pour ainsi dire le principe, la source et la racine de toutes choses* ». Et comme géométrie et arithmétique étaient intimement liées (voir par exemple la démonstration du théorème de Pythagore p. 23), l'Univers était donc, aussi, géométrie[1].

La découverte de l'« irrationalité » de $\sqrt{2}$, qui mit cet objet au ban des nombres, provoqua un divorce entre arithmétique et géométrie, et laissa l'arpenteur pantois, fut donc perçue comme une catastrophe majeure et, bien sûr, le fait qu'on peut l'approximer par le rationnel 1,414 – s'il peut rassurer l'arpenteur – ne changea rien à l'ampleur du désastre : il est impossible de mesurer exactement la diagonale de certains carrés, que ce soit avec un mètre, un décimètre ou n'importe quelle fraction d'une unité donnée, car elle est incommensurable. On raconte même que le secret ne pouvait être divulgué sans risquer la mort.

La Nature, en fin de compte, n'était semble-t-il pas mathématisable. (Pour d'autres exemples d'obstacles que les Grecs rencontrèrent pour mathématiser le Nature, voir « Zénon, Achille et la tortue » p. 24.)

L'harmonie des sphères

L'École de Pythagore s'essaya également à identifier arithmétique et musique, car la hauteur des sons produits par une corde vibrante est liée à sa longueur. Ainsi la musique devint, elle aussi, « *source et racine de toutes choses* » et put être mise en correspondance avec l'Univers tout entier, en particulier avec le mouvement des astres. En découle une immense littérature sur l'« harmonie des sphères », ces sphères transparentes et cristallines emportant dans leurs rotations étoiles et planètes au-dessus de nos têtes, et bruissant de sons inaudibles à l'oreille humaine. Voici ce qu'en pensait Aristote : « *On doit voir évidemment, d'après tout ce qui précède, que, quand on nous parle d'une harmonie résultant du mouvement de ces corps [célestes] pareille à l'harmonie de sons qui s'accorderaient entre eux, on fait une comparaison fort brillante, sans doute, mais très vaine [...]* »

In *De Caelo* (350 avant J.-C. environ), livre II, chap. 9, § 1.

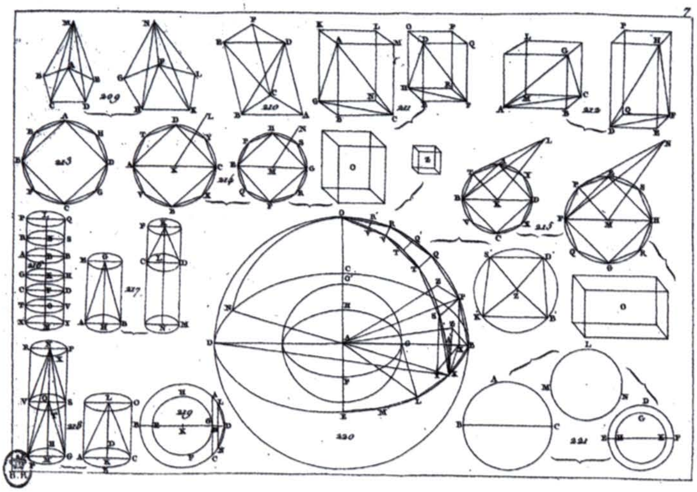
Le schisme entre Terre et Ciel

À compter de la découverte des nombres irrationnels et jusqu'à Galilée 2 000 ans plus tard, le monde des arpenteurs, non mathématisable, non maîtrisable donc, devint celui de l'imperfection, du vil, du méprisable et du corrompu.

Comprendre les pommes qui tombent, la pluie et les nuages, les grains de sable qui coulent et les navires qui flottent, tous ces phénomènes terrestres souvent déroutants, serait, on le savait depuis toujours, très compliqué, mais comment le faire sans les mathématiques, plus précisément sans l'utilisation systématique et maîtrisée des nombres ?

Aristote, né à Stagire en Macédoine, élève de Platon à Athènes, fondateur du Lycée, brille au firmament de la science du même éclat que Galilée, Newton et Einstein. Au IVe siècle avant J.-C., il réussit le tour de force de bâtir toute une Science de la Nature (« physique » en grec), c'est-

1. La pertinence de cette affirmation, à savoir que les mathématiques ont quelque chose à voir avec le monde des phénomènes, et donc que notre représentation de l'Univers est directement liée à l'état des mathématiques de notre temps, est en fin de compte tout le sujet de ce livre.



2 En haut, le plus ancien fragment connu des *Éléments* d'Euclide, conservé à l'Université de Pennsylvanie. Il date de la fin du Ier siècle après J.-C. **En bas, une planche extraite de la traduction d'Euclide** par François Peyrard, 1804 (la première édition française, par Pierre Forcadel, date de 1564). Sur cette illustration, les nombres brillent par leur absence.

à-dire un discours cohérent sur le mouvement des corps (animés ou non) et leurs interactions, en la fondant sur une utilisation rigoureuse des règles de la logique du langage courant (les fameux « syllogismes », entre autres) et non (ou peu) sur celui des mathématiques.

Cependant, force est de dire que l'utilisation du langage courant pour décrire les phénomènes prête souvent à confusion, les mots étant trop lourds de sens différents. La physique aristotélicienne ne put donc échapper complètement à l'animisme ; cela limita considérablement son pouvoir prédictif... Quant aux sciences de l'ingénieur, qui « font leur marché » dans les mathématiques de leur temps, elles devinrent celles des artisans (que la découverte de $\sqrt{2}$ ne désarçonna pas !) auxquels, dit-on, Aristote refusait même le statut de citoyen (même si lui, le « Stagirite », n'était que métèque à Athènes...).

Géométrie et théorie des nombres, elles, continuèrent à se développer indépendamment de la physique mais, et ce quasiment jusqu'à nos jours, chacune de leur côté.

En effet, ce n'est qu'à la fin du XIXe siècle que les mathématiciens purent dompter les nombres irrationnels en définissant l'ensemble plus large des nombres réels. Dans cet ensemble, les nombres irrationnels sont, comme le mathématicien Richard Dedekind le montra en 1872, des « coupures », des « trous » entre deux ensembles disjoints de rationnels. Ainsi $\sqrt{2}$ est le « trou » entre tous les rationnels dont les carrés sont inférieurs à 2 et tous les rationnels dont les carrés sont supérieurs ou égaux à 2 – bien sûr, il reste à montrer que la somme de deux réels est bien aussi un nombre réel, ainsi que leur différence, leur multiplication, etc. Et même si Descartes et les Mécaniciens le faisaient déjà depuis le XVIIe siècle, ce n'est qu'alors que l'ensemble des nombres ainsi élargi put à nouveau être identifié de manière rigoureuse à un objet géométrique, la « droite » des réels.

La géométrie, suivant son propre chemin, devint un exercice de voltige intellectuelle où l'esprit grec fit des merveilles. Vers 300 avant J.-C., un certain Euclide, dont on ne sait rien, fit la synthèse des connaissances de son temps en démontrant 467 propositions de géométrie plane et solide. Ses *Éléments* ont été enseignés, étudiés, commentés sans interruption de l'Antiquité à nos jours, en grec, en arabe, en latin, puis dans toutes les langues. Ils furent l'un des tout premiers livres imprimés (en 1482), une traduction en chinois par Matteo Ricci date de 1607 et seule la Bible a connu plus d'éditions. Les *Éléments* forment encore le fondement de l'enseignement des mathématiques dans les écoles du monde entier.

Ce qu'il importe de noter ici est que ces démonstrations sur les propriétés des figures géométriques sont faites à partir d'axiomes, au moyen de rapports de grandeurs (longueurs, aires, volume, angles, arcs de cercle, etc.), et sans jamais faire usage de nombres. La géométrie s'était ainsi détachée de ses origines, lorsqu'elle servait à arpenter des champs ; sa raison d'être était, en fin de compte, devenue de montrer les merveilles dont était capable l'esprit humain (Fig. 2).

Cette scission entre la théorie des nombres et la géométrie, et leur détachement du monde des phénomènes, que l'on peut donc faire remonter (en caricaturant, bien sûr) à la découverte de l'irrationalité de $\sqrt{2}$, eurent des répercussions profondes sur la conception des mathématiques que nous léguèrent les Grecs.

La science mathématique, en raison de ce traumatisme initial, devint, on l'a vu, abstraite. Nul besoin d'arpenter la Terre pour bâtir la géométrie : un bâton et le sable d'une plage, ou un papier et un crayon, suffisent pour dessiner des figures et découvrir leurs propriétés. Plus encore : les objets de la géométrie, points, droites, plans, surfaces, angles, etc., décollent de leurs bases concrètes, deviennent des purs concepts avec lesquels les mathématiciens jonglent de manière entièrement intellectuelle, sans aucun support matériel (autre que les connexions de leurs neurones évidemment...).

Un superbe édifice mental se construisit donc, génération après génération, inaltérable – l'exemple de la pérennité des *Éléments* d'Euclide en est la preuve éclatante. Une idée par conséquent émergea, inéluctable : les objets mathématiques et les structures les reliant sont plus qu'une simple création de l'esprit humain, ils possèdent une existence indépendante, dans une réalité autre que celle des phénomènes.

On connaît la magnifique formalisation de cette vision que fit Platon dès la fin du v^e^ siècle avant J.-C. dans son allégorie de la caverne : les phénomènes révélés par les sens et l'expérience ne sont que les pâles et imparfaits reflets des Idées mathématiques qui possèdent, en quelque sorte, une réalité supérieure. Les mathématiciens sont des initiés ; ils ne construisent pas l'« Édifice » des mathématiques, mais le découvrent, par fulgurances ou travail acharné.

Ainsi que l'écrivit (de façon plus mesurée...) Paul Valéry : « *Le géomètre s'avance dans un étrange espace à la fois préexistant et arbitraire, nécessaire et produit, inventé et découvert [...]* » (*Cahiers*, XXIX, 75)[2].

Les mathématiciens cependant ne se retirèrent pas complètement dans leur maison... Un pan entier du Monde des phénomènes resta en effet mathématisable, bien loin des préoccupations des arpenteurs et même des physiciens : le ciel. L'intangible mouvement des astres et leur majestueuse régularité étaient connus et étudiés depuis l'aube des temps dans un but pratique, établir des calendriers. Or, pour prédire la position des astres, il n'est point besoin de mesurer la diagonale d'un carré.

Les « maths modernes »

Il arriva un moment où, pour aller plus loin, pour arracher en quelque sorte l'édifice hors de l'Espace et du Temps, les mathématiciens s'efforcèrent de libérer leur vocabulaire de toute référence à des objets concrets.

Les parents d'élèves ont touché cela du doigt, à l'époque où il a été question d'enseigner des rudiments de « mathématiques modernes » dans les écoles. Rappelons la définition d'une droite, donnée dans les commentaires du programme de 4^e^, en décembre 1971 : « Une droite affine D est un ensemble E muni d'une famille de bijections de E sur $\mathbb{R}$ telles que :

a) pour tout f élément de Φ, et pour tout élément (a, b) de $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$, l'application définie par $g(M) = af(M) + b$ appartient aussi à Φ ;

b) réciproquement, si f_1 et f_2 sont deux éléments quelconques de Φ, il existe (a, b) appartenant à $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$ tel que $f_2(M) = af_1(M) + b$.

L'ensemble E est appelé le support de la droite affine D, un élément M de E est appelé un point de la droite affine D. »

2. Comme la citation de Valéry le suggère déjà, la conception « platonicienne » des mathématiques évoquée ici n'est évidemment pas la seule.

L'astronomie devint donc une branche de la géométrie et l'*Almageste* de Ptolémée, écrit vers 150 après J.-C. à Alexandrie dans le style des *Éléments* d'Euclide, ne fut supplanté que 1400 ans plus tard par le *De Revolutionibus* de Copernic.

Ainsi donc, en forçant bien sûr le trait, on peut dire que la découverte de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ est à l'origine de la dichotomie grecque entre Ciel et Terre. Le monde des astres – objets immatériels, Idées pures – était l'incarnation de la géométrie d'Euclide ; leurs mouvements, sans cause, furent décrits en termes purement mathématiques. En revanche, ce fut en termes quasi-animistes, mais soumis aux règles rigoureuses de la logique, que notre monde sublunaire fut décrit.

Ce contraste est saisissant lorsqu'on compare le style sobre, élégant et précis des *Éléments* ou de l'*Almageste* à celui du *De Caelo* d'Aristote, souvent obscur car les mots ont changé de sens, et souvent dogmatique dans son ambition de présenter vaille que vaille un tout cohérent. C'est pour cela que la physique grecque est oubliée, alors que la géométrie d'Euclide est toujours enseignée et l'astronomie de position toujours inspirée de l'*Almageste*.

En somme, le génie de l'Antiquité grecque, malgré l'impossibilité de mathématiser les phénomènes terrestres quotidiens avec les armes de la géométrie et de l'arithmétique de son temps, est de ne pas avoir abandonné complètement la partie et d'avoir poursuivi avec une admirable persévérance, siècle après siècle, l'annexion par l'intelligence, qui est gratuite et pacifique par nature, de ce qui était alors annexable, à savoir le Ciel. Aucune autre civilisation n'a tenté cela.

L'astronomie géométrisée

Vingt-cinq siècles de culture classique suscitent en chacun de nous l'image d'Épinal du savant grec qui, le jour, trace des figures géométriques sur le sable des plages ensoleillées de l'Hellade, découvrant émerveillé leurs propriétés, et qui, la nuit venue, cherche leurs reflets dans le mouvement des planètes errant sereinement sur le fond bleuté du ciel étoilé. Les Grecs établirent ainsi des correspondances de plus en plus élaborées entre les propriétés des figures qu'ils découvraient et les mouvements des astres tels qu'ils les observaient. Ainsi naquit la science du ciel, autrement dit la cosmologie.

Une première question fut débattue par les Grecs et résolue sans ambiguïté : quelle est la forme de la Terre ? On lit parfois dans de mauvais ouvrages que nos ancêtres croyaient que la Terre était plate, ou un disque flottant sur les eaux, voire un tabernacle ou un ciboire : c'est méconnaître la cartographie ancienne et ne rien comprendre aux allégories religieuses. Les lettrés européens ont toujours su que la Terre était ronde.

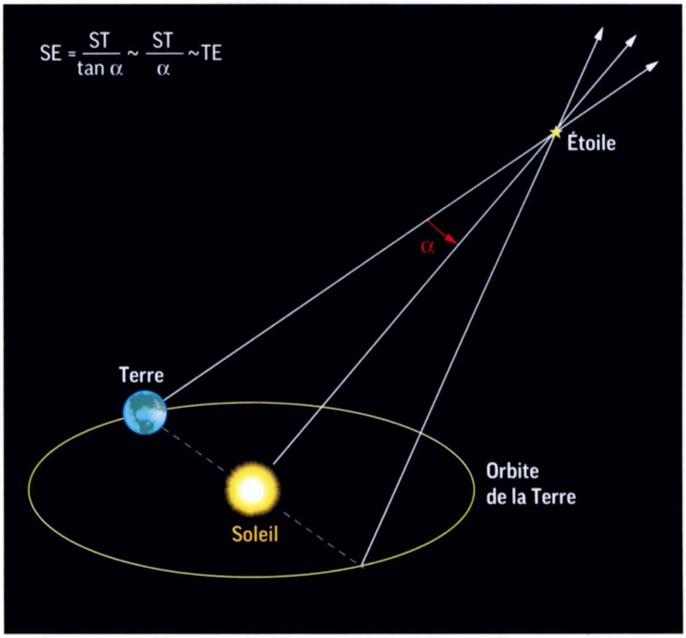
Ce sur quoi il faut plutôt insister est que l'affirmation de la rotondité de la Terre n'était en rien un dogme, mais le résultat d'un débat scientifique. À l'époque de Thalès de Milet, à l'aube du VIe siècle avant J.-C., on pouvait en effet encore spéculer sur la possibilité de représenter la Terre par un cylindre ou un disque plat, mais moins de trois siècles plus tard, vers l'an 340 avant J.-C., Aristote enseignait sûrement à son élève Alexandre de Macédoine qu'il suffit de regarder l'ombre en arc de cercle de la Terre sur la Lune lors d'une éclipse pour balayer ces modèles farfelus. Et bientôt, aux alentours de 240 avant J.-C., Érathostène en mesurait la circonférence par une méthode géométrique qui nous est parvenue (voir « Érathostène et la taille de La Terre », p. 26).

Une autre question fut débattue par les Grecs, et résolue. Que fallait-il mettre au cœur du Monde : la Terre ou le Soleil ? Bien sûr, à l'évidence, Soleil et planètes tournent en orbes majestueux autour de la Terre, mais le Soleil est Roi (surtout sur les plages hellènes...), et digne par conséquent de siéger au centre de l'Univers. Que la question se soit posée n'est donc pas étonnant. Ce qui est remarquable, en revanche, c'est que cette alternative fut analysée dans le cadre de la géométrie et non dans celui d'un mythe quelconque.

L'argument de l'École de Pythagore, connu par Philolaos qui (pour des raisons d'esthétique alambiquée vite devenues obscures) avait mis au centre du Monde non pas le Soleil mais un feu central dont le Soleil était un reflet, fut par exemple vite ignoré et discrédita même l'hypothèse que la Terre pût ne pas être au centre de l'Univers. (Bien sûr, c'est là schématiser, mais on peut arguer que l'École de Pythagore, après le désastre de la découverte de $\sqrt{2}$, sombra dans l'ésotérisme et la numérologie.)

En revanche, l'argument d'Aristarque de Samos, vers 280 avant J.-C., en faveur d'un système héliocentrique, rapporté par son contemporain Archimède de Syracuse, ne fut jamais oublié car il concluait de précieux calculs astronomiques (voir « Aristarque et la taille du Soleil », p. 27). Aristarque avait montré en effet que même si les diamètres apparents du Soleil et de la Lune (sphériques, donc, comme notre Terre) sont à peu près les mêmes, le Soleil était en fait beaucoup plus grand, car beaucoup plus éloigné de nous que la Lune. Quant à la Lune, son diamètre devait être, d'après ses calculs, environ le tiers de celui de la Terre. Ne faisait-il pas sens alors de supposer que la petite planète Terre tournât autour du gigantesque Soleil, comme la petite Lune tourne autour de la Terre, plutôt que l'inverse ?

Mais Aristarque était né une dizaine d'années après la mort d'Aristote, qui avait développé toute une physique du monde sublunaire, non mathématisable rappelons-le vu l'impossibilité de principe de mesurer toutes les longueurs à partir d'une règle étalon. Or dans ce discours aristotélicien figuraient des éléments fondamentaux, la Terre, l'Eau, l'Air et le



3 La parallaxe (α) d'une étoile (angle sous lequel on verrait le rayon de l'orbite terrestre depuis cette étoile) permet de prouver le mouvement de la Terre.

Feu (à comparer aux particules élémentaires de la physique moderne). Chaque élément était doté de propriétés choisies avec soin afin de rendre compte au mieux des phénomènes terrestres. En particulier le Feu, chaud et sec, était nécessairement léger et volatil. Par conséquent, le Soleil, fait de Feu, ne pouvait pas être immobile, ne pouvait donc pas être au centre de l'Univers, réservé à l'élément froid, sec et pesant qu'est la Terre.

Cette objection, plus toute une série du même acabit qui ne convainquent guère le lecteur contemporain, ne suffirent pas non plus à rallier les astronomes grecs au géocentrisme. En effet, il était clairement inadéquat d'appliquer des lois établies pour expliquer les phénomènes sublunaires au monde idéal et mathématisé des astres. Il fallait, pour se décider pour ou contre l'héliocentrisme, que l'argument fût géométrique.

Il fut esquissé par Aristote, précisé par Aristarque lui-même, puis développé par Hipparque plus tard, vers 130 avant J.-C. : si la Terre tourne effectivement autour du Soleil, on devrait voir les étoiles, probablement immobiles, ou en tout cas suffisamment lointaines pour le paraître,

Au-delà de la Sphère des Fixes

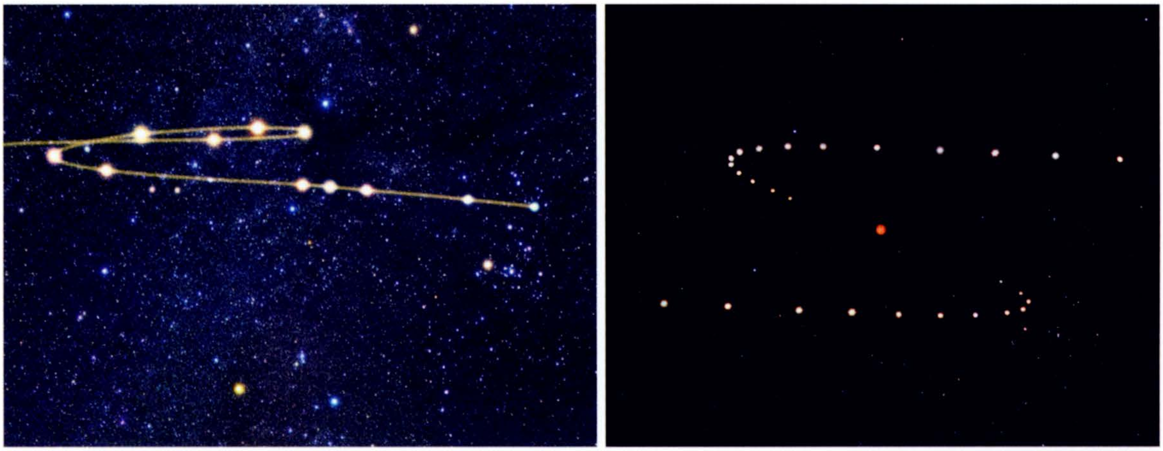
Déformés que nous sommes par la vision cartésienne d'un espace infini que l'on nous enseigne depuis plus de trois siècles, nous sommes étonnés que les Grecs ne se soient pas posé la question « mais qu'y a-t-il au-delà de la Sphère des Fixes ? ».
La réponse souvent évoquée repose sur la notion de « lieu » chez Aristote, pour qui il n'existe ni « vide », ni « espace » distinct des choses : au-delà de la Sphère des Fixes, il n'y a aucun objet, donc pas de « lieu », donc rien. Toutefois, cet argument n'est finalement guère convaincant puisque la physique n'est censée s'appliquer qu'au monde sublunaire.
En fait, l'inanité de la question devrait maintenant nous être claire : de même que lorsqu'on conçoit un triangle, on ne se demande pas « ce qu'il y a » entre les trois droites qui le délimitent, de même il n'y a rien « bien sûr » au-delà de la Sphère des Fixes, car le Ciel grec n'est pas, en fin de compte, matériel. Aucun objet, au sens terrestre du mot, n'y réside, les astres sont des sphères parfaites, leurs orbes – les cercles de la photo p. 8 – sont ceux de la géométrie. Seule l'immatérielle droite infinie d'Euclide pourrait percer les confins de l'Univers, mais les astronomes n'ont pas eu besoin de cette hypothèse.

sous des angles différents à six mois d'intervalle ; cette parallaxe (Fig. 3) devrait de plus permettre de mesurer la distance des étoiles rapportée au diamètre de l'orbite de la Terre. Puisqu'aucune différence d'angle n'est observée, c'est que notre œil n'est pas assez précis pour la percevoir ; en d'autres termes, si la Terre tourne autour du Soleil, la distance des étoiles n'est alors pas à mesure humaine[3].
Pour trancher la question, il fallut donc se rabattre sur le « principe d'économie » qui, des siècles plus tard, prit le nom de « rasoir d'Ockham », à savoir l'argument de la simplicité : puisqu'apparemment les astres tournent autour de la Terre et qu'il n'y a pas de raison observationnelle de penser autrement, puisqu'en plus la Terre, non mathématisable, n'est pas un astre comme les autres, puisqu'enfin la physique du Stagirite multiplie les arguments en ce sens, eh bien, mettons la Terre au centre de notre Cosmos.
On le voit, et les quelques détails donnés sur les raisonnements menant à son élaboration le prouvent, le cosmos grec, un mot qui remonterait à Pythagore et qui signifie à la fois Univers, ordre, et aussi harmonie et beauté, se démarque sans appel des mythes (même grecs !), ces discours, légendes ou fables sur les origines du Monde dont on ne discute jamais les fondements.

Le cosmos grec

Trois siècles de débats sur le rôle des mathématiques dans la compréhension des phénomènes s'étaient cristallisés en une représentation du Cosmos où la Terre, sphérique, mais exclue de l'Univers mathématisable, trônerait au centre du Monde.
Pour expliquer ensuite pourquoi les astronomes voient au cours de la nuit les étoiles tourner en cercle autour d'un point (l'étoile polaire, voir la photo p. 8), on décida aussi que ce ne serait pas la Terre qui tournerait sur elle-même, mais les étoiles qui tourneraient chaque jour autour d'elle – ce pour des raisons également tout à fait rationnelles, et contrairement à ce qu'avaient soutenu Héraclide du Pont ou Aristarque de Samos.
On connaît en effet la force centrifuge qui écarte tous les objets du centre d'un manège tournant ; celui créé par une Terre en rotation sur elle-même arracherait tous les objets de sa surface, or ce n'est pas le cas (rappelons que la gravité était, pour les Grecs, un mouvement terrestre naturel vers le bas, et non, comme le postula Newton 2 000 ans plus tard, une force compensant largement l'effet centrifuge).

3. La première parallaxe fut mesurée en 1838 par Friedrich Bessel, à l'aide d'un instrument complexe (un héliomètre). La parallaxe de l'étoile la plus proche du Soleil, Proxima Centauri, est de 0,77 seconde d'arc, soit l'angle sous lequel on voit une pièce de 2 cm de diamètre située à 5,3 km de distance.



4 Le mouvement rétrograde de Mars (à gauche) et de Vénus (à droite). Dans les systèmes cosmologiques grecs, ces mouvements complexes s'expliquent par des compositions de mouvements circulaires centrés sur la Terre. Pour en savoir plus, voir « Les systèmes planétaires grecs » p. 28.

En revanche, les astres, célestes par définition, donc immatériels et non soumis aux tribulations sublunaires, peuvent, eux, tourner sans encombre autour de la Terre à une vitesse vertigineuse.

Cela étant, cette vitesse ne peut pas être infinie car alors toute distance finie serait parcourue instantanément et des lieux différents deviendraient indistinguables, une contradiction dans les termes. La vitesse des astres autour de la Terre doit donc être finie et aucun d'entre eux ne peut en conséquence en être infiniment éloigné[4] ; d'ailleurs, si c'était le cas, la notion de « centre de l'Univers », où siège la Terre, perdrait de son sens. Ainsi s'impose, de fil en aiguille, le fait que le Cosmos est fini et que ses confins, la « Sphère des Fixes » où sont fichées les étoiles, tourne autour de la Terre en 24 heures, autour d'un axe dirigé vers l'étoile polaire.

Le cadre général étant mis en place, l'astronomie devint un magnifique terrain de jeu de la géométrie.

Le plus simple était de décrire en première approximation le mouvement des planètes comme celui des étoiles, à savoir par des mouvements circulaires centrés sur la Terre ; mais, comme leur nom l'indique, les planètes sont des astres « errants » et leurs mouvements sont complexes[5].

Des descriptions de plus en plus fines du mouvement des planètes furent donc élaborées au fil des siècles, culminant avec le système de Ptolémée. Ce n'est pas le propos ici d'entrer dans leurs détails (on en trouvera quelques-uns p. 28). Insistons en revanche sur le fait que ces systèmes étaient des modèles géométriques dont la réalité, mathématique, était tout autre que celle des phénomènes terrestres.

Le programme de l'astronomie était en effet, depuis Platon, de « sauver les apparences », ainsi que le résuma Simplicius au VIe siècle de notre ère dans son commentaire du *De Caelo* :

« *Quels sont les mouvements circulaires et parfaitement réguliers qu'il convient de prendre pour hypothèses afin qu'on puisse sauvegarder les phénomènes* (σῴζειν τὰ φαινόμενα) *présentés par les astres errants ?* »

Il n'était donc pas du tout gênant que deux modèles différents pussent décrire

4. Voici l'argument exact d'Aristote dans son *De Caelo*, livre I, chap. 5, § 6 : « *Or, il est bien évident qu'on ne saurait parcourir la ligne infinie dans un temps fini. [...] Or, le ciel accomplit sa marche tout entière et sa révolution circulaire dans un temps fini [...] Donc il est impossible que le corps qui a le mouvement circulaire soit jamais infini.* » (Le « corps » est ici la sphère sur laquelle est fixé l'astre.)

5. Le point ici n'est pas de prétendre que les Grecs furent les premiers à observer ces merveilles (Fig. 4), mais de montrer qu'ils ont été les premiers à les expliquer, en les identifiant à des objets mathématiques.

La taille de l'Univers grec

Aristote, dans son *De Caelo*, mentionne bien «*les mathématiciens qui ont essayé de mesurer les dimensions de sa circonférence, la portent à quarante fois dix mille stades*», mais le traducteur (en l'occurrence, Jules Barthélemy Saint-Hilaire, dans la première version française de 1866) regrette que les mathématiciens en question ne soient pas cités, et avoue aussi que d'autres éditions donnent «pas» au lieu de «stades»...

Ptolémée aussi, dans ses *Hypothèses Planétaires*, arrive à la conclusion, en supposant qu'il n'y a pas d'espace vide entre les sphères célestes, que la distance aux étoiles fixes est approximativement égale à 20000 rayons terrestres, valeur qui sera répétée pendant des siècles, mais, comme l'écrit A. van Helden, cela «*était un mélange de notions philosophiques [...], d'estimations à l'œil nu invérifiables [...] et de méthodes géométriques donnant des résultats faussement précis qui avaient, rétrospectivement, plus à voir avec la numérologie qu'avec la science*». De plus, les rayons terrestres n'étaient pas convertis en stades...

Il est vrai, enfin, qu'Archimède, dans son traité l'*Arénaire* dédié au roi de Syracuse, donne une estimation du diamètre de l'univers héliocentrique d'Aristarque, en stades; il arrive à cent mille milliards de stades, en surestimant énormément et volontairement toutes les distances. Le sujet de l'*Arénaire* n'est toutefois pas l'astronomie: il s'agit d'un traité sur la représentation des très grands nombres (en substance, Archimède y invente les puissances de 10) ; et le calcul de la taille de l'Univers est présenté comme un exercice de manipulation de ces grandeurs pour obtenir le nombre de grains de sable qu'il pourrait contenir (en latin, *arena* signifie «sable»).

En reprenant la méthode d'Archimède, mais avec les estimations d'Aristarque (voir p. 27), on arrive à une distance Terre-Soleil de l'ordre de 15 à 20 millions de stades et une distance Terre-étoiles supérieure à 40000 rayons terrestres (ce qui est l'ordre de grandeur donné par Ptolémée), soit 1,6 milliard de stades.

Il faut noter que ce cosmos grec est certes immense à l'échelle humaine mais minuscule comparé au cosmos moderne: 20000 rayons terrestres, par exemple, c'est environ la distance Terre-Soleil admise aujourd'hui.

le mouvement d'une planète particulière, en utilisant, par exemple, soit des excentriques, soit des épicycles – deux modèles dont Théon de Smyrne montra l'équivalence (il vécut sous l'empereur Hadrien au début du IIe siècle après J.-C. et est donc un proche prédécesseur de Ptolémée). (Voir « Les systèmes planétaires grecs », p. 28.)

Concluons ce survol par une remarque qui confirme, il me semble, la pertinence de la présentation du cosmos grec telle qu'elle a été développée ici.

Étant donné les remarquables accomplissements de l'astronomie grecque, il est en effet frappant de constater qu'aucune évaluation de la taille de cet Univers fini et clos, c'est-à-dire aucune estimation du rayon de la Sphère des Fixes en unités « terrestres », que ce soit en mètres, en coudées ou en stades, n'a été tentée par les Grecs, ou alors de façon extrêmement vague. Pourtant, on l'a vu, Érathostène avait mesuré le rayon de la Terre (40000 stades) ; Aristarque avait mesuré la taille de l'orbite Terre-Soleil (380 rayons terrestres, corrigés par Hipparque en 490) ; le même Hipparque avait une estimation du plus petit angle mesurable à l'œil nu (de l'ordre du demi-degré) : pourquoi n'avoir jamais mesuré l'Univers ?

Une première raison pour ne pas avoir calculé « sérieusement » la taille de l'Univers est que les astronomes grecs, Hipparque en premier lieu, étaient bien sûr conscients que les imprécisions de mesure accumulées dans l'établissement de cette échelle de distance rendaient toute évaluation numérique extrêmement peu fiable (rappelons que l'estimation du rayon terrestre par Érathostène repose sur la vitesse moyenne des chameaux entre Assouan et Alexandrie...).

Mais il en est peut-être une autre, plus profonde, que je laisse à la méditation du lecteur et aux critiques des historiens : le rayon de la Terre peut légitimement être mesuré, en stades par exemple, car dans notre vil monde sublunaire, on peut faire comme si toute grandeur était commensurable

et se contenter d'en donner une valeur approximative ; mais il n'est pas question de faire de même dans la description du monde idéal des astres.
La seule chose que l'on puisse dire en fin de compte sur la taille du cosmos grec, c'est qu'il était vaste, soit, mais à la mesure de la raison humaine, comme le chanta si bien Ptolémée dans son seul poème qui nous soit parvenu :

« Moi qui passe et qui meurs,
je vous contemple, étoiles !
La terre n'étreint plus l'enfant
qu'elle a porté.
Debout, tout près des dieux,
dans la nuit aux cent voiles,
Je m'associe, infime, à cette immensité ;
Je goûte, en vous voyant,
ma part d'éternité. »

Traduction de Marguerite Yourcenar, *La Couronne et la Lyre*, Gallimard, 1979, p. 381.

Mille ans de friche

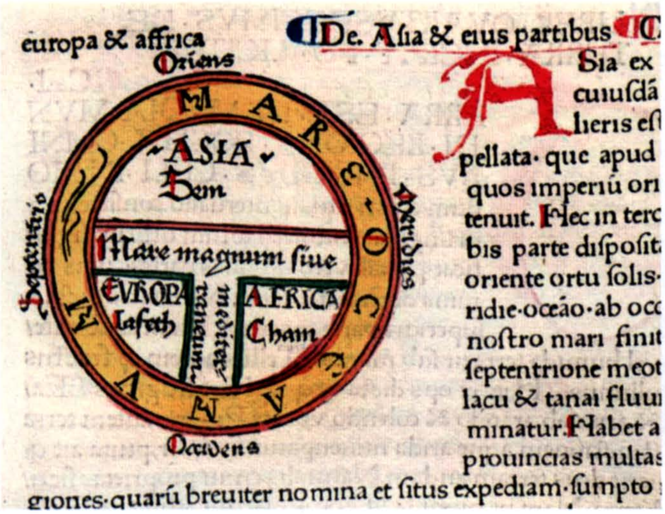
J'ai cité l'épigramme de Ptolémée pour clore cette succincte présentation du cosmos grec. Elle fut écrite vers 150 après J.-C. à Alexandrie, à l'époque de l'empereur Marc Aurèle, quand la science grecque était déjà sur son déclin. Bientôt Palladas écrirait, au IVe siècle :

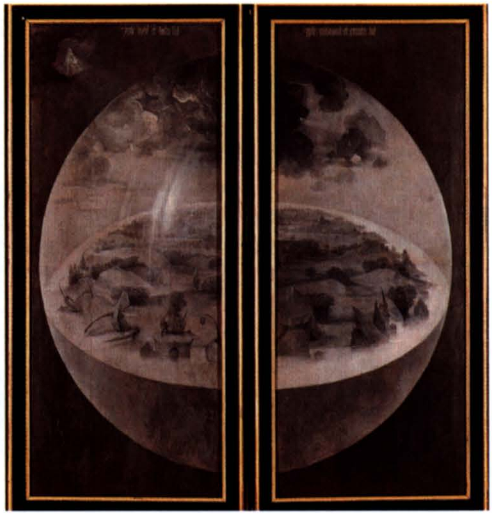
« Sommes-nous morts, nous Grecs,
en une ombre profonde
Entraînés, croyant vivre,
et flottant dans un songe ?
Ou sommes-nous les seuls vivants,
lorsque tout plonge
Au gouffre, et que la vie est morte,
et mort le monde ? »

Traduction de Marguerite Yourcenar, *La Couronne et la Lyre*, Gallimard, 1979, p. 429.

Cette Science, née sur les rivages de la Méditerranée vers 600 avant J.-C., avait bien évidemment connu au cours de sa longue histoire des vicissitudes et des éclipses, mais elle avait aussi brillé de mille feux, avait essaimé sur les pas d'Alexandre le Grand jusqu'aux bords de l'Indus et ses frontières ensuite n'avaient connu que celles du vaste empire romain. Un glas sonna pour elle en 380 après J.-C. lorsque Théodose Ier, dernier empereur de l'Empire unifié, imposa par l'Édit de Thessalonique le christianisme (trinitaire) comme « religion d'État » et ferma un peu plus tard, dit-on, ce qui restait du « Mouséion » d'Alexandrie, alors dirigé par le néoplatonicien Théon, mathématicien et éditeur d'Euclide.
Il sonna à nouveau lorsqu'en 415, la fille de Théon, Hypatie, philosophe, mathématicienne et astronome de grand renom, fut

5 Représentations du Monde. En haut à gauche, la mosaïque *Création du Cosmos* de la cathédrale de Monreale, Sicile, XIIe siècle. **En haut à droite,** une enluminure de l'*Image du Monde*, de Gossuin de Metz, XIIIe siècle, BNF. **En bas,** un tableau de Giovanni di Paolo, 1445, The Metropolitan Museum of Art, New York.





6 De symboliques représentations médiévales du Monde. À gauche : carte TO (*Terrarum Orbis*) illustrant les *Etymologiae* d'Isidore de Séville (début du VIIe siècle), édition de Guntherus, 1472, Bayerische Staatsbibliothek de Munich. **À droite :** Jérôme Bosch, *Le Jardin des Délices*, 1503, Musée du Prado.

dépecée vivante dans les rues d'Alexandrie par une populace chrétienne montée par l'évêque contre le gouverneur païen qu'elle conseillait.

Il sonna enfin en 529, lorsque l'École néoplatonicienne d'Athènes, héritière de l'Académie fondée par Platon 900 ans plus tôt, fut fermée, sur ordre de l'empereur d'Orient Justinien Ier, autre zélé chrétien.

Pendant les 900 ans qui suivirent, le Moyen Âge européen accomplit certes des merveilles, en théologie notamment (autre édifice déconnecté, comme les mathématiques et l'astronomie, des phénomènes...), et bâtit des cathédrales, symboles de sa Foi et expressions de ses Connaissances.

Malgré tout l'intérêt historique du rôle de l'Église et des Arabes dans la transmission des textes anciens, malgré la profondeur et la finesse des débats scolastiques et commentaires de textes qui firent la gloire, à partir du XIIe siècle, des universités de Bologne, Paris, Oxford, Cambridge ou Salamanque, et malgré les trésors d'érudition et d'enthousiasme des historiens, la science, au sens où les Grecs et les modernes l'entendent, ne fit pendant tout ce temps que végéter.

Car force est de constater, pour ne prendre qu'un exemple emblématique, que la mosaïque, l'enluminure ou le tableau de la figure 5, quelle que soit leur valeur artistique ou poétique, ne firent que perpétuer, siècle après siècle, une vision toujours identique et dégradée du Cosmos grec, où la rigueur scientifique cède place à des messages religieux.

Prenons un exemple, plus pertinent probablement que les illustrations de la figure 5, de cette (relative) indigence scientifique : l'établissement de tables astronomiques, c'est-à-dire le recensement précis de la position des étoiles et des planètes sur de longues périodes, accompagné d'algorithmes de calcul afin de pouvoir prédire leurs positions à venir. Bien sûr, de telles tables perdent de leur précision avec le temps. Celles de Ptolémée, qui affinaient celles d'Hipparque établies 300 ans plus tôt, restèrent quasiment inchangées jusqu'au XIIIe siècle, soit pendant plus de 1 000 ans. Cela montre à la fois leur précision et... qu'on pensait inutile de faire mieux.

Pour la science grecque, de telles tables étaient l'aboutissement du modèle du Monde sous-jacent. En revanche, la motivation du roi Alphonse X de Castille, qui recruta une armée d'astronomes à partir de 1248 pour en établir de nouvelles (le canon – autrement dit, le mode d'emploi – par Jean de Saxe date, lui, de 1327), était tout autre puisque, comme l'écrit Emmanuel Poulle « *la connaissance des positions des planètes à tout moment servait avant tout, pour ne pas dire exclusivement, à des fins astrologiques : établir l'horoscope d'une naissance ou d'un événement important.* »

Il serait cependant un peu malhonnête de ne pas citer la suite... : « *Mais derrière cette finalité que d'aucuns jugeraient dérisoire, il y a un phénomène culturel et une approche scientifique qui méritent une prise en compte par l'historien.* » (L'auteur détaille ensuite les caractéristiques techniques qui démarquent ces tables de celles qui ont précédé, en particulier les tables tolédanes de 1080.) Il faut aussi concéder que Ptolémée, à côté de son immortel *Almageste*, a commis un livre d'astrologie, le *Tetrabiblos*... (Pour un autre exemple de ce millénaire de friches, voir aussi l'encadré p. 23.)

On me pardonnera un dernier coup d'estoc : le monde lettré savait, on l'a dit, que la Terre était sphérique... Mais les représentations qu'il en fit pouvaient dérouter le *vulgum pecus*, comme l'illustre la figure 6 ! Nos contemporains d'ailleurs, bien que sensibles à leur poésie, ne se sont pas privés d'en sourire (Fig. 7)...

Sur les vingt-cinq siècles que la science contemporaine possède en héritage, neuf sont, hélas, quasiment vides. Pire, le Moyen-Âge, en identifiant le Ciel grec au Ciel chrétien, transforma en dogme une vision du Cosmos qui, à l'origine, était fondée sur une série d'hypothèses étayées par la raison et l'observation.

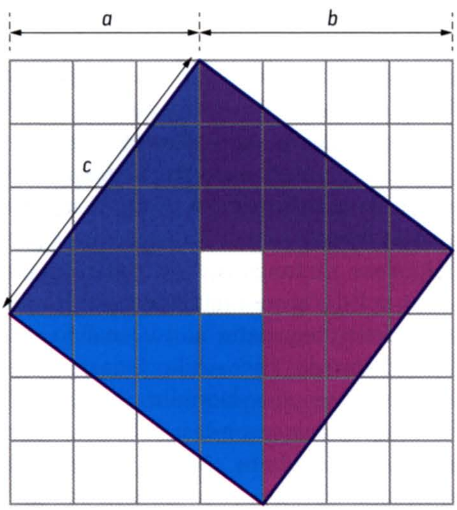
Bien sûr cette diatribe est caricaturale.

Par exemple, les astronomes de la cour abbasside de Baghdad, au IX^{e} siècle, firent plus que traduire Euclide et Ptolémée en arabe et faire de précieuses observations – qui conduisirent, entre autres, aux tables tolédanes du XI^{e} siècle ; ils perfectionnèrent aussi le calcul trigonométrique ; ils manipulèrent encore les irrationnels, qu'ils qualifiaient de « sourds », comme si c'étaient des nombres, et purent ainsi écrire les racines des équations du second degré et fonder l'algèbre. Est-ce parce que les irrationnels ne les effrayaient guère ? En tout cas, ils convertirent sans vergogne en unités terrestres, disons en miles, les distances des planètes et des étoiles données en rayons terrestres par les Grecs, distances qui seront reprises dans la littérature médiévale, par Dante en particulier, dans son *Convivio,* au tout début du XIV^{e} siècle. Cela montre que l'abîme sur laquelle j'ai insisté à l'envi entre mondes sublunaire et céleste n'était bien sûr pas totalement infranchissable...

7 Des représentations du Monde revisitées par nos contemporains. En haut : lithographie de Camille Flammarion, 1888. **En bas :** image extraite du film *The Truman show*, Peter Weir, 1988.

Rappelons aussi que les théologiens qui commentèrent siècle après siècle les Écritures léguèrent aux clercs des universités l'art de « faire parler » les textes sans les trahir, l'art aussi de faire la synthèse de textes apparemment sans relation. Saint Thomas d'Aquin, au XIIIe siècle, réussit par exemple à réconcilier la physique d'Aristote récemment redécouverte et la Bible – en particulier (tour de force !) la transmutation aristotélicienne des éléments et le mystère de la transsubstantiation de l'hostie en corps du Christ lors de l'Élévation. Ainsi, les discussions des scolastiques autour des textes grecs, semblables par leur méthode à celles des théologiens commentant les Écritures, contribuèrent à rapprocher petit à petit la physique et l'astronomie, ouvrant la voie à la révolution galiléenne – que ce soit les discussions sur la nature des sphères, déférents et épicycles, leur solidité, épaisseur etc., celles qui menèrent aux 219 condamnations des sorbonnards par l'évêque Étienne Tempier en 1277, celles de Nicolas Oresme au XIVe siècle, celles de Nicolas de Cuse dans la première moitié du XVe siècle dans sa *Docte ignorance*, pour ne citer que quelques jalons.

Il manquait cependant un ingrédient crucial à tout ce bouillonnement intellectuel : se limitant pour l'essentiel au commentaire de texte, ces *disputationes* et *quodlibet*, au cours desquels en fin de compte on discutait d'hypothèses variées sans les prendre au sérieux, ne relevaient pas d'une démarche scientifique – qui, systématiquement, confronte modèle mathématique et observations.



B Une démonstration du théorème de Pythagore.

Pour aller plus loin

Nombres pairs, impairs et rationnels

Nous aurons besoin dans la suite des nombres pairs, 2, 4, 6, etc., et impairs, 1, 3, 5, etc., ainsi que des nombres rationnels m/n, du latin *ratio*, signifiant « rapport » des deux nombres entiers m et n, qui peuvent toujours être pris, après simplification de la fraction, l'un pair, $m = 2p$, l'autre impair, $n = 2q + 1$, ou l'inverse.

Les Grecs avaient très vite compris que la valeur numérique de tels nombres rationnels ne pouvait, dans certains cas, être obtenue que de façon approximative. Par exemple, 20/7 peut être approché par 2,86 ou 2,857. L'arpenteur choisira la valeur approchée conforme à la précision dont il a besoin.

Pour le mathématicien, en revanche, la valeur exacte de 20/7 comporte une série de décimales infinie, quoique périodique (2,85714 285714 285714...). Un tel nombre fait néanmoins sens, puisqu'il est défini à partir de deux nombres entiers : on sait l'additionner à un autre rationnel, le soustraire, le multiplier, etc. (Les notations utilisées par les Grecs, même simplifiées par Diophante au IIIe siècle après J.-C., ne rendaient pas ces résultats aussi transparents que dans les notations modernes utilisées ici ; l'emploi des nombres décimaux, par exemple, inventés par les mathématiciens arabes, ne se généralisa qu'à la fin du XVIe siècle.)

Le problème inverse est plus épineux : comment savoir si un nombre comprenant une infinité de décimales est ou non le rapport de deux entiers ?

Le système d'Héraclide du Pont

Prenons comme autre exemple de l'étiage médiéval le souvenir du modèle d'Héraclide du Pont, qui traversa les siècles, maintes fois recopié, mais sans grand esprit critique (Fig. 9).

Héraclide du Pont (je résume ici ce que Pierre Duhem en dit à des endroits variés de son *Système du Monde*), un élève d'Aristote, avait proposé vers 350 avant J.-C. de faire orbiter Mercure et Vénus, les planètes que nous qualifions aujourd'hui d'intérieures, autour du Soleil plutôt que de la Terre (parce qu'elles restent toujours proches de lui).

Cicéron mentionne, sans citer de source, cette hypothèse en 54 avant J.-C. dans le *Songe de Scipion*, seul passage connu jusqu'au XIXe siècle de son *De Republica*, conservé grâce aux commentaires qu'en fit Macrobe à la fin du IVe siècle.

Vers 100 après J.-C., Théon de Smyrne, proche prédécesseur de Ptolémée (que nous avons déjà évoqué), la mentionne aussi en se référant non à Héraclide, mais à un certain Adraste d'Aphrodisias dont il ne reste rien.

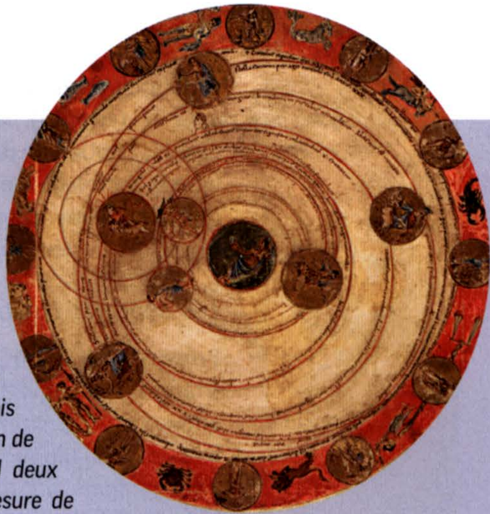
Ce modèle «mixte» fut cependant vite ignoré par les astronomes, car la théorie des épicycles d'Hipparque et de Ptolémée rendait l'hypothèse inutile.

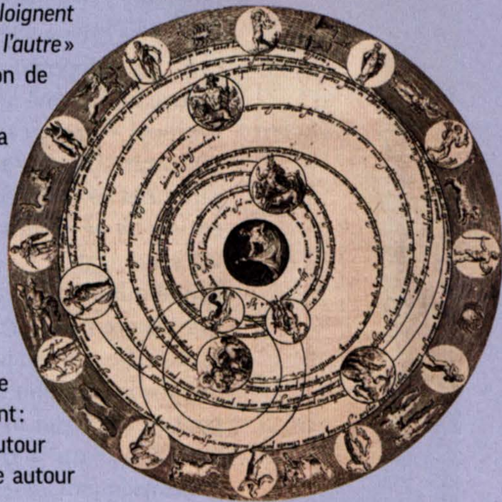
Il fut néanmoins mentionné régulièrement ensuite, par exemple, par Chalcidius, dont la traduction en latin du Timée en 321 fut longtemps une référence, puis, comme nous l'avons vu, par Macrobe, qui écrivit en particulier: «*Mercure est si près de Vénus, et le soleil est si peu éloigné de Mercure, que cette période d'une année, ou à peu près, est la même pour ces trois astres. Cicéron a donc eu raison de donner pour escorte au soleil deux planètes qui, pendant une mesure de temps toujours la même, ne s'éloignent jamais beaucoup l'une de l'autre*» (livre I, chapitre 19, traduction de Désiré Nisard, 1875).

Citons enfin Martianus Capella et son *De Nuptiis*, composé vers 420, que Copernic mentionne dans son *De Revolutionibus* de 1543.

En 1588, Tycho Brahe, peu satisfait du système héliocentrique de Copernic, propose le dernier système «mixte», mais en le modifiant: toutes les planètes tournent autour du Soleil, qui lui-même tourne autour de la Terre.

Force donc est de constater qu'il fallut près de 2000 ans pour que l'hypothèse d'Héraclide soit reprise et amendée pour devenir un système cosmologique du même calibre que celui de Ptolémée.





9 La preuve par l'exemple de «mille ans de friche». En haut, un manuscrit du IXe siècle représentant le système mixte d'Héraclide du Pont (ETH-Bibliothek Zürich). **En bas,** la même représentation reprise par Grotius, imprimé à Leyde en 1600, soit 700 ans plus tard et plus de 50 ans après la publication du *De Revolutionibus* de Copernic.

Le théorème de Pythagore

Soit $n = a + b$ le côté du carré circonscrit (Fig. 8). Si l'on admet que l'aire d'un carré est donnée par le produit de ses côtés, sa surface est $n^2 = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (la deuxième égalité découlant des règles préétablies de l'addition et de la multiplication), ce qui s'écrit aussi $n^2 = 4ab + (a - b)^2$. (Dans l'exemple de la figure 8, où $a = 3$ et $b = 4$, on a $(a - b)^2 = 1$, représenté par le petit carré blanc central.) Par symétrie, le quadrilatère inscrit est un carré. Soit c son côté, qui est aussi l'hypoténuse du triangle rectangle de côtés a et b; sa surface est c^2 et s'écrit aussi ($ab/2$ étant la surface des triangles de couleur): $c^2 = 4(ab/2) + (a - b)^2 = a^2 + b^2$ pour tout a et tout b, c.q.f.d.

Un angle rectangle, par définition, est obtenu en divisant un cercle en quatre parties égales. Il est instructif de réfléchir, comme le fit David Hilbert à la fin du XIXe siècle, à tout ce qu'implique, opérationnellement (c'est-à-dire en pratique, « sur le terrain »), la vérification de ces égalités : notion de déplacement rigide, de figures semblables, etc. Le « si l'on admet » qui ouvre l'énoncé du théorème ne peut plus alors passer inaperçu...

Les nombres irrationnels

Prenons le cas où les deux côtés d'un triangle rectangle ne sont pas de longueur 3 et 4, comme dans l'exemple babylonien (auquel cas, l'hypoténuse vaut 5), mais où ils sont égaux et de longueur 1. Par définition du nombre 1, son carré est 1 aussi ; par conséquent, le carré de l'hypoténuse vaut 2 et l'hypoténuse elle-même $\sqrt{2}$, par définition du symbole « racine carrée », $\sqrt{\ }$. Question : que vaut $\sqrt{2}$, c'est-à-dire à quel nombre rationnel m/n rapport des deux nombres entiers m et n, l'un pair, l'autre impair, $\sqrt{2}$ est-il égal ?

Par définition de la racine, on a $2 = (m/n)^2$, soit encore $m^2 = 2n^2$. Par conséquent, m^2 est pair. Or si m^2 est pair, alors m l'est aussi. Supposons en effet que m est impair ; on peut alors l'écrire $m = 2p + 1$, et l'on a $m^2 = (2p + 1)^2 = 4p^2 + 4p + 1 = 2(2p + 2) + 1$; par conséquent, m^2 est impair, ce qui n'est pas le cas ; donc m est pair, c.q.f.d.

On peut donc écrire $m = 2p$ et l'égalité $m^2 = 2n^2$ devient $2p^2 = n^2$ après simplification par 2. Par conséquent, n^2 est pair ainsi que n. Cependant, m et n ne peuvent pas être pairs tous les deux. Donc $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel. (On attribue à Aristote cette démonstration, présentée en détail dans le livre X des *Éléments* d'Euclide. On montre de même l'irrationalité de tous les nombres premiers.)

Ainsi, si un champ est un carré d'exactement 1 stade de côté, l'arpenteur ne pourra pas donner la longueur de sa diagonale D sous la forme D = 1 stade + une fraction précise de stade.

Zénon, Achille et la tortue

J'ai insisté précédemment sur l'obstacle que représentait l'irrationalité de certains nombres à la mathématisation des phénomènes. Zénon d'Élée (au sud de Naples) en énonça d'autres, sous forme de paradoxes (il fut élève de Parménide, au début du v^e siècle, soit une ou deux générations après Pythagore, une ou deux avant Platon, puis Aristote ; il rencontra le jeune Socrate à Athènes).

Voici celui dit « de la flèche ». Si une flèche parcourt 1 mètre en 1 seconde, alors en un centième de seconde, elle parcourt 1 centimètre, en un millième de seconde 1 millimètre, etc. Si le temps est divisible à l'infini, eh bien... elle n'avance plus ! Il fallut attendre Leibniz et Newton au XVII^e siècle pour définir la vitesse instantanée d'un objet (ici égale à 1 $m.s^{-1}$), rapport d'une distance et d'un temps aussi petits que l'on veut, mais qui reste néanmoins fini, un concept indispensable à la mathématisation des lois du mouvement.

Le paradoxe d'Achille et de la tortue est tout aussi instructif ; comme le précédent, il montre la difficulté à considérer espace et temps comme divisibles à l'infini.

Achille (« aux pieds légers ») laisse une avance de n mètres à la tortue (disons, 100 mètres) ; il peut parcourir ces 100 mètres en p secondes (disons 10 secondes), alors que la tortue met q secondes (disons 100 secondes, c'est une tortue véloce) pour parcourir la même distance. En termes modernes, la vitesse d'Achille est donc $v_A = n/p = 10\ m.s^{-1}$ et celle de la tortue $v_T = n/q = 1\ m.s^{-1}$. Pendant un temps t mesuré en secondes, Achille et la tortue parcourent respectivement $d = v_A t$ et $d = v_T t$, en mètres.

La course commence, Achille parcourt les n = 100 m d'avance en p = 10 s, mais pendant ce temps, la tortue a avancé de 10 mètres : $d_1 = v_T p$; Achille met alors 1 seconde pour parcourir cette distance : $t_2 = d_1/v_A$; mais la tortue a avancé de 1 mètre : $d_2 = v_T t_2 = v_T d_1/v_A = p v_T^2/v_A = n v_T^2/v_A^2 = n(p/q)^2$. Au coup suivant, la tortue aura une avance de $n(p/q)^3$ centimètres, etc., soit $n(p/q)^r$ centimètres au bout de r itérations, distance qui ne sera jamais nulle sauf si r devient infini (car $q > p$).

Comment résoudre le paradoxe ? (Car c'est un paradoxe, tout le monde, à commencer par Zénon, sachant bien qu'Achille rattrape la tortue !) En arguant, en fin de compte, que la tortue et le pied d'Achille ont une taille finie que l'on ne connaît pas exactement, ce qui permet de trancher le débat en disant que si la distance entre Achille et la tortue devient inférieure, par exemple, à 1 millimètre, c'est-à-dire après un nombre fini d'itérations (ici $r = 5$), alors on considérera qu'Achille l'a rejointe.

Une telle solution, dont se contentent volontiers arpenteurs, ingénieurs et physiciens, ne satisfait pas, on s'en doute, le mathématicien et ne fait que renforcer le fossé entre Monde des phénomènes et mathématiques. (Ce fossé sera comblé au XIXe siècle par la notion de rayon de convergence d'une série.)

Passons au temps de course d'Achille. Il est donné, après r itérations, par :

$$T_r = p + t_2 + ... + t_r = p + d_1/v_A + ...$$
$$= p + p(v_T/v_A) + ...$$
$$= p[1 + p(v_T/v_A) + ... + p(v_T/v_A)^{r-1}],$$

avec $v_T/v_A = p/q = 1/10$ dans l'exemple choisi. On sait depuis Euclide comment simplifier cette série géométrique : on multiplie T_r par p/q, on fait la différence $T_r - T_r(p/q)$ et l'on obtient, en faisant ensuite tendre r vers l'infini :

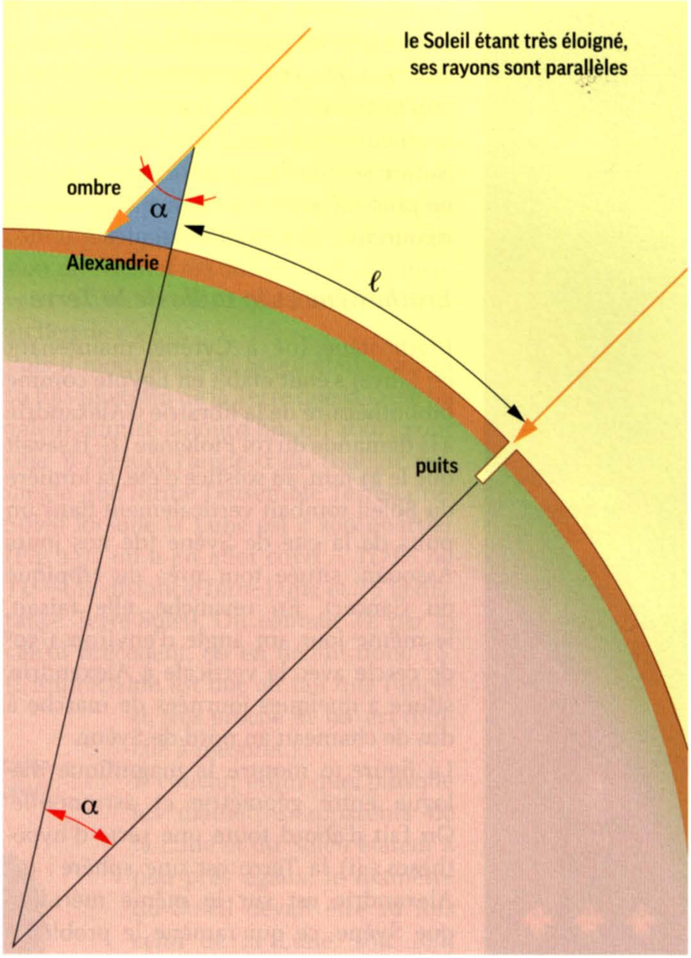
$$T_r = p\frac{1-(p/q)^r}{1-(p/q)}$$

$$\rightarrow \frac{p}{1-(p/q)} = \frac{qp}{q-p}$$

$$= \frac{1000}{90} = \frac{100}{9} = 11{,}1111\text{... secondes.}$$

La question est de savoir si ce nombre possédant une infinité de décimales (mais rationnel et donc tout à fait respectable) peut représenter un temps. Oui, si le temps est indéfiniment divisible, mais l'est-il ? En pratique sûrement pas car il est toujours mesuré par des phénomènes périodiques et donc se compte, en heures, secondes ou picosecondes. La réponse qui, là encore, convient au physicien, mais pas au mathématicien et encore moins au philosophe, est qu'Achille mettra « environ » 11 secondes pour rejoindre la tortue (ou 11,1 en utilisant un meilleur chronomètre, ou 11,111 pour que leur distance soit de 1 millimètre).

Depuis Fermat, Descartes et Newton, le problème est abordé autrement, en introduisant un « axe des x », le long duquel Achille et la tortue se déplacent. Si t est le temps (universel), l'« équation du mouvement d'Achille » est $x = v_A t$ et celle de la tortue est $x = v_T t + n$. La solution de ce « système de deux équations linéaires » est $t = n/(v_A - v_T) = 100/9$ secondes et $x = nv_A/(v_A - v_T) = 1\,000/9$ mètres. Toutefois, ces outils étaient inconnus du temps de Zénon et ne permettent pas



10 Le calcul d'Érathostène : il mesura, un 21 juin à midi, l'angle des rayons du Soleil avec la verticale à Alexandrie. Connaissant la distance à Syène où le Soleil était à la verticale, il put ainsi, en utilisant la géométrie d'Euclide, déterminer le rayon de la Terre.

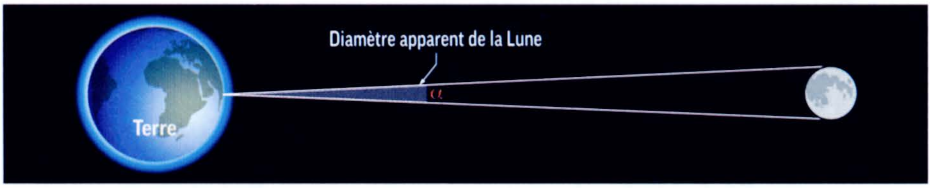
de répondre à sa question si espace et temps ne sont pas divisibles à l'infini.
On le voit, ces paradoxes de Zénon tournent en fin de compte autour de la même question, fondamentale: la Nature serait-elle si mal dégrossie qu'elle ne puisse épouser les lignes élégantes et rigoureuses des mathématiques ?

Érathostène et la taille de la Terre

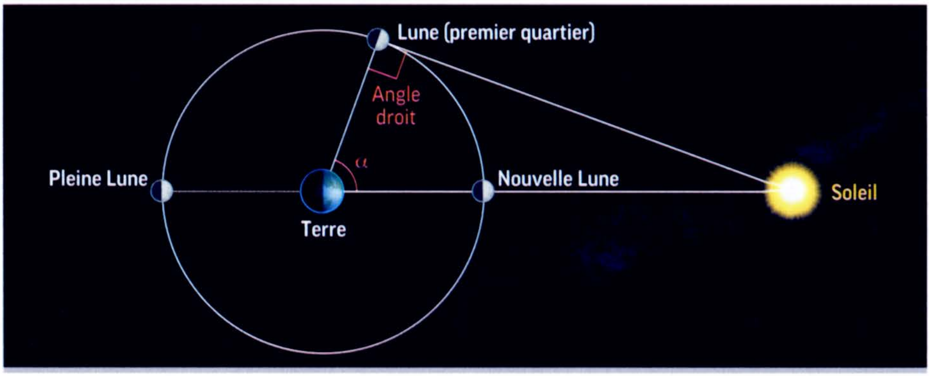
Érathostène (né à Cyrène, maintenant en Libye) s'était établi en Égypte comme bibliothécaire de la librairie d'Alexandrie à la demande du roi Ptolémée III. Il savait que le 21 juin, au solstice d'été, la lumière du Soleil tombait verticalement dans un puits de la cité de Syène (de nos jours Assouan, située tout près du tropique du Cancer). En revanche, elle faisait, le même jour, un angle d'environ 1/50^{e} de cercle avec la verticale à Alexandrie, située à quelques journées de marche à dos de chameau au nord de Syène.
La figure 10 montre le magnifique dialogue entre géométrie et astronomie. On fait d'abord toute une série d'hypothèses: (i) la Terre est une sphère; (ii) Alexandrie est sur le même méridien que Syène, ce qui ramène le problème à de la géométrie plane et permet de représenter la Terre par un arc de cercle; (iii) les rayons du Soleil sont des lignes droites, parallèles entre elles (ce qui découle de l'hypothèse que, vue la précision des mesures qui seront faites, on peut le considérer comme étant à l'infini); (iv) la géométrie d'Euclide (toute récente) s'applique de sorte que les deux angles notés α sont égaux.
On déduit de tout cela que si l est la distance entre Alexandrie et Syène, alors la circonférence C de la Terre est donnée par: $C = 2\pi l/\alpha$, où α vaut $2\pi/50$, soit $C = 50l$.[6]
Le dialogue qui suivit, entre astronomie, c'est-à-dire le monde des Idées, et monde des phénomènes terrestres est plus prosaïque: Ératosthène dut évaluer la vitesse de croisière des chameaux pour en déduire la distance l, dont il estima la valeur à 5 000 stades, ce qui donne une circonférence C = 250 000 stades. Quant

6. On voit que l'irrationnel π disparaît de la formule... Il faut se garder cependant d'en déduire qu'Érathostène avait calculé la circonférence de la Terre plutôt que son rayon pour éviter d'avoir à utiliser π ! En effet, l'irrationalité de π ne fut démontrée qu'en 1761, par Jean-Henri Lambert. Les Grecs approximaient en fait la circonférence d'un cercle par la méthode dite d'« exhaustion », qui consiste à encadrer sa valeur par les périmètres de polygones inscrits et circonscrits, la précision augmentant avec le nombre de leurs côtés.

11 Une éclipse de Lune se produit quand le satellite passe dans l'ombre de la Terre.



12 Angle sous lequel la Lune est vue depuis la Terre.



13 Le système Soleil-Terre-Lune.

aux historiens, ils débattent encore de la longueur du stade et donc de la précision du résultat. On estime aujourd'hui la distance entre Assouan et Alexandrie à 840 km, ce qui conduit à une circonférence terrestre de l'ordre de 42 000 km, valeur remarquablement proche des 40 000 km admis actuellement.

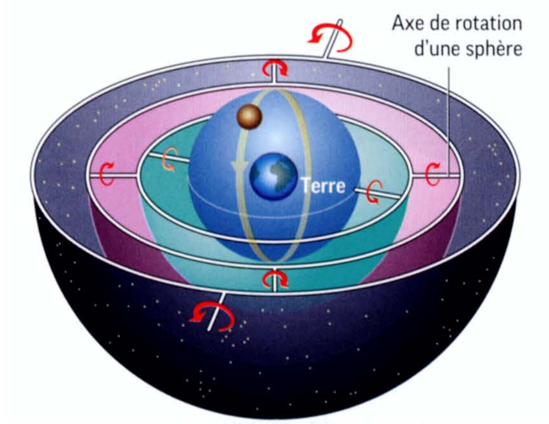
Aristarque et la taille du Soleil

Aristarque (né, comme Pythagore, à Samos en mer Égée, en 310 avant J.-C. mais qui vécut à Alexandrie) montra d'abord que le diamètre de la Terre était environ trois fois celui de la Lune. Pour ce faire, il utilisa le fait que la Lune parcourt une distance égale à son diamètre en 1 heure environ et qu'une éclipse de Lune dure 2 heures (Fig. 11) : le diamètre du cylindre de l'ombre de la Terre, qui est celui de la Terre, est donc égal à 3 fois le diamètre de la Lune (la valeur admise aujourd'hui est 3,7).

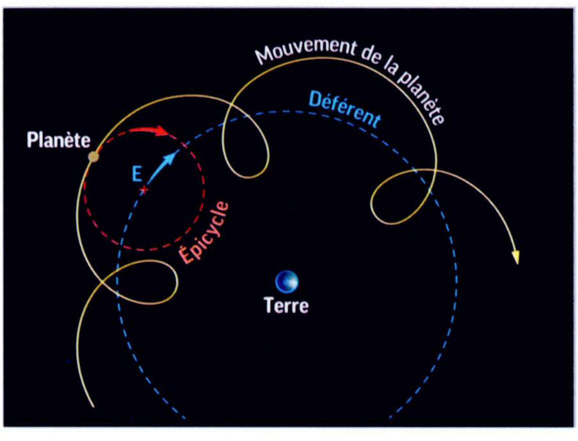
Il montra ensuite que la distance Terre-Lune, TL, était d'environ 10 diamètres terrestres (la valeur admise aujourd'hui est 30). Pour ce faire, il utilisa le fait que si α est l'angle sous lequel on voit la Lune depuis la Terre (Fig. 12), on a alors $TL = D_L/\alpha$ où D_L est le diamètre de la Lune connu par le calcul précédent. L'imprécision du résultat est due surtout à sa mauvaise évaluation de l'angle (de l'ordre de 2° au lieu de 1/2°).

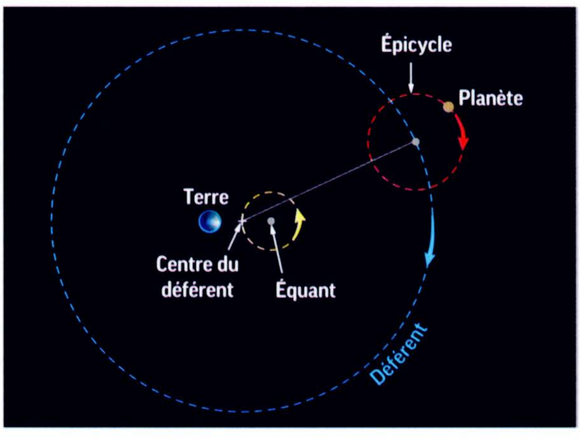
Puis il montra que le Soleil était environ 19 fois plus loin de la Terre que la Lune (la valeur admise aujourd'hui est 400) ; pour cela, il mesura l'angle α du triangle rectangle que forme l'ensemble Terre-Lune-Soleil lorsque la Lune est à son quartier (Fig. 13) ; on a en effet $\cos\alpha = TL/TS$ où TL est la distance Terre-Lune et TS la distance Terre-Soleil. On connaît TL par le calcul précédent, on en déduit donc TS. (L'imprécision est due au fait que l'angle α, très proche de 90° est difficile à mesurer.)

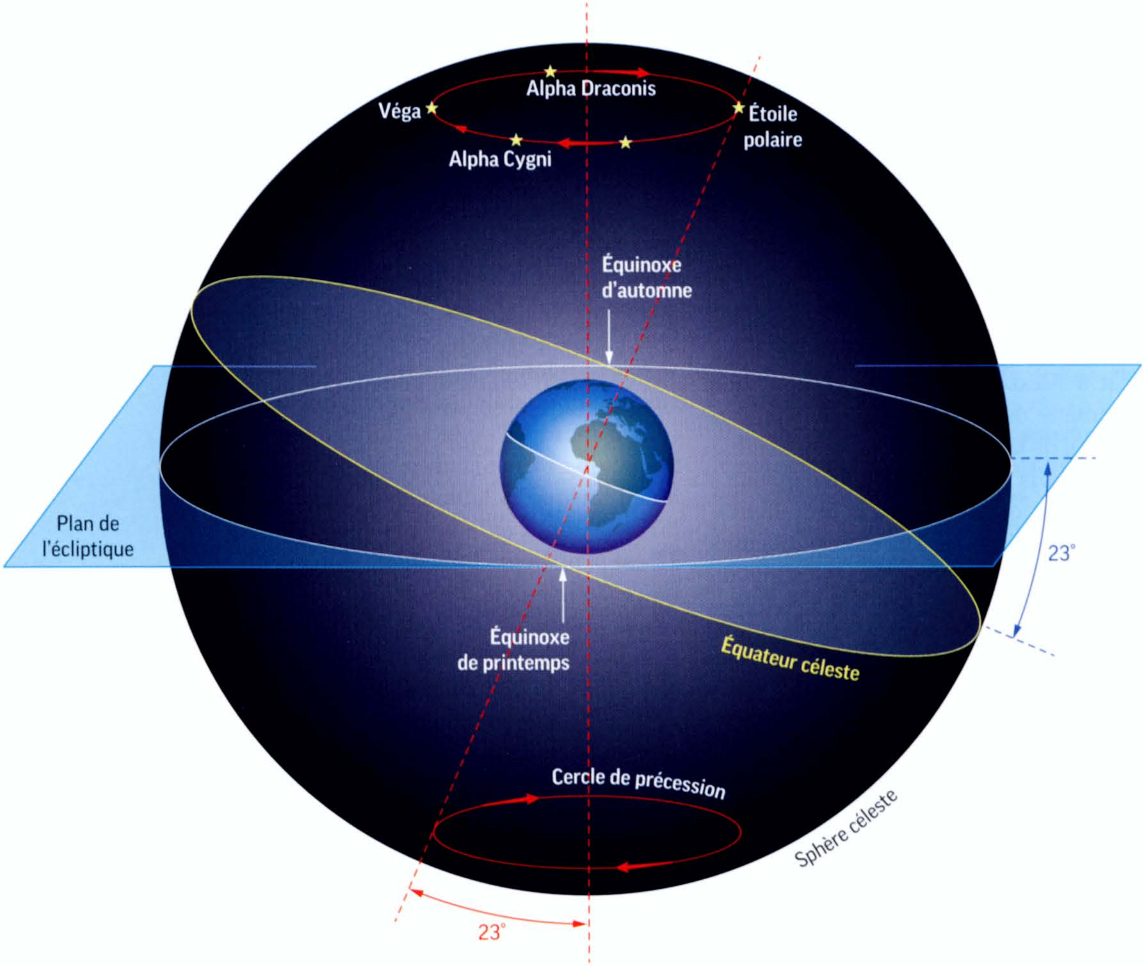
Il conclut enfin que, puisque les diamètres apparents de la Lune et du Soleil étaient à peu près égaux, le diamètre du Soleil devait être 19 fois celui de la Lune, soit 19/3 = 6,3 fois celui de la Terre (la valeur admise aujourd'hui est 110).



14 Les modèles planétaires d'Eudoxe (ci-contre ; ici, seules les quatre sphères associées à une même planète sont représentées), **d'Hipparque** (en bas à gauche ; la planète P tourne uniformément autour du point E selon l'épicycle ; le point E tourne uniformément autour de la Terre selon le déférent) et **de Ptolémée** (en bas à droite).







15 La précession des équinoxes. L'axe de rotation de la Terre, perpendiculaire à l'équateur céleste, tourne avec un angle de 23° autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'écliptique. Le cercle de précession est parcouru en 26 000 ans.

Les systèmes planétaires grecs

Eudoxe (né à Cnide au nord de Rhodes, maintenant en Turquie) eut besoin, vers 370 avant J.-C., de 27 sphères homocentriques dont la composition des rotations autour d'axes variés rendait à peu près compte du mouvement des planètes dans le ciel (Fig. 14). Son modèle expliquait aussi le fait que les planètes interrompent régulièrement leur marche d'ouest en est pour revenir pendant quelque temps sur leurs pas et reprendre ensuite leur course (deux sphères ayant des rotations de sens opposé sont nécessaires pour cela) (Fig. 4).

Vingt à trente ans plus tard, Aristote multiplia d'un facteur deux environ le nombre de ces sphères afin qu'il n'y ait aucun « vide » entre elles et qu'elles puissent s'entraîner les unes les autres. Cependant, une des faiblesses de ces modèles de sphères homocentriques, dans lesquels les planètes restent à distance constante de la Terre, est qu'ils ne peuvent pas rendre compte d'une observation facile à faire : la variation périodique de l'éclat des astres, c'est-à-dire de leur distance puisqu'ils sont immuables et ont donc une luminosité intrinsèque constante.

Hipparque (il aurait vécu à Rhodes autour de 150 avant J.-C.) résolut élégamment ce problème en s'écartant du modèle des sphères et en développant celui des épicycles (introduits par

Apollonius de Perga vers 230 avant J.-C.), autrement dit en attachant les planètes à des petits cercles (et non, semble-t-il, nécessairement des sphères) circulant eux-mêmes sur le cercle principal, le déférent (Fig. 14).

Considéré comme le plus grand astronome de l'Antiquité, Hipparque découvrit aussi, en comparant son catalogue de positions d'étoiles à ceux de ses prédécesseurs, la précession des équinoxes (le fait que l'axe autour duquel les étoiles tournent chaque nuit n'est pas fixe, voir photo p. 8, mais se déplace lentement dans le ciel, d'un peu moins d'un degré par siècle).

Il rendit compte de ce phénomène en décrivant la marche des étoiles non pas par une, mais par trois sphères centrées sur la Terre : l'une tournant sur elle-même en 24 heures, l'axe de rotation étant perpendiculaire au plan équatorial et pointant vers une étoile donnée, dite polaire, pour expliquer le mouvement diurne du Soleil ; une deuxième, entraînant la première, tournant sur elle-même en 1 an, dont l'axe de rotation est perpendiculaire au plan de l'écliptique et fait un angle de 23° avec le précédent, pour expliquer son mouvement annuel ; une troisième enfin, entraînant les deux autres et sur laquelle sont fixées les étoiles, tournant autour d'un troisième axe, pour expliquer la précession en 26 000 ans de l'équinoxe vernal, c'est-à-dire de la droite d'intersection du plan équatorial et du plan de l'écliptique (Fig. 15).

Ptolémée, enfin, paracheva le système à Alexandrie 300 ans plus tard, système qui resta inégalé dans son pouvoir prédictif jusqu'à la fin de la Renaissance : le centre du déférent des planètes n'est pas le centre de la Terre, mais tourne autour d'un point placé à mi-chemin entre le centre de la Terre et le point équant, point par rapport auquel la planète tourne à vitesse angulaire constante (Fig. 14). Cela permet de rendre compte du fait que la vitesse orbitale des planètes, mesurée de la Terre, n'est pas constante.

L'héritage grec

L'ambition de la science grecque avait été d'identifier la réalité concrète, à celle, immatérielle, des nombres; mais ce rêve buta sur les incommensurables diagonales des champs... Le Monde se scinda alors en deux: notre Terre, régie par la physique d'Aristote, et le Ciel, « paradis » de la géométrie d'Euclide. Demi-échec? Succès très étonnant au contraire. La question se pose donc, évidente: pourquoi? Pourquoi le Monde devrait-il être mathématisable? La réponse, là aussi, se trouve dans la science grecque.

◄ *L'École d'Athènes*, Raphaël, 1509, musées du Vatican.

Les outils pour défricher le monde

Avant de questionner l'efficacité des mathématiques à dé-« chiffrer » le Monde et leur capacité à s'identifier à l'Univers comme les Grecs en rêvaient, il est peut-être bon de s'attarder un moment sur d'autres outils dont l'Homme dispose pour le dé-« fricher ».

Le tout premier (que les arcanes des racines carrées ne doivent pas nous faire oublier !) est tout simplement notre corps, car c'est lui qui forge notre appréhension première de l'espace et du temps, et inscrit en nous les lois élémentaires du mouvement (voir encadré ci-dessous).

Les outils proprement dits, un silex taillé ou un levier par exemple, extensions en quelque sorte de notre corps, n'ont *a priori* pas pour but d'affiner notre connaissance du monde (même s'ils peuvent nous mettre sur des pistes : « *Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le Monde !* » disait Archimède) ; ils nous servent plutôt à nous l'approprier, à le mettre à notre service. Il en est de même de toute machine, y compris les inventions du génial Archimède, que ce soit sa vis sans fin ou ses probablement légendaires miroirs destinés à bouter le feu à la flotte romaine qui assiégeait Syracuse.

Les instruments de mesure, en revanche, ne sont pas que de simples outils. Ils sont indispensables pour baliser notre environnement (comme le savent bien les arpenteurs !) et, comme leur nom

Espace, temps et mouvement

Imaginons (pas longtemps, ce serait cruel !) un être depuis toujours immobile et dépourvu de nos cinq sens: comment pourrait-il concevoir ce que nous appelons l'espace? Quelle notion pourrait-il avoir du temps? En fait, un être totalement figé ne peut pas être vivant (notre expérience de pensée n'était donc pas si odieuse que cela...): c'est une « chose » qui ne saurait même, physiologiquement, réfléchir.

L'Homme donc, comme tout animal, prend conscience du monde qui l'environne grâce à ses sens et à ses mouvements. Lors de la période d'apprentissage de la prime enfance, les mille et une dimensions de l'espace musculaire se coordonnent pour se réduire à trois. La vue y contribue bien sûr, c'est-à-dire les propriétés de l'œil humain, les fréquences lumineuses auquel il est sensible, etc., et aussi notre vision binoculaire; l'ouïe également joue son rôle: il suffit de rester immobile en se bouchant les oreilles devant un paysage pour vite le percevoir comme un décor dont on ne peut évaluer la distance. À l'inverse, les aveugles de naissance disent qu'ils conçoivent facilement la troisième dimension, mais pas la perspective. Ainsi donc, quelques-unes des propriétés fondamentales que nous attribuons à l'espace, comme sa tridimensionalité, les distances relatives entre objets ou le fait qu'il n'offre pas de résistance à nos mouvements (sauf dans la direction verticale...), sont directement liées à notre condition d'animal terrien.

L'Homme acquiert de même la notion du temps grâce aux myriades d'horloges biologiques de ses cellules qui se synchronisent: le dixième de seconde que prend l'influx nerveux partant du cerveau pour atteindre un muscle est sans doute corrélé au temps mis pour chuter d'une hauteur d'homme sur notre Terre. Quant aux notions élémentaires de flot du temps, de passé et de présent, elles sont sûrement liées au dérèglement de ces horloges biologiques (ce n'est qu'après des réflexions savantes que l'on peut éventuellement être amené à penser l'inverse...).

En bref, espace et temps sont des constructions premières de l'animal-Homme indissociables du mouvement, comme le disait déjà Aristote. Il y a évidemment un abîme entre cette perception physique du mouvement et ce que la science nous en dit: pour Aristote, le mouvement horizontal est forcé et le mouvement vertical naturel; alors que pour Galilée et Newton, c'est l'inverse; et pour Einstein, tout mouvement est naturel mais s'effectue dans un espace incurvé... N'oublions cependant pas la leçon: nos représentations de l'Univers, aussi élaborées soient-elles, sont toujours le fait d'un être à deux pattes, deux yeux... et aussi quelques milliards de neurones.

Neurones qui nous permettent de concevoir des espaces différents de ceux que nous percevons, d'imaginer même des dimensions supplémentaires, par exemple une invisible coccinelle se déplaçant sur une feuille, qui en percevrait comme nous les deux dimensions, mais aussi une troisième, différente de notre verticale, enroulée sur elle-même et de rayon trop petit pour que nous puissions, nous, vérifier que la feuille a une épaisseur.

l'indique, ils ont à voir avec les nombres, donc les mathématiques.

Les Grecs, il faut le reconnaître, n'ont pas particulièrement brillé dans ce que l'on appelle aujourd'hui les sciences expérimentales, c'est-à-dire l'étude fouillée et quantitative des phénomènes : « *Nobody is perfect* »... Dans notre vil monde sublunaire, en effet, il n'était pas vraiment question, ou rarement et c'était alors le fait des ingénieurs, de vérifier quantitativement les prédictions de la physique aristotélicienne : le résultat d'une mesure est toujours un nombre et les nombres, on l'a vu, n'y avaient pas droit de cité. Cela explique peut-être pourquoi le temps, autre que le temps des astres bien sûr, a été pendant des millénaires si mal mesuré, à l'aide de son pouls, de la durée de récitation d'un poème, de clepsydres ou autres sabliers étonnamment primitifs. Il fallut attendre la révolution galiléenne pour que cela change[1]...

L'art aussi nous met en prise directe avec le monde, en deçà (ou au-delà !) du langage, les arts plastiques en particulier. L'artiste, en effet, intériorise certaines facettes du monde et les reconstitue par ses œuvres, une sculpture, un tableau, un monument, dont chacun (à condition d'être un peu réceptif !) peut comprendre le sens immédiatement, sans passer par le langage. Les mégalithes de Stonehenge, les pyramides de Gizeh, le Parthénon, les cathédrales, pour ne citer que ces exemples, éveillent en chaque être humain le sentiment d'être en face d'une clé pour comprendre l'Univers, et ce quel que soit son bagage culturel (encadré p. 34).

La raison d'être des langages courants, quant à eux, est d'organiser le monde qui nous entoure, ainsi que les relations entre humains. Ils permettent de formuler, communiquer et transmettre les savoirs acquis. Ils vont cependant au-delà de cette simple fonction. Leur universelle logique structure le Monde comme dans la physique d'Aristote ; leur poésie en suggère les abyssales profondeurs[2] ; et leur pouvoir narratif permet de le raconter : ces récits sont les cosmogonies.

Les cosmogonies des temps passés – ces mythes fondateurs et récits sur les origines – semblent aujourd'hui le plus souvent infantiles, obscures, voire aberrantes : Yahvé séparant au premier jour la lumière des ténèbres et se reposant le septième ; le « qi », mystérieux souffle vital chinois ; les dieux aztèques abreuvés de sang humain tirant le char du Soleil ; ou même la *Théogonie* du Grec Hésiode décrivant d'abord l'Amour, « *le plus beau des Immortels* », mais donnant néanmoins préséance au Chaos originel, « *une masse informe et confuse, rien d'autre qu'un poids inerte, un amas de germes disparates* », comme le décrivit plus tard Ovide. (Le concept étant, par définition, peu clair, les traductions varient fortement de traducteur à traducteur ; voici donc l'original : « *Rudis indigestaque moles Nec quicquam nisi pondus iners congestaque eodem Non bene iunctarum discordia semina rerum* »).

J'ai déjà épilogué sur la vision médiévale « dégradée », « démathématisée », du cosmos grec. Que dire alors de la cosmogonie de notre époque, récit tout autant dégradé et démathématisé du modèle cosmologique contemporain ? Il fera sûrement sourire aussi un jour cet instant de notre passé où toute la matière aurait été créée, ce « Big-Bang » inexplicable, comme le nomma avec dérision le grand astronome Fred Hoyle lors d'une émission à la BBC de 1949 restée célèbre...

---

1. Archimède a fait des expériences, mais essentiellement de statique, et qualitatives plus que quantitatives – par exemple celle, à l'origine du célèbre εὕρηκα, pour déterminer si la couronne offerte au roi de Syracuse était ou non en or pur (du moins pour ce qu'en rapporte Vitruve dans son *De architectura*, livre IX).

2. Chacun choisira son texte préféré ; voici le mien : « *[...] Les fleuves m'ont laissé descendre où je voulais [...] Et dès lors je me suis baigné dans le poème De la mer [...] Et j'ai vu quelquefois ce que l'homme a cru voir ! J'ai vu le soleil bas, taché d'horreurs mystiques Illuminant de longs figements violets, Pareils à des acteurs de drame très antiques, Les flots roulant au loin leurs frissons de volets ! [...]* » (*Le Bateau ivre*, Arthur Rimbaud, daté de 1871).

L'art, pour appréhender le Monde

Certaines œuvres d'art nous font parfois découvrir toute la profondeur du monde, toujours de manière fulgurante, comme si un voile se déchirait devant nos yeux. C'est le cas, à mon avis, des deux illustrations ci-dessous. On n'est bien sûr pas obligé de voir, dans la première image, des mains *«pénétrer dans le monde spirituel caché derrière le voile de la pierre»*, comme l'écrit Jean Clottes, ni dans la seconde, comme l'a dit Giuseppe Penone au sujet de son œuvre, une *«révélation de formes déjà présentes dans la matière»*... Mais on ne peut pas être insensible à l'expression du tâtonnement de l'Homme cherchant son chemin dans l'Univers dans la première et à la présence dans la seconde du lent écoulement du temps qui structure, sans le détruire, un arbrisseau toujours présent au cœur de l'arbre séculaire et maintenant mort qu'il est devenu.

En fait, après en tout cas avoir lu la page lumineuse que Bertrand Russell consacre à la physique d'Aristote dans son *History of Western Philosophy*, l'arbre de Penone en incarne peut-être le sens profond, à savoir que la «nature» des éléments premiers -l'Eau, l'Air, le Feu, la Terre et leurs innombrables combinaisons que sont les êtres et les choses, leur dynamique interne si l'on veut- est d'évoluer, en bougeant ou en se transformant, pour s'accomplir et atteindre leur état final, naturel, de repos.

1 Des mains en pochoir. Celles de la grotte de Gargas, dans les Pyrénées, ont 27 000 ans.

2 Le «Cèdre de Versailles», tombé lors de la tempête de 1999, de Giuseppe Penone, 2003.

Du fait même de leur diversité, ces histoires en disent en effet clairement plus long sur les civilisations qui les inventent que sur l'Univers lui-même : quoi de plus « grec », par exemple, que de mettre le dieu Amour en première ligne dans le récit de la création du monde, quoi de plus significatif du XX^{e} siècle que de le faire naître d'une sorte de gigantesque explosion atomique ? Et quoi de plus typique de notre XXI^{e} siècle balbutiant d'évacuer le problème des origines en le masquant par une période d'« inflation » ! Faut-il toutefois se gausser de la façon dont chaque époque conte l'Univers, de ces images, de ces poèmes si prenants, si forts, que l'humanité les garde en mémoire pendant des siècles, voire des millénaires ? Non, bien sûr.

Comme le dit si bien le linguiste Bernard Victorri, l'évolution de l'humanité et celle du langage sont profondément liées : un proto-langage guère plus sophistiqué que celui des grands singes a suffi à *Homo erectus* pour coloniser le globe, domestiquer le feu ou façonner des outils ; mais ce sont les propriétés syntaxiques des langues qui ont permis à *Homo sapiens* de faire le bond en avant que l'on sait grâce, c'est la thèse de Victorri, à leur fonction narrative. Car ainsi, l'Homme a pu se libérer des comportements génétiquement programmés pour construire des règles culturelles, des lois, des éthiques mieux adaptées à l'organisation des groupes humains : « *raconter une histoire, loin de n'être qu'une activité anecdotique réservée au loisir, est au cœur même de la structuration des sociétés* [...] » ; et ces histoires sont celles « *qui racontent l'origine du groupe social et qui définissent du même coup les comportements qui scellent l'appartenance à ce groupe* » ; bref, ces histoires sont les récits fondateurs, les cosmogonies ; et l'on comprend alors pourquoi une civilisation donnée traite toujours avec une certaine condescendance, voire par le mépris, les mythes autres que les siens...

Des outils que nous avons évoqués dont dispose l'humanité pour appréhender l'Univers et lui donner un sens – le corps, les silex et les machines, l'art, les langages courants –, les cosmogonies semblent donc être le plus important, du point de vue de l'anthropologie ou de la sociologie du moins. La plupart des sociétés humaines en sont restées là.

Certaines sociétés cependant ont eu l'idée d'aller au-delà du discours narratif pour décrypter le monde, en utilisant comme outil des langages codés, dont les « mots » ne se réfèrent pas a priori à des phénomènes et dont la « syntaxe » obéit à des règles plus contraignantes que celles des langages courants.

Je ne dirai qu'un mot de la musique, langage codé par excellence. Pythagore, on l'a vu, avait pensé pouvoir identifier Musique et Nombres (puisque la hauteur d'un son est liée à la longueur d'une corde), et donc Musique et Univers (puisque l'Univers devait être Nombres). Ce projet grandiose, déjà moribond du temps d'Aristote, n'a pas abouti. Bien sûr, il a pu inspirer nombre de scientifiques au fil des siècles, Kepler par exemple qui publia sa troisième loi des mouvements planétaires dans un ouvrage au titre révélateur, *Harmonices mundi* ; bien sûr les musiciens, de Jean-Sébastien Bach à Olivier Messiaen, ont pu s'appuyer sur les mathématiques pour composer leurs œuvres ; mais il faut constater que depuis Galilée, le livre de la Nature est écrit dans le langage des mathématiques, et non celui de la musique.

La musique s'est développée dans sa propre sphère. Ainsi, si une œuvre d'art plastique ou un poème peuvent susciter en nous des intuitions fulgurantes sur le monde des phénomènes, la musique, elle, nous emporte au seuil d'un monde autre, la réalité qu'elle peut nous faire pressentir n'est pas de « ce » monde. On peut trouver moult citations de musiciens allant en ce sens : ainsi Mozart (« *la vraie musique est entre les notes* »), Beethoven (« *la musique est une révélation plus haute que toute sagesse et toute philosophie* ») ou Wagner (« *la musique commence là où s'arrête le pouvoir des mots* »). Quant aux philosophes, si Leibniz pense que « *la musique est une pratique cachée de l'arithmétique, l'esprit n'ayant pas conscience qu'il compte* », d'autres, comme Schopenhauer, vont jusqu'à dire : « *la musique, qui va au-delà des Idées, est complètement indépendante du monde phénoménal ; elle l'ignore absolument, et pourrait en quelque sorte continuer à exister alors même que l'univers n'existerait pas* ».

(Certains trouvent manifestement que c'est aller trop loin, comme Mabel Chiltern, par exemple, dans *Un mari idéal* d'Oscar Wilde (1895) : « *Les amateurs de musique ont ceci de pénible qu'ils nous demandent toujours d'être totalement muets au moment même où nous souhaiterions être absolument sourds.* » !)

L'autre langage codé par excellence sont les mathématiques qui, comme la musique, nous parlent aussi *a priori* d'un « autre » monde, mais elles ont réussi, elles, à annexer en partie l'Univers, le ciel d'abord du temps des Grecs, puis le monde sublunaire, évinçant la physique d'Aristote. Pourquoi ?

Avant d'aborder cette question de l'efficacité des mathématiques à déchiffrer le Monde, il est peut-être bon, maintenant que nous avons fait un bref inventaire des autres outils à notre disposition (pour les écarter...), de s'attarder un moment encore pour tâcher de comprendre comment les mathématiciens eux-mêmes conçoivent leur discipline.

L'édifice des mathématiques

Dans un article qui pourfendait l'introduction des « maths modernes » dans les écoles au début des années 1970 (encadré p. 13), René Thom – spécialiste de topologie différentielle et inventeur de la théorie des catastrophes, directeur aussi du *Séminaire de philosophie et mathématiques* de l'École normale supérieure – distinguait différentes conceptions que les mathématiciens eux-mêmes ont de leur art.

La *conception formaliste*, que je décrirai en utilisant une image qui, je l'espère, n'est pas trop fausse, consiste à dire que « faire des mathématiques », c'est un peu comme jouer aux échecs. On pose des définitions (le Roi, la Reine etc.), des axiomes (c'est-à-dire des vérités évidentes : « le Roi l'emporte toujours sur la Reine » – mais ce n'est là peut-être qu'un postulat, voire une notion commune...) ; on pose aussi des règles du jeu (celles de la logique : « le Fou avance de travers », etc.) ; gagner la partie, c'est prendre le Roi, c'est-à-dire démontrer des propositions par un nombre fini d'opérations. (Thom, lui, écrit, sans fioritures : « *À l'intérieur d'un système formalisé, est vraie une proposition si elle peut se déduire des axiomes par un nombre fini d'opérations permises.* »)

Cette conception, très en vogue chez les mathématiciens du dernier siècle, se heurte cependant à des écueils : d'abord, on peut se demander, comme Henri Poincaré : « *si toutes les propositions qu'elle énonce peuvent se tirer les unes des autres par les règles de la logique formelle, comment la mathématique ne se réduit-elle pas à une immense tautologie ?* » (in la *Science et l'hypothèse*, 1902) ; toute démonstration par ailleurs devient d'une « *effroyable complexité* », comme l'écrit Thom ; et, plus grave, Kurt Gödel montra en 1931 qu'il est impossible (à partir de définitions et axiomes suffisamment larges pour inclure l'arithmétique) de démontrer si certaines propositions sont vraies ou fausses. Bref, les mathématiques sont une partie d'échec qui peut ne jamais s'achever...

Pour l'anecdote, voici un bel exemple de la tortuosité des raisonnements dans cette approche formaliste : ce n'est qu'au milieu du tome 2 de leur *Principia mathematica* (1910-1927) que Bertrand Russell et Alfred North Whitehead arrivent enfin à démontrer que 1 + 1 = 2, « *une proposition parfois utile* » comme ils le notent avec un humour tout britannique... (Pour un exemple plus constructif, voir encadré ci-contre.)

Ainsi donc, concevoir les mathématiques comme une sorte de gigantesque machine à malaxer des symboles est loin d'en épuiser la richesse.

Heureusement... Car si les mathématiques se réduisaient à d'interminables manipulations de symboles et la physique à leur identification à des éléments de la réalité concrète, le monde des phénomènes *serait* cette gigantesque machine, incarnant une vaste tautologie, tournant à vide : l'idée est si laide et déprimante – car que devient alors la

L'hypothèse d'Euclide sur les parallèles

L'école mathématique formaliste a joué un rôle important au début du XX^e siècle, après que Gauss, Bolyai, Lobatchevski et Riemann eurent montré que la géométrie d'Euclide n'était pas unique.

En effet, tous les mathématiciens, et ce depuis l'Antiquité, avaient remarqué que parmi les hypothèses au départ des démonstrations des *Éléments*, il en est une qui sort du lot. Son énoncé est long, elle ne paraît pas évidente comme les autres. Il s'agit de la fameuse hypothèse sur les parallèles. On la trouve à des places variées au début du texte selon les éditions: parfois c'est le 5e «postulat», parfois la 11e «notion commune»; Bolyai l'appelle le 11e «axiome», Clavius le 13e. Voici cette hypothèse:

«*Si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits*» (où il est entendu que les trois droites sont coplanaires; en d'autres termes, elles forment un triangle; bien sûr il est entendu aussi que les notions de «droites», «angle», «angle droit», «triangle», «plus petit que», «infini», etc. ont été définies clairement auparavant!).

Il en existe tout une série d'énoncés équivalents, par exemple celui dû à Proclus au V^e siècle et repris par David Hilbert à la fin du XIX^e, plus familier peut-être de nos jours: «*Dans un plan formé d'un point P et d'une droite D il passe par P une et une seule droite ne coupant pas D. Cette droite est dite parallèle à D passant par P.*»

Vu le statut si longtemps indécis de cette hypothèse, Russell alla jusqu'à dire en 1902 que «*la valeur de l'œuvre d'Euclide comme chef-d'œuvre de logique a été énormément exagérée*». (Il est vrai que dès son premier contact, vers onze ans, avec les *Éléments*, ce rebelle dans l'âme s'était élevé contre le principe même des axiomes, n'admettant pas qu'on pût accepter quoi que ce fût sans preuve...)

Il semble cependant clair qu'Euclide avait en fait compris le statut spécial de cette hypothèse sur les parallèles, puisqu'il l'énonce au début de son traité, alors qu'il ne l'utilise en fait que tardivement. Très vite, donc, les mathématiciens cherchèrent à la démontrer, c'est-à-dire à la déduire des autres axiomes, notions communes et postulats; sans succès –jusqu'à ce que Gauss, Bolyai et Lobatchevski démontrent qu'elle était... indémontrable, ouvrant ainsi la voie, comme nous le verrons plus loin, aux géométries non-euclidiennes, au rôle si important dans la théorie d'Einstein de la gravitation.

Cette entreprise de rigorisation de la géométrie eut donc comme immense mérite de clarifier ce qu'on entendait par une démonstration et culmina en 1899 avec le *Grundlagen der Geometrie* (les *Fondements de la géométrie*) de Hilbert, version réorganisée des bases des *Éléments* où le statut du 5e postulat apparaît en pleine lumière.

joie de la découverte ? – qu'elle ne peut être vraie, un point c'est tout !

Toute différente, et autrement riche, est la conception *réaliste* ou *platonicienne* des mathématiques, dont nous avons parlé à l'envi plus haut, celle des Grecs. C'est aussi celle de Thom : « *le mathématicien se doit d'avoir le courage de ses convictions intimes ; il affirmera donc que les structures mathématiques ont une existence indépendante de l'esprit humain qui les pense* ». C'est ce qu'affirment, comme lui, la plupart des mathématiciens : cette part de l'héritage grec n'a pas pris une ride.

Si donc les objets et structures mathématiques sont des êtres réels, bien qu'immatériels et intangibles, le sens même de ce qu'est une démonstration en est affecté ; comme l'affirme Thom : « *est rigoureuse toute démonstration qui, chez tout lecteur suffisamment instruit et préparé, suscite un état d'évidence qui entraîne l'adhésion* ». (Cela est bien sûr à mille lieues de ce que certains esprits étriqués veulent parfois nous faire accroire, à savoir que la valeur d'une preuve serait décidée par quelque aréopage ou « establishment ».)

Une démonstration n'est donc pas une manipulation de symboles, ce n'est pas tourner en rond ; c'est un chemin vers la lumière, et un nouveau résultat est au sens propre une découverte (encadré p. 38).

On comprend ainsi mieux la façon dont travaillent les mathématiciens. Ils commencent par énoncer des conjectures, des programmes : à la lisière du monde connu, ils spéculent sur l'existence et la distance de nouveaux territoires. Des pistes ayant été ainsi données, des pionniers partent à l'aventure et trouvent (pas toujours, ou cela peut prendre des siècles) soit l'objet cherché, soit des chimères qu'il s'agit de dompter. Les experts étudient l'affaire

La « réalité platonicienne » des mathématiques

Godfrey Harold Hardy, spécialiste de théorie des nombres, connu aussi pour avoir fait venir à Cambridge et avoir reconnu le génie mathématique de Srinivasa Ramanujan, écrit: «*Pour moi, et je suppose pour la plupart des mathématiciens, il y a une autre réalité, que j'appellerai la "réalité mathématique" [...]. J'ai la conviction que la réalité mathématique nous est extérieure, que notre rôle est de la découvrir et de l'explorer, et que les théorèmes que nous démontrons, et que nous décrivons de manière grandiloquente comme nos "créations", sont seulement les comptes-rendus de nos observations.*»
Citons aussi Alain Connes, spécialiste de géométrie différentielle et des géométries non-commutatives: «*[...] Le périple du mathématicien est un voyage dans une autre géographie, dans un autre paysage, au cours duquel il se heurte à une autre réalité. Cette réalité mathématique est tout aussi dure, tout aussi résistante, que la réalité matérielle dans laquelle nous vivons [...].*»
Voici pour finir l'«aveu» de Jean Dieudonné, membre fondateur pourtant de la très formaliste école Bourbaki: «*Au fond nous croyons à la réalité des mathématiques, mais bien sûr quand les philosophes nous attaquent avec leurs paradoxes nous courons nous cacher derrière le formalisme en disant «les mathématiques sont juste des combinaisons de symboles sans signification» et nous brandissons les chapitres 1 et 2 de la théorie des ensembles. On nous laisse alors en paix et nous pouvons retourner à nos travaux et continuer comme nous avons toujours fait, avec ce sentiment que tout mathématicien a de travailler avec quelque chose de réel. Ce sentiment est probablement une illusion mais est très pratique. C'est là la position de Bourbaki concernant les fondements.*»
Pour préciser par ailleurs ce qu'on entend par une démonstration, Thom écrit: «*Il n'est pas besoin de grandes constructions axiomatiques, de machineries conceptuelles raffinées pour juger de la validité d'un raisonnement. Il suffit d'avoir une intelligence assez nette du sens de chacun des symboles mis en jeu, une vue assez complète de leurs propriétés opératoires.*»; et un peu plus loin encore: «*Dans cette confiance en l'existence d'un univers idéal, le mathématicien ne s'inquiétera pas outre mesure des limites des procédés formels, il pourra oublier le problème de la non-contradiction. Car le monde des Idées excède infiniment nos possibilités opératoires, et c'est dans l'intuition que réside l'ultima ratio de notre foi en la vérité d'un théorème -un théorème étant avant tout, selon une étymologie aujourd'hui bien oubliée, l'objet d'une vision.*» (Θεώρημα: ce qu'on peut contempler; objet d'étude et de méditation).
Citons à nouveau Alain Connes: «*Le point crucial à comprendre est qu'alors que tant de mathématiciens ont passé leur vie à explorer ce monde, ils sont tous d'accord sur ses contours et sa connexité: quelle que soit l'origine de son itinéraire, un jour ou l'autre si le parcours est assez long et si l'on se garde de se confiner dans une aire de spécialisation extrême, l'on atteindra l'une de ces cités bien connues comme les fonctions elliptiques, les formes modulaires, les fonctions zêta, etc.*»

(c'est-à-dire le détail de la preuve fournie); s'ils concluent qu'elle est solide, si elle emporte l'adhésion de tous, alors... notre explorateur décroche la médaille Fields!
Voici un exemple de conjecture, due à Poincaré en 1904: « *Soit une variété compacte V simplement connexe, à trois dimensions, sans bord. Alors V est homéomorphe à une hypersphère de dimension trois* ».
Un exemple de programme est celui d'Erlangen que Felix Klein proposa en 1872 sur la classification des géométries à l'aide de la théorie des groupes. Parmi les « explorateurs » récents, récipiendaires de la médaille Fields, citons Andrew Wiles, qui réussit en 1994 à montrer une conjecture faite par Pierre de Fermat en 1637, à savoir qu'il n'existe pas d'entiers positifs a, b, c tels que $a^n + b^n = c^n$ pour tout entier n plus grand que 2; ou Grigori Perelman qui démontra la conjecture de Poincaré en 2002.
Ainsi donc, de Platon à nos jours, les mathématiciens explorent, recoin après recoin, leur édifice – leur « maison » –, trient, classent, relient les trésors qu'ils y découvrent.
Avoir constaté que la plupart des mathématiciens, depuis Pythagore et Platon, partagent la même vision de leur discipline témoigne certes de l'importance de l'héritage grec; mais si les mathématiques (comme la musique) constituent un monde à part, cela ne rend que plus ardue la réponse à la question: comment se fait-il qu'elles puissent avoir quoi que

ce soit à voir avec le monde des phénomènes ? L'efficacité des mathématiques pour dé-chiffrer le Monde serait-elle en fait inexplicable ? Nombre de physiciens ont répondu en ce sens...

Einstein, dans une lettre du 30 mars 1952, écrivait par exemple à son ami Maurice Solovine : « *Vous trouvez curieux que je considère la compréhensibilité du monde [...] comme un miracle ou comme un éternel mystère. Eh bien, a priori, on devrait s'attendre à un monde chaotique, qui ne peut en aucune façon être saisi par la pensée.* »

Eugène Wigner aussi, dont les travaux sur le rôle des symétries dans les lois physiques furent décisifs dans le développement de la mécanique quantique, s'étonne dans un article resté célèbre de la « *déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature* ». Il se demande pourquoi les physiciens, qui « font leur marché » dans les mathématiques de leur temps pour « bricoler » des « lois », aient, en fin de compte, un si phénoménal succès. Non seulement leurs lois continuent souvent à être vérifiées lorsque la précision des mesures augmente de plusieurs ordres de grandeur, mais en plus il leur arrive de pouvoir les utiliser pour comprendre de nouveaux phénomènes. Il en conclut : « *Le miracle de l'adéquation du langage des mathématiques à la formulation des lois de la physique est un cadeau merveilleux que nous ne comprenons ni ne méritons.* »

Une déraisonnable efficacité ?

Mais – enfin nous y voilà ! – l'« *efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature* » est-elle finalement si « *déraisonnable* » que cela ?

Non. Et le succès de la science grecque va nous mettre sur une piste.

Car qu'ont fait les savants de l'Antiquité en fin de compte ? Dans ce Monde des sensations souvent fugaces, dans lequel l'Homme est plongé, englouti, dans ce fouillis, cette forêt *a priori* impénétrable à l'entendement humain, les astronomes grecs ont retenu quelques phénomènes suffisamment stables pour être observés à loisir, quelques éléments de la réalité concrète qui pouvaient illustrer les objets mathématiques de leur temps à savoir les points, droites et cercles de la géométrie euclidienne. Ces objets furent les sept planètes du système de Ptolémée. Ils laissèrent les autres, ceux du monde sublunaire, à Aristote.

Enfonçons la porte maintenant ouverte : c'est l'état d'avancement des mathématiques à une époque donnée qui détermine les phénomènes qu'elles peuvent décrire.

Siècle après siècle, les astronomes constatèrent qu'ils pouvaient expliquer et prédire le mouvement des astres de plus en plus précisément, en perfectionnant leur système astronomique – en introduisant des épicycles, etc., ce qui les obligea d'ailleurs à démontrer de nouvelles propriétés des figures géométriques et enrichir ce faisant l'édifice des mathématiques. (Notons que le pouvoir prédictif du système implique d'avoir aussi mathématisé le temps, c'est-à-dire de l'avoir identifié à la suite des nombres : le temps, depuis Aristote, se « compte », en années, mois, jours etc.)

Devant le succès de l'entreprise, qui n'est plus si surprenant que ça vu l'élagage préliminaire accompli, il était alors « irrésistible » d'oublier les phénomènes que l'on n'avait pas pris en considération, ou alors de les expliquer de manière expéditive.

Prenons l'exemple des taches de la Lune, visibles à l'œil nu. Comme la Lune se doit d'être une sphère parfaite, ces taches, nous disent les aristotéliciens, ne sont « évidemment » pas des dénivelés (ainsi que le suggérait le naïf Plutarque, par exemple, au Ier siècle après J.-C.) ; elles sont dues à des nuages, ou à la composition interne de la Lune, ou bien sont les reflets de nos montagnes terrestres. Bref, personne ne s'en soucie beaucoup et il faudra attendre la Renaissance pour qu'un Léonard de Vinci les dessine.

Quant à la Voie lactée (« galaxie », en grec), qui brise de façon manifeste la symétrie de la voûte céleste, Aristote la considère comme un phénomène sublunaire et n'en dit guère plus (il ne cherche même pas à réfuter les dires d'Anaximandre et de Démocrite qui avaient suggéré au v^e^ siècle qu'elle pût être composée d'étoiles)[3].

Le monde, le ciel plus exactement, ayant été ainsi vidé des phénomènes devenus hors normes, ne restèrent que ceux mis en correspondance avec des concepts géométriques ; comme cette correspondance, vérifiée par l'accumulation des observations, était parfaite (bijective, diraient les mathématiciens), ces objets présélectionnés, ici les astres, *devinrent* ces concepts mathématiques, ici des sphères, et ce ciel réduit à son armature put être *identifié* à la partie alors connue de l'édifice des mathématiques, la géométrie.

Ainsi donc, en sélectionnant certains phénomènes et en rejetant ou en ignorant les autres, la science grecque dessina dans l'inextricable forêt des phénomènes une clairière platonicienne : le Ciel mathématisé. Dans cette clairière ne restaient que quelques objets, à savoir les sept sphères planétaires, reliées par des chemins, à savoir les modèles astronomiques qui expliquaient leurs mouvements (comme le dit, peut-être, Martin Heidegger dans les *Chemins qui ne mènent nulle part*).

On peut même aller plus loin et arguer que les mathématiques d'une époque donnée créent, ou plus exactement recréent, les phénomènes qu'elles ont sélectionnés.

En effet, en établissant des correspondances entre la géométrie et les astres, les astronomes grecs ont imprimé dans le ciel des figures géométriques, ils ont pris des Idées dans l'édifice des mathématiques pour les incarner dans le Monde. Cette opération aboutit de fait à une re-création des éléments de la réalité considérés : une planète du système de Ptolémée, sphère parfaite, n'est pas, cela nous paraît évident de nos jours avec le recul du temps, la planète du monde matériel ; c'est un nouvel objet, hybride entre un objet mathématique et un objet présélectionné de la réalité concrète ; l'objet matériel lui-même finit par disparaître au profit de cette construction.

Ainsi, pour les Grecs et tous les Européens jusqu'à Galilée, les planètes *étaient* des sphères parfaites – y compris la Lune et ses taches – et la « voûte étoilée » *était* une voûte.

Chaque époque voit donc la forêt inextricable des phénomènes au travers du prisme des mathématiques de son temps. Cela étant, les mathématiques ne sont pas, on l'a vu, un corpus fini et figé, ce ne sont pas non plus un jeu de Lego, une construction qui s'agrandit brique à brique au fil des siècles. Elles constituent un monde en soi, à explorer et découvrir. Les nouvelles découvertes soit confortent ce que l'on pouvait deviner d'un pan de l'édifice, soit restent sur le côté en attendant de savoir ce que l'on va en faire, soit encore le remettent en question et obligent à une réorganisation plus ou moins importante de sa structure, de sa « géographie » dirait Alain Connes.

Eh bien il en est de même de cette armature du Monde des phénomènes, ce ciel géométrisé, que les astronomes avaient identifié aux mathématiques. Des observations astronomiques plus précises conduisirent à des découvertes comme celle de la précession des équinoxes (voir chapitre 1), qui purent être intégrées dans le système par l'ajout de quelques épicycles.

Des objets nouveaux – les météores – apparurent aussi occasionnellement dans le ciel, certains ressemblant à s'y

---

3. Les scientifiques de notre époque font de même lorsqu'ils évacuent comme inexistants des phénomènes qui n'entrent pas dans le cadre de la science mathématisée – influence des astres sur la vie quotidienne, « énergies vitales », homéopathie, etc. – phénomènes qui soit disparaîtront effectivement, soit seront un jour domestiqués.

méprendre à une étoile, mais fixes, d'autres filants, d'autres chevelus – les comètes. Pendant 1400 ans, ces phénomènes furent soit relégués dans le monde sublunaire, soit purement et simplement ignorés.

Ce fut le cas, par exemple, d'une nouvelle étoile (qu'on appellerait aujourd'hui une supernova, c'est-à-dire une explosion d'étoile), plus brillante que Vénus, que les astronomes chinois virent apparaître en 1064 dans la constellation du Crabe et observèrent pendant deux ans, que les Indiens Anasazi (de l'actuel Nouveau Mexique) semblent avoir remarquée également… et qui n'a pas laissé de trace dans les écrits européens ou arabes de l'époque…

Toutefois, de même que l'édifice des mathématiques est de temps à autre réorganisé de façon drastique (l'algèbre et la géométrie étant regroupées par exemple), de sorte que des découvertes laissées auparavant sur le bas-côté trouvent leur place, de même les astronomes et les physiciens peuvent, à l'occasion, être conduits à réorganiser le monde des phénomènes ou, plutôt, l'armature mathématisée de ce Monde. C'est ce qu'on appelle une « révolution scientifique ».

3 Un drapeau flottant au vent ? (Cette photo de David R. Scott a été prise par James B. Irwin en août 1971 lors de la mission *Apollo 15*.)

4 Le désert des Tartares ? (Cette photo du cratère «Spirit of Saint-Louis» a été prise par le robot *Opportunity* début 2015.)

Pour illustrer de façon volontairement provocante la force de l'empreinte des mathématiques sur le monde des phénomènes, ainsi que le choc culturel qu'implique une réorganisation de son armature mathématisée, comparons les sphères parfaites qu'étaient les planètes ptoléméennes aux images des figures 3 et 4.

Sans sombrer dans une interprétation sociologique de la science, ayons l'honnêteté de reconnaître qu'il est difficile de voir dans la photo du Bibendum de la figure 3 et son drapeau flottant au vent autre chose qu'un montage (comme un milliard de Chinois ont été sommés de le croire...), et difficile de voir que le désert de la figure 4 ne se trouve pas quelque part dans les montagnes de l'Atlas.

Pour ne pas être dupes, il faut savoir que la gravité fait tomber les pommes, mais aussi tourner la Lune autour de la Terre ; qu'échapper à l'emprise de la gravité terrestre est concevable ; que des technologies rendent l'affaire possible, technologies fondées pour certaines sur la mécanique quantique ou la théorie de la relativité – technologies qui de plus ne peuvent être mises en œuvre que par une économie puissante et florissante. En fait, il faut être suffisamment éduqué pour pouvoir hausser les épaules devant les 1001 théories du complot qui en forgent des explications encore plus compliquées que celle données par la NASA !

Bref, ces images, tout comme les sphères ptoléméennes, sont donc bien évidemment des objets construits, dans le sens où, pour en comprendre la signification, il est nécessaire d'avoir fait sienne la civilisation de son temps. De même que pour les Grecs, la Lune et Mars *étaient* des sphères, de même pour nous, les photographies prises par les astronautes des missions *Apollo* et les caméras du robot *Opportunity* nous donnent une image *vraie* de la Lune (p. 41) et de Mars (ci-dessus).

Ce que nous avons saisi des correspondances entre mathématiques et monde des phénomènes devrait aussi nous aider à comprendre pourquoi des visions des mêmes « éléments de la réalité concrète », à savoir ici la Lune et Mars, peuvent être si différentes.

Essayons pour cela d'imaginer d'abord comment Galilée, le père de la physique moderne sans laquelle les photographies précédentes n'auraient jamais pu être prises, aurait réagi en les voyant (exercice périlleux, je l'admets...). Celle de Mars ne l'aurait pas étonné ; il aurait posé des questions sur la puissance de nos télescopes et aurait peut-être même revendiqué la priorité de la découverte ! Le Bibendum l'aurait intrigué : un « lunien », comme Plutarque ou Giordano Bruno en envisageaient la possibilité ? L'hypothèse lui aurait sûrement déplu. Pour l'écarter – Galilée était génial, ne l'oublions pas – il aurait probablement compris que ces images étaient des vues non pas prises de la Terre, mais sur place, et sa question aurait fusé : « Comment diable y êtes-vous allés ? » Après un cours accéléré de gravitation newtonienne, qui l'aurait passionné sans le dérouter – après aussi quelques explications sur la puissance de nos moteurs de fusées –, tout aurait été clair pour lui et il aurait été enthousiasmé par les immenses progrès faits dans la mathématisation de la Nature qu'il appelait de ses vœux.

En revanche, qu'aurait dit Ptolémée devant ces images ? Malgré tout son génie, il serait probablement resté un moment perplexe... Puis nous aurait demandé : « Pourquoi avez-vous été amenés à abandonner le principe de la perfection des formes et des mouvements circulaires dans la description du Ciel ? Et comment avez-vous réussi à décrire de manière unifiée le Ciel et le monde sublunaire ? »

Nous lui aurions répondu que si notre représentation des planètes est si différente de la sienne, c'est qu'entre-temps, il y a eu plus qu'un progrès dans la mathématisation du réel et des moyens d'observation, il y a eu des « révolutions scientifiques », c'est-à-dire des révisions drastiques de la correspondance entre mathématiques et monde des phénomènes.

Cela, Ptolémée l'aurait sûrement compris : « Vous avez donc résolu le problème de la racine de 2... C'est magnifique ! » Puis, avec un sourire sûrement amusé : « Il y a du vent sur la Lune pour que les drapeaux y flottent ? »

C'est cela, l'héritage grec.

Le siècle de Galilée

L'Europe vécut pendant deux-mille ans dans un Univers où mondes céleste et terrestre étaient disjoints. Leur unification, soudaine finalement, eut lieu à une époque d'effervescence, de Renaissance, de conquêtes de nouveaux continents et de conflits religieux. Elle est l'œuvre de quelques hommes, Copernic, Tycho Brahe et Kepler, mais surtout Galilée, dont la vision d'un nouveau monde où Ciel et Terre obéissent aux mêmes lois est encore, pour l'essentiel, la nôtre.

◄ Le « Burchiello » qui reliait Padoue à Venise (Bernardo Bellotto, vers 1740, National Gallery, Londres).

Des « révolutions » encore médiévales

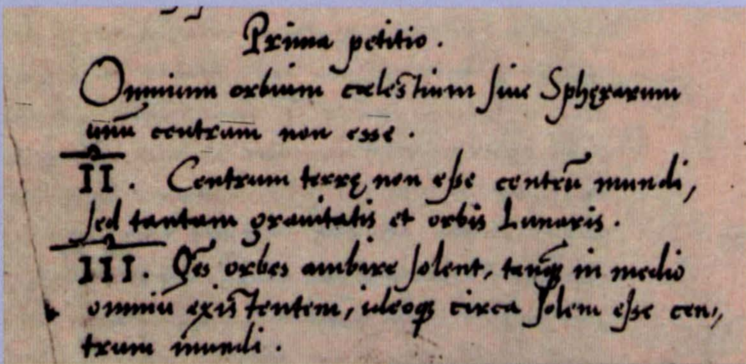
Le 24 mai 1543 à Frombork (Frauenburg en allemand), le chanoine de la cathédrale, Nicolas Copernic, s'éteignait à l'âge de 70 ans. Il s'était installé dans cet évêché reculé des bords de la Baltique quarante ans auparavant, après une quinzaine d'années d'études d'astronomie, de droit canon et de médecine à Cracovie puis dans l'effervescente Italie du siècle de Léonard de Vinci, Rafael et Michel-Ange. Sur son lit de mort, il avait vu les premiers exemplaires de son *De Revolutionibus Orbium Coelestium*. Dans ce livre, annoncé depuis de nombreuses années par des écrits préliminaires circulant dans l'Europe érudite, il exposait les détails de son système cosmologique, comparable à celui de Ptolémée, mais dans la lignée d'Aristarque de Samos, c'est-à-dire hélio- plutôt que géocentrique (pour une comparaison des deux systèmes, voir p. 72).

Si Copernic s'était borné aux écrits préliminaires que sont le *Commentariolus* et la *Narratio prima* rédigée par son élève Joachim Rhéticus, il est fort probable qu'il serait resté un astronome respectable et honoré de son temps, mais ne serait connu aujourd'hui que des médiévistes et des curieux d'histoire de l'astronomie. Le *De Revolutionibus* est en revanche d'une autre envergure que ces écrits destinés à prendre date ou à éveiller l'intérêt du public. C'est un ouvrage technique, moins diffusé en conséquence et peu lu par les amateurs, mais les astronomes professionnels ne s'y trompèrent pas : Copernic avait fait là ce que les clercs n'avaient jamais fait pendant 1400 ans, à savoir prendre suffisamment au sérieux ces modèles alternatifs évoqués autrefois par les Grecs pour construire – plutôt que se contenter de les critiquer *ad nauseam* – un système astronomique héliocentrique détaillé dans le style de l'*Almageste* qui « sauvait les phénomènes » aussi bien que celui de Ptolémée.

Les premiers écrits de Copernic

Le *Commentariolus*, qui remonte semble-t-il à 1512, est un manuscrit écrit dans un style déductif très clair, mais est bref. Il s'ouvre sur les postulats fondamentaux du système héliocentrique; il présente ensuite les hypothèses sur les divers mouvements circulaires permettant de décrire le mouvement des planètes; il omet cependant le détail des preuves -dont certaines d'ailleurs ne devaient pas être tout à fait au point, car plusieurs hypothèses seront modifiées dans le *De Revolutionibus*.

La *Narratio prima* de son côté, écrite à la hâte de l'aveu même de Rhéticus et assez confuse, procède d'une démarche inductive inverse, car le postulat fondamental de l'héliocentrisme n'y est pas mis en valeur: il apparaît pour la première fois dans le chapitre VIII sur le mouvement de la Lune, ce qui n'est pas vraiment sa place. Ce que Rhéticus semble en fait avoir voulu mettre en avant est la supériorité potentielle des travaux de son maître dans l'établissement de tables astronomiques, indispensables en astrologie, comme il le rappelle en divers endroits.


Prima petitio.
Omnium orbium cœlestium sive Sphærarum unum centrum non esse.
II. Centrum terræ non esse centrum mundi, sed tantum gravitatis et orbis Lunaris.
III. Omnes orbes ambire Solem, tanquam in medio omnium existentem, ideoque circa Solem esse centrum mundi.

1 On lit sur l'extrait du Commentariolus ci-dessus : « Premier postulat : il n'y a pas de centre unique pour tous les orbes ou sphères célestes. II : Le centre de la Terre n'est pas le centre du monde mais seulement celui de la gravité [terrestre] et de l'orbite de la Lune. III : Tous les orbes entourent le Soleil qui est en quelque sorte en leur milieu, de sorte que le centre du monde est près du Soleil. »

Les hésitations de Copernic

On peut se demander si Copernic était lui-même très satisfait de son œuvre... On sait en effet qu'il a longuement hésité à publier le *De Revolutionibus* avant de céder aux instances de ses proches, son disciple Rhéticus, son ami l'évêque Tiedeman Giese ou Andreas Osiander, théologien protestant proche du disciple de Luther que fut Mélanchthon. On a beaucoup écrit sur les raisons de cette réticence, due selon nombre d'auteurs à sa crainte d'être condamné par les Églises, protestantes ou catholique.

Bertrand Russell, par exemple, a écrit sur le sujet des piques dévastatrices, qui confortent les anticléricaux dans leurs préjugés et sont réjouissantes à lire pour les autres. En voici une (extraite de son *History of Western Philosophy*): «*Les Églises, où qu'elles soient, s'opposèrent aussi longtemps qu'elles le purent à pratiquement toute nouveauté qui pourrait accroître le bonheur ou la connaissance sur cette terre*». Ces polémiques perdent toutefois de leur virulence en notre époque d'indifférence religieuse (ou de réconciliation, comme on voudra) et il devient de plus en plus clair que Copernic n'avait guère à craindre des catholiques ou réformés éclairés.

Que pensait Copernic lui-même? Il n'a pas laissé de confidences, mais on peut imaginer, d'après sa lettre-préface au pape Paul III, qu'au cours de la gigantesque tâche qu'il s'était assignée (il y consacra «*quatre fois neuf ans*»), il a été assailli par de multiples doutes dus aux difficultés techniques à surmonter, qui aboutirent à un système quasiment aussi compliqué que celui de Ptolémée et, il ne pouvait pas l'ignorer, techniquement guère plus performant.

Il redoutait d'ailleurs la «*morsure des calomniateurs*» (comme il l'écrit au pape) qui ridiculiseraient un énorme travail et le qualifieraient non seulement de vain, mais aussi de peu crédible, vue la faiblesse -qu'il ne pouvait pas ignorer- de ses arguments pour justifier le mouvement de la Terre et le rôle central du Soleil. On comprend donc qu'il ait hésité à soumettre son œuvre à la critique de ses pairs.

On comprend aussi que ce travailleur acharné, conscient de sa valeur mais solitaire, qui forcément avait fini par être emporté par la beauté et la pertinence de son œuvre -on ne travaille pas sinon «quatre fois neuf ans» sur un sujet-, ait ignoré les sycophantes: «*Mathemata mathematicis scribuntur*» («Les choses mathématiques s'écrivent pour les mathématiciens») et se soit adressé directement à un homme par définition éclairé, le pape lui-même.

On comprend enfin que, comme le soutinrent ses confidents Rhéticus et Giese, il n'ait pas apprécié la préface écrite, mais non signée -et que donc le lecteur pouvait lui attribuer- par le prudent et traditionaliste Osiander qui prévenait qu'il ne fallait pas prendre toutes ces hypothèses trop au sérieux... afin de ne pas offenser la vieille garde (les «moines», comme l'écrit en plaisantant Achille Gasser, un mentor de Rhéticus).

Très vite d'ailleurs (en sus de divers éphémérides et almanachs), de nouvelles tables astronomiques, dites « pruténiques », fondées sur les observations compilées ou faites par Copernic lui-même ainsi que sur ses calculs, furent publiées par l'astronome Erasmus Reinhold en 1551 dans le but de remplacer les tables alphonsines vieilles de trois siècles et périmées.

Très vite aussi, les éloges des astronomes furent nombreux : Reinhold parle du « *second Ptolémée* » ; John Dee, astrologue d'Elisabeth Ire, vante en 1557 des efforts « *plus qu'herculéens* » ; Thomas Digges inclut dans un almanach de 1576 une traduction partielle du Livre 1 afin que « *les Anglais ne soient pas privés d'une si noble théorie* », etc. (La logique de certains commentaires ne laisse d'ailleurs pas d'étonner, comme celle d'un certain Thomas Blundeville, plus connu au demeurant pour ses traités d'équitation que pour ses talents d'astronome : « *Copernic, au moyen d'une hypothèse fallacieuse, a fait des démonstrations des mouvements et révolutions des sphères célestes plus vraies que jamais auparavant.* »)

Cela dit, et nonobstant l'enthousiasme de ses zélateurs, le système héliocentrique de Copernic prédisait les positions des astres aussi bien que le système géocentrique de Ptolémée, ce qui était déjà remarquable... mais pas vraiment mieux – ou alors c'était grâce à la meilleure précision des observations donnant les conditions initiales des mouvements plutôt qu'au meilleur pouvoir prédictif de son modèle (encadré ci-dessus).

Copernic force donc l'admiration, car Ptolémée avait enfin un concurrent, mais son œuvre, aussi imposante soit-elle, n'est en fin de compte techniquement pas très utile… et est encore très ancrée dans le passé.

Lorsqu'on parcourt le *De Revolutionibus* guidé par Alexandre Koyré, une évidence en effet frappe : Copernic était un clerc du Moyen-Âge et les « révolutions » dont il parle ne sont que celles des astres.

Il était pour commencer tout à fait dans l'esprit de son temps le jour où, encouragé peut-être par le souvenir de son maître Domenicus Maria à l'Université de Bologne, il trouva une « petite bête » sur laquelle « disputer », voire pinailler : les équants – ces points différents du centre de la Terre, différents aussi du centre des orbes, autour desquels les astres se meuvent à vitesse constante, véritable entorse à la règle que leur mouvement doit être circulaire et uniforme, ce qui fut le point de départ de ses recherches : « *[…] nulle autre cause ne me poussa à rechercher une autre façon de déduire les mouvements des sphères du monde que le fait d'avoir compris que les mathématiciens ne sont pas d'accord avec eux-mêmes dans leurs recherches. […] Quant à ceux qui imaginèrent des excentriques […] ils ont cependant admis beaucoup [de choses] qui semblent s'opposer aux principes premiers concernant l'uniformité des mouvements.* » (Lettre-préface au pape Paul III).

C'est aussi dans une pure tradition médiévale qu'il s'appuie sur l'autorité de Grecs (un certain Hicetus, cité par Cicéron, ainsi que Philolaus, Héraclide du Pont et un obscur Ecphantus, cités par Plutarque – Aristarque n'est pas mentionné) avant de formuler, au tournant du nouveau siècle, l'hypothèse qu'un système où la Terre bouge pourrait peut-être débarrasser l'astronomie de ces inélégants équants : « *[…] j'ai commencé, moi aussi, à penser à la mobilité de la terre. Et quoique l'opinion semblait absurde, cependant, puis donc que je savais qu'à d'autres avant moi fut accordée la liberté d'imaginer n'importe quels cercles afin d'en déduire les phénomènes des astres, je pensai qu'il me serait également permis de faire l'expérience de rechercher si, en admettant quelque mouvement de la terre, on ne pouvait trouver une théorie plus solide des révolutions des orbes célestes que ne l'étaient celles de ceux-ci.* » (Lettre à Paul III.)

Sa réponse enfin aux objections accumulées depuis l'Antiquité contre les mouvements de rotation de la Terre se réduit *in fine* à un impeccable syllogisme qu'Aristote n'aurait pas renié : tout ce qui est sphérique tourne ; or la Terre est sphérique ; donc la Terre tourne ! Après avoir longuement rappelé, dans les quatre premiers chapitres, que les astres et la Terre sont sphériques, il débute en effet son chapitre V du Livre 1 par : « *Nous allons rappeler maintenant que le mouvement des corps célestes est circulaire. En effet, la mobilité [propre] de la sphère est de tourner en rond ; par cet acte même, tandis qu'elle se meut uniformément en elle-même, elle exprime sa forme, celle du corps le plus simple.* » Comme l'écrit plaisamment Koyré : « *Placez un corps rond dans l'espace, il va tourner. Placez-y un orbe : il va tourner sur lui-même, décrire des révolutions.* » Il est amusant aussi de voir que Copernic était prêt à quelques petites entorses car, écrit-il, « *la grande hauteur de montagnes et la dépression des vallées […] cependant modifient à peine la rotondité totale de la terre* ».

De cet argument découle en effet que, puisque la Terre est sphérique comme les autres astres, elle peut tourner comme eux, sans effets perceptibles : d'une part, aucune force centrifuge ne peut être ressentie, donc le mouvement diurne est possible ; d'autre part, la Terre, comme tout astre, possède son propre centre et peut donc se déplacer sur un orbe sphérique (voir encadré ci-contre).

En somme la thèse du *De Revolutionibus* apparaît aujourd'hui comme une idée brillante certes, mais pas neuve, un modèle détaillé soit, mais pas si séduisant qu'il puisse emporter l'adhésion incondi-

Un héliocentrisme médiéval

Pour Copernic, le principe fondamental de l'astronomie, auquel il était plus attaché encore que les Anciens et qui guidait ses recherches, est que le mouvement des astres, puisqu'ils sont sphériques, doit être circulaire et uniforme. C'est ce principe qui est à l'origine de sa dent contre les équants qui, pour lui, fichent tout en l'air car le mouvement n'est plus uniforme et devient tout simplement impossible. C'est ce principe aussi qui lui permet, comme l'écrit Koyré, d'« *arracher la terre de ses fondements et la lançer dans le ciel* ». Or, on le sait, ce principe fut bientôt abandonné, par Kepler.

Pour Copernic aussi le mouvement circulaire ne requiert aucune explication, et donc le Soleil n'y est pour rien. D'ailleurs, son système n'est pas héliocentrique - il n'est qu'hélio-« statique ». Nulle part en effet il ne dit que la Terre et les planètes tournent autour du Soleil: elles tournent en fait autour du centre de l'orbite de la Terre - qui, donc, reste tout de même une planète à part... Le Soleil, lui, est légèrement excentré (on ne se débarrasse pas si facilement des équants!) et ne joue aucun rôle dans le mouvement des planètes. Or on le sait, dès Kepler, les astronomes ont cherché à lui donner un rôle « moteur ».

Pour Copernic enfin, le rôle du Soleil -auquel il faut bien donner un nouveau statut puisqu'il ne peut plus être ce Feu volatil, léger et mouvant des Anciens- est de siéger au centre de la Sphère des Fixes et de là éclairer tout l'Univers. L'héliolâtrie de Copernic, d'un temps scientifiquement bientôt révolu et qui a fait couler beaucoup d'encre, a de toute évidence joué un rôle important dans son adoption d'un système héliocentrique. En tout cas, rien de moins moderne que la justification qu'il en donne; ce n'est que du pur lyrisme, comme l'atteste ce célèbre passage (dont la dernière phrase est pour le moins sibylline):

« *Et au milieu de tous repose le Soleil. En effet, dans ce temple splendide qui donc poserait ce luminaire en un lieu autre, ou meilleur, que celui d'où il peut éclairer tout à la fois? Or, en vérité, ce n'est pas improprement que certains l'ont appelé la prunelle du monde, d'autres Esprit [du monde], d'autres enfin son Recteur. Trismegiste l'appelle Dieu visible. L'Electra de Sophocle l'omnivoyant. C'est ainsi, en effet, que le Soleil, comme reposant sur le trône royal, gouverne la famille des astres qui l'entoure. Or la terre ne sera nullement privée des services de la lune; au contraire, ainsi que le dit Aristote dans le De Animalibus, la Terre et la Lune possèdent la plus grande parenté. Cependant la terre conçoit du soleil et devient grosse en engendrant tous les ans.* » (Chapitre 10.)

Un grand pourfendeur de Copernic a été Arthur Koestler. D'une plume savoureuse, il le réduit dans ses *Somnambules* à la condition de « *chanoine craintif* » qui a cherché à imiter Ptolémée, ce « *pédant, doué de beaucoup de patience et de fort peu d'originalité, empilant avec une morne obstination orbe sur orbe* ». Quant à Platon et Aristote, ce sont « *deux hommes épouvantés [...] projetant sur le mur de la Caverne des ombres grotesques qui vont hanter l'humanité pendant mille ans et plus* ». Pour sa défense, un écrivain aussi lettré soit-il, mais qui n'est ni mathématicien, ni astronome, ni physicien, ne se rend peut-être bien compte du tour de force qu'est l'élaboration d'un système astronomique complet, ni de la difficulté qu'il y avait à bâtir une physique autre qu'aristotélicienne vus les outils mathématiques disponibles à l'époque et la quasi-inexistence d'expériences quantitatives.

tionnelle des astronomes du temps, enfin comme une vision encore très gréco-médiévale de l'agencement du monde céleste ; faut-il donc vraiment parler d'une « révolution copernicienne » ?

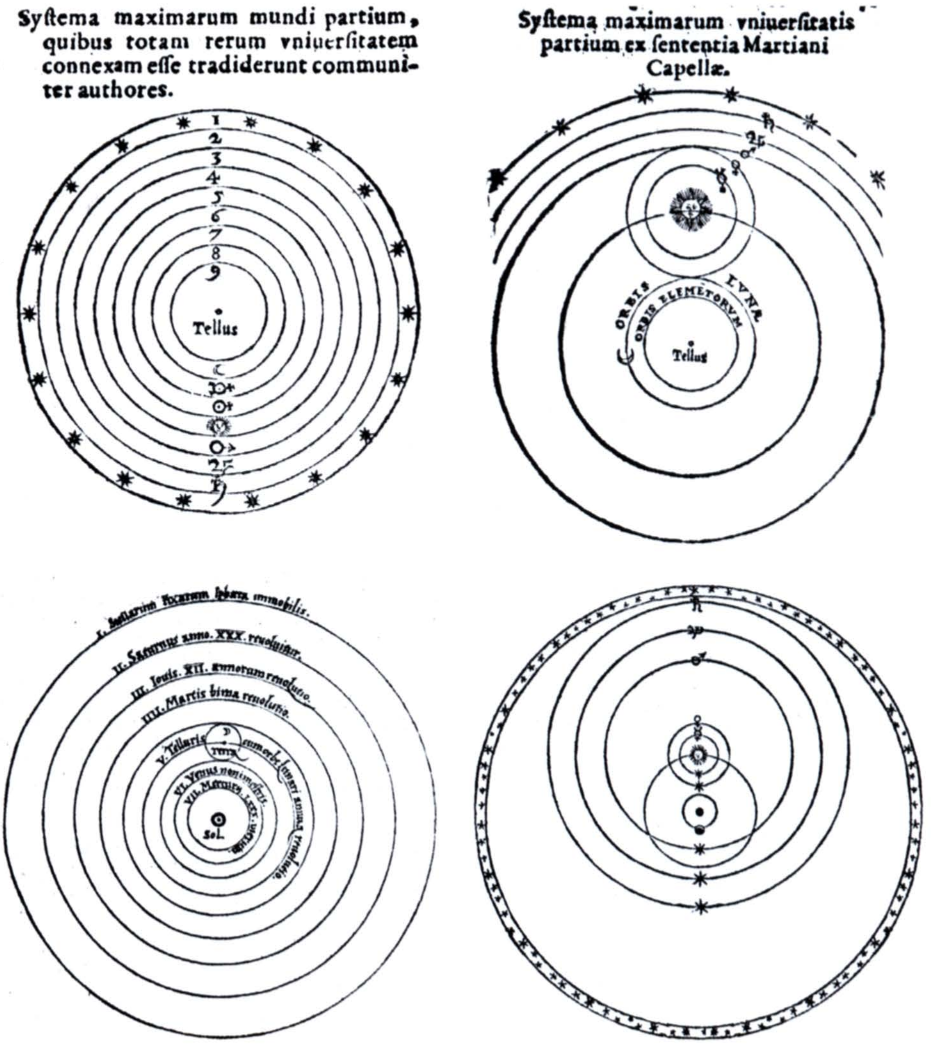
Oui : car entre Ptolémée et Copernic il va falloir choisir.

Une période incertaine

Pour se faire une idée des enjeux de cette époque d'instabilité dans l'histoire de la science, plaçons-nous par la pensée près de cinquante ans après la publication du *De Revolutionibus*, en 1592, en un temps où l'Europe savante sait que le système héliocentrique de Copernic est techniquement aussi performant que celui de Ptolémée – mais avant cependant l'avènement de la science moderne, qui naîtra avec les découvertes astronomiques de Galileo Galilei, dit Galilée, en 1610.[1]

En 1592, Tycho Brahe a 46 ans. Il est célèbre depuis plus de vingt ans pour ses

1. Je suis en cela Owen Gingerich in « L'Affaire Galilée », *Pour la Science*, n° 60, octobre 1982, p. 68. Pour mémoire, cette année-là, Monteverdi compose des madrigaux à Venise, Shakespeare est joué à Londres, Cervantès a 45 ans et travaille à son *Don Quichotte*, le Caravage peint son *Jeune homme pelant un fruit* et le Tintoret s'attelle à sa dernière œuvre, sa fresque de la Cène à Venise.



2 En haut : à gauche, le système de Ptolémée, et à droite, le système de Martianus Capella (qui reprend celui d'Héraclide du Pont et ne fut jamais développé) ; illustrations extraites du *Primarum de coelo et terra institutionum de Naboth*, 1573. **En bas à gauche : le système copernicien** (dans l'exemplaire de 1543 du *De Revolutionibus* de l'Observatoire de Paris, on peut lire : « *In medio vero omnium residet Sol. Quis enim in hoc pulcherimmo templo lampadem hanc in alio vel meliori loco poneret quam unde totum simul possit illuminare [...]* »). **En bas à droite : le système de Tycho Brahe** (dans son *De mundi aetherei recentioribus phaenomenis*, 1588, on peut lire « *[...] tum etiam recens coperniana in motu terrae physica absurditas, exclunduntur [...]* »).

observations d'une précision sans précédent – de l'ordre de la minute d'angle – effectuées en despote avec une trentaine d'assistants à son gigantesque observatoire d'Uraniborg, au Danemark (en Suède de nos jours). Il a proposé, quatre ans plus tôt, un système astronomique concurrent de celui de Copernic, dans lequel les planètes tournent aussi autour du Soleil, mais où le Soleil, accompagné de son cortège, tourne autour de la Terre qui, elle, reste immobile au centre de l'Univers. Ainsi, près de vingt ans après la publication du manuel d'un certain Valentin Naboth faisant l'état des lieux, ce ne sont plus trois, mais quatre systèmes astronomiques qui sont alors en lice (Fig. 2).

Cette foison de systèmes astronomiques finit par être embarrassante et l'on cherche à les départager afin de décider quel est le meilleur. Or les arguments d'ordre géométrique ne suffisent pas, puisque tous « sauvent les phénomènes » – les systèmes de Copernic et de Tycho Brahe étant même équivalents pour ce qui est de la prédiction des positions des planètes. Il faut donc recourir à d'autres arguments.

Pour justifier son système héliocentrique, Copernic avait émis, on l'a vu, l'idée qu'il fallait considérer la Terre comme un astre, au même titre que les autres, ce qui autorisait ses mouvements. Cette idée, qui va à l'encontre de près de 2 000 ans de physique aristotélicienne, ne convainc visiblement pas Tycho Brahe qui, pour promouvoir son système géocentrique mixte, maintient le statut particulier de la Terre et revient, pour montrer l'« absurdité physique » de ses mouvements, aux arguments habituels, un peu affinés au cours des siècles (pour en savoir plus, voir « Le système héliocentrique de Tycho Brahe », p. 73).

Le point important à noter ici, plus peut-être que ce recours à une physique bientôt dépassée, est que le fait même de vouloir cribler des systèmes astronomiques concurrents est déjà en soi un glissement dans la conception du ciel : on ne le considère plus comme l'incarnation de solutions équivalentes d'un problème géométrique, comme le sous-entend par exemple Osiander dans sa préface du *De Revolutionibus* ; on cherche dorénavant à déterminer quel est le système *vrai* : c'est en fait ce que Copernic appelait de ses vœux, sans l'avoir vraiment assumé.

Une autre faille est par ailleurs apparue (dont les fauteurs ne perçoivent pas encore qu'elle déstabilisera bientôt tout l'édifice...). Contrairement à Copernic en effet, qui visualisait la Terre comme une petite toupie accrochée à une sphère solide tournant autour du Soleil, Tycho Brahe ne conçoit plus les astres comme attachés à des sphères cristallines en rotation : les cercles des illustrations de ses textes représentent seulement leurs orbites – celle de Mars d'ailleurs intersectant celle du Soleil.

Cette nouvelle représentation de la réalité céleste qui se dessine résulte principalement de deux événements spectaculaires qui eurent un grand retentissement.

En 1572 était apparue au firmament une étoile nouvelle – pendant des mois aussi brillante que Vénus et appelée de nos jours une supernova – que Tycho Brahe avait étudiée avec la plus grande minutie ; il avait observé de même une comète en 1577. Ses conclusions avaient été sans appel : cette étoile nouvelle était fixe, donc située bien au-delà des planètes ; quant à la comète, objet « chevelu » de nature terrestre d'après Aristote, elle était passée bien au-delà de l'orbite de la Lune.

La question ne peut donc plus être éludée : que viennent faire ces objets incongrus dans un ciel censé être l'immuable incarnation de la géométrie d'Euclide ? Pour les incorporer dans une représentation du monde cohérente, quelle autre solution que d'étendre la souveraineté de la physique d'Aristote au monde des astres ? Mais si ce ciel, envahi de comètes et d'étoiles transitoires, doit être régi par la physique d'Aristote, les orbes ne peuvent plus être des « idées » géométriques, ils doivent être solides et matériels, au sens sublunaire du terme et donc... ils ne peuvent pas exister car les comètes les pulvériseraient ! Ce sont là les raisons pour lesquelles Tycho Brahe les relègue aux oubliettes de l'histoire.

Ainsi, en l'an 1592 que nous avons choisi comme date charnière, Tycho Brahe abolit de fait la frontière entre le monde mathématisé du Ciel et celui de la physique sublunaire – et pense avoir colmaté les brèches de l'édifice.

En 1592, Johannes Kepler a 21 ans ; il est en fin d'études à Tübingen. En 1596, il publie son premier ouvrage d'astronomie, le *Mysterium cosmographicum* qui, bien qu'étant un manifeste en faveur de l'héliocentrisme, lui vaut l'admiration de Brahe qui l'appelle à ses côtés pour devenir son assistant.

Installé à Prague après la mort de son maître en 1601, il disposera du trésor inestimable de ses observations. Cependant, au lieu de les utiliser pour améliorer son système géocentrique mixte (« *Ne frustra vixisse videar !* » « *Veille à ce que je n'aie pas vécu en vain* » – lui avait-il demandé sur son lit de mort), et au grand dam de ses héritiers qui lui intenteront un interminable procès, Kepler détournera ce trésor. Héliocentriste convaincu, il utilisera et améliorera les observations de Brahe pour établir, au cours des vingt années suivantes, ses fameuses trois lois.

Ces trois lois de Kepler (voir « L'œuvre de Kepler », p. 73) sont autant de nouveaux coups de butoir contre les fondements de l'astronomie ancienne, car le principe du mouvement circulaire uniforme des planètes (si cher à Copernic) est abandonné au profit de trajectoires elliptiques dont un des foyers est le Soleil, parcourues à des vitesses non constantes.

Kepler n'était cependant pas seulement un génial astronome. Comme Brahe en effet, il s'était très vite défait des sphères célestes, mais s'était, lui, posé la question : si les orbes cristallins n'existent pas, comment, dans ce cas, les planètes, suspendues dans le vide, « tiennent »-elles ? Et comment expliquer la complexité des trajectoires des astres en absence d'orbes permettant la composition de mouvements circulaires uniformes ? Kepler cherchait donc, en physicien, à percer la cause des mouvements planétaires – sur laquelle la physique d'Aristote, privée de ses orbes, restait muette.

Las... La physique de Kepler qui, guidé par des considérations maintenant scientifiquement obscures sur une supposée harmonie musicale des solides platoniciens, voulait faire du Soleil le moteur « magnétique » de l'Univers, est maintenant oubliée. Celle de Galilée servira en revanche pendant trois siècles de socle à la science classique.

Né en 1564 à Pise, Galileo Galilei a 28 ans en 1592 et n'a pas encore fait parler de lui. Il est cependant déjà un héliocentriste convaincu et l'inanité du compromis de Tycho Brahe lui est évidente.

En 1597, en effet, Galilée écrit à Kepler car il a entre les mains son *Mysterium cosmographicum* – pour lui promettre qu'il le lira bientôt[2]... et surtout pour lui dire que lui aussi est copernicien, que d'ailleurs il a « *écrit sur cette matière bien des considérations, des raisonnements et des réfutations* », mais qu'il a préféré jusqu'à présent ne pas les publier « *effrayé par le sort de notre maître Copernic qui, s'il est assuré d'une gloire immortelle aux yeux de certains, est encore ridiculisé et rejeté par une infinité d'autres – car telle est la multitude des sots* ». Comme le devine Kepler (plus probablement par le rapport oral de son messager que par la lettre, sibylline), ces « *considérations et raisonnements* » de Galilée portent sur l'explication des marées par les mouvements diurne et orbital de la Terre (nous y reviendrons !).

Kepler et Galilée donc, dès leurs jeunes années, partageaient la conviction qu'une nouvelle physique, non aristotélicienne et encore à bâtir, devait pouvoir proposer une description unifiée du ciel et des phénomènes terrestres.

Cependant, pendant plusieurs années encore, Galilée se contenta de fourbir ses armes et de mettre en lumière, avec tout le mordant qui le caractérisait, les fissures devenues béantes dans l'édifice de la science médiévale en train de s'effondrer. Galilée mène en effet jusqu'en 1609, c'est-à-dire jusqu'à l'âge de 45 ans, une existence assez ordinaire de professeur des universités, faite d'ennuis d'argent, et de santé aussi. Sa carrière progresse lentement, à coups de candidatures répétées, de sollicitations diverses et de cours particuliers à des élèves fortunés. Il finit par percer grâce à des petits traités de mécanique et la mise au point d'instruments de mesure, mais il reste peu connu hors d'Italie. Hargneux envers ses collègues philosophes, dont l'attachement forcené à une physique qu'il estime condamnée l'irrite, il les accable de procès pour plagiat et de pamphlets stigmatisant leur bêtise. Il se fait ainsi, on s'en doute, de nombreux ennemis, sans perdre cependant pour l'heure le soutien de ses mécènes non universitaires qui admirent son intelligence et s'amusent

2. Galilée a correspondu avec Kepler, a quêté son soutien, mais n'a sûrement jamais lu en détail ses œuvres, qu'il trouvait certainement très indigestes (elles le sont).

Galilée polémiste

En 1604, une étoile, une «nova», apparut au firmament. Peut-être parce qu'il se souvenait avoir vu dans son enfance la supernova de Tycho Brahe, Galilée observa cette nouvelle étoile, ne mesura aucune parallaxe, et en conclut qu'elle se situait bien au-delà de la Lune. Il donna une série de conférences grand public à ce sujet, remettant en question l'inaltérabilité du monde céleste et la division aristotélicienne entre mondes sublunaire et céleste.

Galilée n'étant pas astronome et encore moins «philosophe» mais seulement professeur de mathématiques, cette incursion iconoclaste sur leurs plates-bandes déplut fort à ses collègues aristotélo-péripatéticiens de Padoue qui, plus de trente ans après les observations de Brahe, n'avaient pas évolué d'un iota. L'un deux finit par publier un pamphlet arguant, entre autres, qu'une absence de parallaxe n'impliquait nullement une grande distance, car les astres étaient de «nature» différente de la Terre. Ce à quoi Galilée répliqua, *via* un contre-pamphlet ravageur, que la nova pouvait être faite de ce qu'on voulait, de polenta par exemple, cela ne changeait rien à la validité de ses conclusions...

Deux ans plus tard, un autre péripatéto-philosophe, un certain Colombe, relança la polémique. Emberlificoté dans ses arguments, ce «pigeon» (le sobriquet dont les amis de Galilée l'avaient affublé) finit par dire que les épicycles n'étaient en fin de compte pas nécessaires.

Dans sa réponse Galilée, pour qui les orbes célestes, s'ils existaient de quelque manière que ce fût, devaient être aussi réels que la polenta, mit le doigt sur la brèche que leur suppression ouvrirait dans l'édifice: «*[...] notre péripatéticien [...] ne se rend pas compte qu'en déclarant les épicycles imaginaires il affirme du coup [...] que la régularité des mouvements devient elle aussi imaginaire [...] Car comment peut-on affirmer que les mouvements sont vraiment réguliers quand les épicycles, excentriques et équants, qui seuls peuvent sauver, ou, plutôt, causer, cette uniformité sont déclarés féeriques et fictifs?*» Le clou est enfoncé un peu plus loin, avec une ironie mordante: «*[...] Je ne comprends pas pourquoi vous voulez restreindre l'utilisation et la juridiction de ces malheureux épicycles – c'est probablement parce que c'est leur destin d'être toujours battus et exploités. Pourtant, en valeureux chevaliers, ils ont continuellement risqué leur vie et leurs biens pour maintenir lance au poing la circularité et l'uniformité des mouvements célestes – lesquelles, sans leur secours, auraient depuis longtemps été fracassées par l'expérience.*»

On comprend que de telles piques mettaient les rieurs de son côté, mais blessaient ses détracteurs; une trentaine d'années plus tard, en 1633, il essaiera de faire rire aux dépens du pape, ce qui lui coûtera très cher...

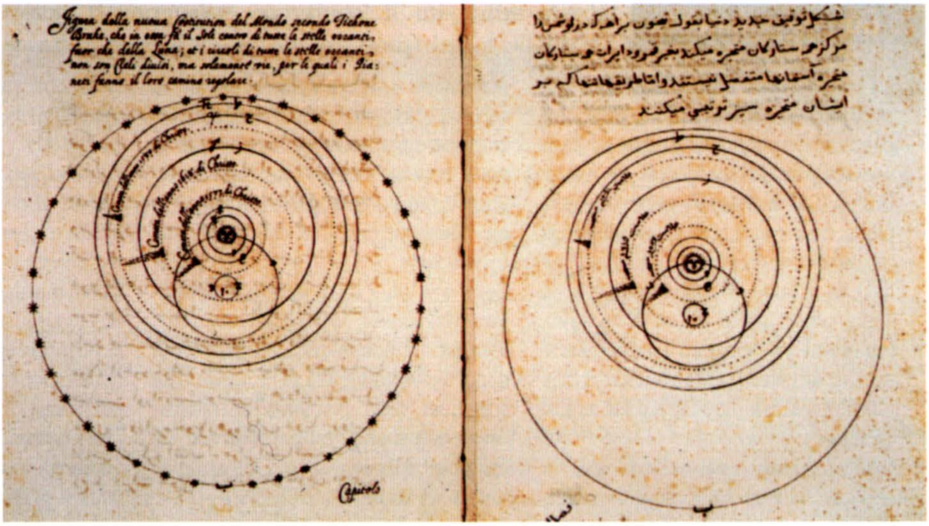
de ses talents de polémiste (voir encadré ci-dessus).

Galilée était complètement imperméable à la dichotomie sous-tendant la science grecque : pour lui, la distinction entre la « réalité mathématique » du ciel et celle, aristotélicienne, des phénomènes terrestres ne faisait aucun sens. Cet « aveuglement », qui lui valut dès ses débuts la haine des péripatéticiens et, plus tard, les foudres du Vatican, lui permettra de voir plus loin que tous ses adversaires.

Le choc de deux mondes

Notre galerie de portraits de cette époque charnière serait incomplète si n'y figuraient quelques représentants de l'église catholique, avec laquelle la science commence à cette époque ses relations plus qu'orageuses (les églises protestantes, morcelées et assez peu intéressées par ce type de débats, eurent moins de pouvoir de nuisance ; rappelons cependant qu'une tante de Kepler fut brûlée pour sorcellerie en terres protestantes et qu'il eut le plus grand mal à éviter le même sort à sa mère).

En 1592 (notre date de référence), Christophe Clavius, jésuite mathématicien et astronome, a 54 ans. C'est lui qui a mené à terme, en utilisant les tables pruténiques de Reinhold fondées sur le *De Revolutionibus*, la formidable tâche de la réforme dite « grégorienne » du calendrier, entré en vigueur dans toute l'Europe catholique dix ans plus tôt. Un de ses disciples, Matteo Ricci, est parti dans le but d'évangéliser la Chine il y a près de quinze ans ; un autre, Sabatino



3 Illustration, commentée en italien et en persan, du système de Tycho Brahe, faite à Goa par Pietro della Valle lors de ses voyages en Orient entre 1614 et 1626.

de Ursis, arrivera à Pékin en 1607 ; ils décriront aux mandarins le système de Copernic appris de leur maître, et aussi probablement celui de Tycho Brahe (Fig. 3), largement diffusé et enseigné par les jésuites.

Giordano Bruno, converti à l'héliocentrisme depuis sa jeunesse, a alors 44 ans. Théologien dominicain défroqué, il vient de rentrer en Italie après une quinzaine d'années d'errance, ses doctrines iconoclastes insupportant ses différents pro-

La « science » de Giordano Bruno

Giordano Bruno –figure emblématique du scientifique victime de l'obscurantisme religieux– n'était ni astronome, ni mathématicien professionnel. Il vivait surtout de ses leçons de mnémotechnie et n'aurait pas laissé grand trace dans l'histoire de la science, n'eût été son horrible fin. Comme l'écrit en effet Paul-Henri Michel : « *L'univers tel qu'il apparaît [...] chez Bruno résulte moins d'une construction logique ou d'une réflexion sur des données tangibles que d'une réponse à une vision précédant toute expérience et dans laquelle le penseur transfère son plus intime secret* » ; et plus loin : « *Sa doctrine [...] est avant tout la récitation d'une aventure personnelle, une sorte de voyage au cœur de l'âme.* »

Même si le temps de l'admiration béate devant le Stagirite était révolu, le carcan de sa physique devenant bien étroit, cet anti-aristotélicien enragé ne pouvait guère convaincre lorsqu'il se hasardait à jeter à la tête de tous les péripatéticiens de service : « *[Aristote] n'a rien compris à la nature du mouvement et de l'univers ; en un mot c'est à cause de lui que la science humaine et divine est tombée tout en bas de la roue de la connaissance alors qu'elle était si haut au temps des Chaldéens et des Pythagoriciens.* » Il n'avait en effet pas de physique « de rechange » à proposer. C'est donc seulement comme de poétiques ou prophétiques visions que ses textes traitant de l'organisation du Ciel étaient probablement lus de son temps, comme celui-ci, fameux : « *Il y a un seul espace universel, une seule et vaste immensité que nous pouvons librement appeler le vide ; en icelui sont d'innombrables globes pareils à celui sur lequel nous vivons et croissons [...] Il y a dans cet espace des corps innombrables comme notre Terre, et d'autres terres, notre Soleil et d'autres soleils qui, dans cet espace infini, exécutent tous des révolutions de dimensions déterminées et finies autour de leurs propres centres.* »

Notons que cette vision ne ravissait guère Kepler, qui écrivait en 1610 à Galilée : « *Cette pensée porte avec elle je ne sais quelle horreur secrète ; en effet on se trouve errant dans cette immensité à laquelle sont déniés toute limite, tout centre, et par là-même tout lieu déterminé.* »

Le verdict de l'histoire n'est cependant pas encore rendu, Koyré écrivant, par exemple, dans ses *Études galiléennes* en 1966 : « *On reste confondu devant la hardiesse, et le radicalisme, de la pensée de Bruno, qui opère une transformation –révolution véritable– de l'image du monde et de la réalité physique. Infinité de l'univers, unité de la nature, géométrisation de l'espace, négation du lieu, relativité du mouvement : nous sommes tout près de Newton...* »

Le Vatican, Giordano Bruno et Galilée

Les archives du Vatican concernant les minutes du procès de Giordano Bruno ayant disparu lors de leur retour de Paris à Rome après la chute de Napoléon en 1815, il n'en reste qu'un résumé partiel et les charges retenues par l'Inquisition font encore débat. Il semble cependant qu'elles aient concerné moins ses croyances à l'infinitude de l'Univers ou la pluralité des mondes que sa négation de dogmes fondamentaux, la divinité du Christ, le mystère de la transubstantiation, etc. (On est en droit de penser que Bellarmin était trop fin pour songer à condamner ses peut-être prémonitoires, mais fumeuses, théories physiques.)

Les deux procès de l'Inquisition contre Galilée quant à eux ont suscité une énorme littérature. Rappelons qu'à celui de 1616, Galilée (dont la théorie des marées comme preuve de la rotation de la Terre ne convainquit pas Bellarmin - nous y reviendrons) se vit « seulement » interdit d'enseigner l'héliocentrisme et que le *De Revolutionibus* fut censuré, sans être mis à l'index. En 1633, en revanche, ce savant alors célèbre dans toute l'Europe fut tenu pour « *hautement suspect d'hérésie* », contraint d'« *abjurer ses erreurs* » et astreint à résidence jusqu'à la fin de sa vie neuf ans plus tard - ce pour avoir défendu l'héliocentrisme dans son *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* et y avoir à nouveau tenté de le prouver par sa théorie des marées.

La raison de ces procès est simple : pour que l'Église acceptât de réinterpréter la Bible (géocentriste), il lui fallait une preuve irréfutable du mouvement de la Terre, que Galilée ne put produire. La question est donc plutôt : pourquoi une telle sentence, à la fois humiliante et bénigne (en tout cas comparée à celle à l'encontre de Giordano Bruno) ? Parce que Bellarmin, mort en 1621, ne pouvait plus rien pour lui ? Parce que son ami, le nouveau pape Urbain VIII, avait cru se retrouver dans les traits de Simplicio, l'aristotélicien borné du *Dialogue*, ce qui l'avait fort courroucé ? Parce que des jésuites, moins géniaux que lui et vexés par ses incessants sarcasmes, voulaient le faire tomber ? Parce qu'il était atomiste et donc ne pouvait croire à la transubstantiation ? Pour toutes ces raisons à la fois probablement.

En tout cas, l'émotion suscitée par la condamnation de Galilée a traversé les siècles et contribué à forger l'image du « Savant bravant le Pouvoir ». Je ne citerai pour exemple que Laplace (dont les revirements politiques furent nombreux...), qui s'indigne dans son *Exposition du Système du Monde*, de 1796 : « *Quel spectacle que celui d'un vieillard, illustre par une longue vie consacrée tout entière à l'étude de la nature, abjurant à genoux, contre le témoignage de sa conscience, la vérité qu'il avait prouvée avec évidence !* »

tecteurs les uns après les autres. Arrêté l'année suivante par l'Inquisition, il sera, après sept ans de procès, remis au bras séculier et brûlé vif pour hérésie. Cet autodafé aura lieu le 17 février 1600, sur le Campo dei Fiori de Rome, devant une foule de pèlerins venus pour le Jubilé décrété par le pape Clément VIII (voir encadré ci-contre).

Le cardinal jésuite Robert Bellarmin a 50 ans en 1592 ; grand théologien (il sera canonisé en 1930 par le pape Léon XI et fait partie des trente-cinq « docteurs de l'Église »), féru des sciences de son temps, il est l'un des piliers de la Contre-Réforme et le bras droit du pape Paul V, né Camillo Borghese. Défenseur de la Foi et du pouvoir temporel de l'Église, c'est lui qui condamnera Bruno pour hérésie, et Galilée, un quart de siècle plus tard, aura maille à partir avec lui (voir encadré ci-dessus).

En attendant, le « grand public » est troublé : puisque les astronomes prêtent maintenant au ciel une réalité terrestre, et non plus seulement géométrique, et se battent pour décider quel est le *vrai* système, puisque l'Église est incapable de réconcilier ces découvertes avec les Écritures, où est alors la vérité ?

Certains poètes, ignorant que le monde ancien est ébranlé, continuent à chanter sa « *beauté céleste* », tel Edmund Spenser, un contemporain de Shakespeare :

« *Beginning then below, with th' easy view Of this base world, subject to fleshly eye, From thence to mount aloft, by order due, To contemplation of th' immortal sky ; [...] Then look [...] look on the frame Of this wide universe [...] First th' earth [...], And last, that mighty shining crystal wall, Wherewith he hath encompassed this All. [...] Look thou no further, but affix thine eye On that bright, shiny, round, still moving* *mass, The house of blessed gods, which men call sky, All sow'd with glist'ring stars more thick than grass […]* »[3]

Edmund Spenser,
Hymn of Heavenly Beauty, 1596.

D'autres sont hostiles à ces nouveautés, tel Guillaume Salluste du Bartas qui vilipende « *des esprits frenetiques, Qui se perdent tousjours par des sentiers obliques* » – c'est-à-dire Copernic, ce « *docte Germain* » (dans sa « *Sepmaine* » de 1578) ; tel John Donne, un autre contemporain de Shakespeare, qui exprime plutôt le désarroi de l'Homme devant la fin d'un Monde qui n'est pas encore remplacé par un nouvel ordre cosmique :

« *Comme l'humanité, la structure du monde Est disloquée […] Et la philosophie nouvelle met tout en doute […] Car la beauté du monde est flétrie ou perdue, Beauté née des couleurs et justes proportions. […] Dans ces constellations des étoiles nouvelles Surgissent, d'anciennes disparaissent […] L'air est rempli de météores dont nul ne sait Non seulement ce qu'ils annoncent, mais ce qu'ils sont. […]* »

John Donne, *Premier Anniversaire : Anatomie du monde*, 1611, traduction de Robert Ellrodt.

Hamlet, lui, écrit à Ophélie : « *Doubt thou the stars are fire ; Doubt you the sun dothe move ; Doubt truth to be a liar ; But never doubt I love.* » (« *Doute que les astres soient de flammes, Doute que le soleil tourne, doute que la vérité soit la vérité, Mais ne doute jamais de mon amour.* » Traduction de François-Victor Hugo.)

Quant à Montaigne, il s'appuie sur cet air du temps pour étayer son septicisme :

« *Le ciel et les estoilles ont branslé trois mille ans, tout le monde l'avoit ainsi creu, jusques à ce que Cleanthes le Samien, ou (selon Theophraste) Nicetas Syracusien s'advisa de maintenir que c'estoit la terre qui se mouvoit, par le cercle oblique du Zodiaque tournant à l'entour de son aixieu. Et de nostre temps Copernicus a si bien fondé cette doctrine, qu'il s'en sert tres-reglément [méthodiquement] à toutes les consequences Astrologiennes [astronomiques]. Que prendrons nous de là, sinon qu'il ne nous doit chaloir [importer] lequel ce soit des deux ? Et qui sçait qu'une tierce opinion d'icy à mille ans, ne renverse les deux precedentes ?* »

Michel de Montaigne, *Les essais*, 1580-1592, II, 12, « *Apologie de Raymond Sebond* ».

Cette période indécise entre science gréco-médiévale et science classique, que l'on peut inscrire dans la période 1543-1610, dura près de soixante-dix ans – c'est long ! La communauté des « sçavants » était partagée, chacun étant laissé, pour choisir son camp, à ses convictions intellectuelles, religieuses, personnelles, à ses espoirs ou ses craintes ou seulement à ses préjugés.

Précisons ces lignes de partage, quitte à grossir le trait.

Un premier camp regroupait les astronomes traditionalistes estimant que toutes ces nouveautés pourraient, à terme, s'inscrire dans le cadre de la dichotomie entre science aristotélicienne de la Terre et astronomie mathématisée.

Dans une ligne grecque *stricto sensu* (rendue compatible avec la Bible grâce, entre autres, à saint Augustin), il n'est en effet pas gênant en principe que des modèles astronomiques différents coexistent, du moment qu'ils rendent compte aussi bien les uns que les autres des observations – on ne demande rien de plus à une représentation du Ciel. C'est pourquoi nombre d'astronomes et d'ecclésiastiques partageaient la position d'Osiander dans son avertissement au lecteur du *De Revolutionibus* : « *Il n'est*

3. « *Partant d'en bas et de la banalité de ce qu'en voit notre œil de chair, partant de là vers les sommets aériens et la contemplation des cieux immortels ; […] Regarde alors […] regarde l'organisation de cet immense univers […] D'abord la terre […] et enfin, ce puissant et étincelant mur de cristal, à l'intérieur duquel Il a tout réuni […] Ne regarde pas plus loin mais fixe ton regard sur cette masse mouvante ronde, brillante, la maison des dieux bénis, que les hommes appellent le ciel, toute piquée de scintillantes étoiles, plus nombreuses encore que les herbes d'un pré […]* »

Qu'est-ce qu'une preuve ? La confrontation de Bellarmin et Galilée

Si les débats sur les systèmes astronomiques en lice furent si passionnés, s'ils désarçonnèrent les écrivains de l'époque et inquiétèrent les ouailles, c'est que le Vatican, assiégé par les églises protestantes, seul par ailleurs capable de dialoguer d'égal à égal avec les astronomes et les philosophes, ne souhaitait guère ouvrir un nouveau front : cette révolution scientifique en marche était en effet un choc entre deux visions du Monde, un « choc de civilisations » dirait-on aujourd'hui, que l'Église voulait éviter.

Le cardinal Bellarmin, par exemple, comprenait de toute évidence que donner le même statut aux réalités céleste et terrestre ne laisserait pas de compromettre le fragile équilibre atteint par saint Augustin et saint Thomas d'Aquin entre le récit biblique de la genèse et le ciel statique des astronomes. Il devait penser cependant la chose faisable, puisqu'il était même prêt à accepter les mouvements de la Terre, à condition qu'on lui en fournît la preuve… mais une preuve aristotélicienne. Il écrivait en effet (en 1615) au père Foscarini : « *S'il y avait une preuve réelle [...] que la Terre tourne autour du Soleil, alors nous devrions procéder avec une grande circonspection pour expliquer des passages de l'Écriture qui semblent enseigner le contraire et admettre que nous ne les avons pas compris, plutôt que de déclarer fausse une opinion qui serait démontrée vraie. Mais pour ma part je ne croirai pas qu'il y a de telles preuves avant qu'on ne me les ait démontrées [...]* »

Il était donc sûrement d'accord avec Galilée sur le fait que c'était aux théologiens et non aux savants de réconcilier la Bible et les faits scientifiques indiscutables – Galilée qui, suivant en cela saint Augustin, écrivait dans sa longue lettre de 1615 à Christine de Lorraine, grande-duchesse de Toscane : « *[...] Il me semble qu'on peut dégager la doctrine suivante, à savoir que, dans les livres des sages de ce monde, il y a des choses concernant la nature qui sont démontrées d'une manière complète, et [...] il appartient aux théologiens de montrer qu'elles ne sont pas contraires aux Saintes Écritures [...]. Il faut [donc], avant de condamner de telles propositions naturelles, [qu'ils] apporte[nt] la preuve qu'elles n'ont pas été démontrées de façon nécessaire : cette tâche appartient non à ceux qui les tiennent pour vraies, mais à ceux qui les estiment fausses [...]* »

Tout le problème était de décider si ces « *choses qui sont démontrées d'une manière complète* » l'étaient vraiment… Galilée, depuis probablement sa lettre de 1597 à Kepler, pensait tenir, par sa théorie des marées, la preuve indiscutable des mouvements de la Terre. Toutefois, ses arguments, non aristotéliciens, ne convainquirent ni Bellarmin en 1616, ni le tribunal de 1633. Cette absence de preuve – qui en fait pose la question de ce qu'est une preuve – fut, on l'a évoqué, la raison des démêlés de Galilée avec le Vatican et à l'origine du divorce de l'Église et de la Science.

pas nécessaire que ces hypothèses soient vraies ni même vraisemblables ; une seule chose suffit : qu'elles offrent des calculs conformes à l'observation. »

Cela étant, les astronomes savaient que les quatre modèles cosmologiques en lice au tournant du XVIIe siècle, auxquels s'ajouta bientôt celui de Kepler, n'étaient pas tous strictement équivalents : on ne pouvait pas passer de celui de Ptolémée à celui de Tycho Brahe par un simple « changement de repère ». Ils différaient en effet par leur nombre d'épicycles, leur disposition, leur taille, etc. Par ailleurs, l'orbite de Mars, par exemple, est plane dans le système de Kepler et non dans les autres. Par conséquent, les prédictions de ces différents systèmes sur les positions futures des astres divergeaient. Il suffisait d'attendre le verdict des observations pour les départager. Mais il fallut s'armer de patience… et en attendant la bataille restait indécise.

Un autre camp, celui des péripatéticiens, se sentait encouragé à annexer l'astronomie (et ainsi la « démathématiser »). Rappelons en effet que les observations de Tycho Brahe tendaient à abolir la frontière entre les mondes sublunaire et céleste, et qu'une digue était en train de s'effondrer – celle qui contenait la propension, en fait en germe depuis l'Antiquité mais contenue par l'Église, à étendre la domination de la physique d'Aristote au monde des astres, illustration de la perfection divine.

Le troisième camp, celui des héliocentristes convaincus, représenté par Copernic, Kepler et Galilée (sans oublier – ce serait injuste – Giordano Bruno), savait que pour donner une réalité autre que géométrique au mouvement des astres, il fallait pouvoir les expliquer, c'est-à-dire leur trouver une cause, ce dont la physique d'Aristote serait incapable (voir encadré p. 57).

Avec le recul du temps, on voit ainsi quel était, depuis Copernic, le plus gros ver dans le fruit aristotélicien : quel est le statut de la Terre dans un système héliocentrique ? Est-ce ce monde sublunaire vil, corrompu et non mathématisable d'Aristote et de saint Thomas d'Aquin ou une planète comme les autres, c'est-à-dire une sphère immatérielle et parfaite ? Copernic, comme Nicolas de Cues auparavant, avait penché pour en faire une « *Stella nobilis* ».

Kepler, on l'a vu, partit sur une mauvaise piste en cherchant une cause « magnétique » (au sens du physicien anglais William Gilbert) au mouvement des planètes. Giordano Bruno de son côté, qui leur prêtait une âme, imaginait des anges les poussant...

Galilée, secondé par des avancées instrumentales et expérimentales majeures – sa lunette, son étude quantitative des lois du mouvement – put affirmer tout le contraire de Copernic d'une part, et d'Aristote d'autre part, à savoir :

– *primo*, ce n'est pas la Terre qui est une « *stella nobilis* », ce sont les astres qui sont d'autres Terres ;

– *secondo*, ce sont les mathématiques, pas la physique d'Aristote, qui sont l'outil nécessaire pour comprendre les astres, *Terre comprise*.

Ce fut cela la révolution.

Terre et Ciel réunifiés

J'ai évoqué les débuts de la carrière de Galilée, son caractère ombrageux, son aversion pour les péripatéticiens, son héliocentrisme, ses démêlés avec l'Église. Il s'agit maintenant de résumer les aspects les plus saillants de son œuvre. J'en retiendrai quatre dans les pages qui viennent : Galilée ingénieur et astronome d'abord ; puis Galilée mécanicien ; enfin Galilée inventeur de la *relativité* et du *principe d'inertie*.

En 1609, Galilée a 45 ans et sa vie prend un tour nouveau : il invente ce que tous appelleront bientôt la « lunette de Galilée ».

Ce tour de force technique n'était pas dû au hasard car Galilée était, de formation pourrait-on dire, un ingénieur « dans l'âme ». Depuis l'époque où il était encore étudiant à Pise vingt-cinq ans auparavant, il avait en effet toujours été très proche des artisans. Puis, devenu professeur à Padoue, il allait souvent discuter avec eux à l'arsenal de Venise ; d'ailleurs, nombre de ses écrits (un traité qui perfectionne les balances mesurant des différences de densité, utiles aux bijoutiers par exemple, ou un autre sur la construction d'un compas militaire, sorte de calculette avant l'heure) leur étaient de fait destinés (encadré ci-contre).

Cette mentalité d'ingénieur aimant mettre la main à la pâte et cherchant des solutions pratiques aux problèmes posés par la Nature a été cruciale, c'est certain, dans le développement de sa pensée. Ce qui le distingue cependant des artisans de tous les temps c'est qu'il appliqua cette approche, qualifiée plus tard d'expérimentale, aux fondements de la science et pas seulement à des problèmes techniques. Ce qui le distingue aussi, ce sont ses talents de mathématicien, rigoureux certes mais qui – parce qu'il est ingénieur (physicien dira-t-on plus tard) – ne se laisse pas arrêter, tel un Pythagore, par les obstacles formels. Tout cela, combiné à un statut d'universitaire qui l'autorise à se mesurer aux aristotéliciens, lui permettra de bâtir les fondations de la physique classique sur les décombres de la science grecque.

Galilée, comparé à Copernic, Tycho Brahe ou Kepler, n'est pas un astronome : il n'a pas cherché à bâtir son propre modèle cosmologique ou à améliorer ceux en lice, il n'a pas compilé de tables, il ne croyait pas même aux ellipses de Kepler... et encore moins à ses motivations mystico-platoniciennes pour attribuer au Soleil une force motrice à l'origine du mouvement des planètes.

Galilée « ingénieur »

En juillet 1609, Galilée alla de Padoue, où il résidait, à Venise (pour solliciter une nouvelle augmentation de salaire) et y apprit qu'un Flamand cherchait à vendre à l'entourage du doge un instrument d'optique qui grossissait de deux à trois fois les objets lointains – un gadget mis au point par des lunetiers, que l'on trouvait déjà chez tous les opticiens de Paris. On lui en décrivit le principe (une combinaison de lentilles pour presbyte et pour myope) et il comprit tout de suite qu'il pouvait faire mieux et ainsi « doubler » le Flamand.

Il retourna immédiatement à Padoue où il disposait des outils nécessaires et connaissait de bons artisans. Le mois suivant, il présentait au sénat des instruments très vite appelés des « lunettes de Galilée » : les lentilles étaient usinées de manière différente de celles des lunetiers et elles grossissaient six, voire quinze à trente fois les navires observés du haut du campanile, sans déformation ni irisations. La république de Venise vit immédiatement l'intérêt, militaire entre autres, de l'instrument : elle doubla le salaire de Galilée et son poste de professeur de mathématiques à l'université de Padoue, de renouvelable, devint permanent.

Beaucoup plus tard, Galilée rendit hommage à ses amis artisans et ingénieurs en ces termes :

« [...] la fréquentation assidue de votre fameux Arsenal, Messieurs les Vénitiens, offre un large champ pour philosopher aux esprits spéculatifs et en particulier sur cette partie qu'on nomme mécanique, puisqu'ici toutes sortes d'instruments et de machines sont continuellement mises en expérience par un si grand nombre d'artisans : grâce aux observations de leurs prédécesseurs, grâce à celles qu'eux-mêmes font constamment par leur propre attention, il est nécessaire qu'il s'en trouve parmi eux des plus experts et au raisonnement très élaboré [...] »

Discours concernant deux sciences nouvelles, 163x, tome VIII, p. 49 ; voir aussi la traduction de Maurice Clavelin, PUF, 1995.

C'est probablement à son père, Vincenzo Galilei, que Galilée devait son grand respect des ingénieurs... et son agressivité envers les philosophes paralysés par les obstacles mathématiques. Musicien réputé et bon mathématicien, Vincenzo Galilei avait en effet polémiqué avec le grand théoricien Gioseffo Zarlino. Celui-ci arguait que le partage du demi-ton ne pouvait pas par principe être envisagé car il impliquait une division par la racine de deux, nombre irrationnel banni depuis Pythagore comme on sait (voir chapitre 1). Vincenzo, lui, défendait l'idée qu'une bonne approximation de cette racine de deux par un rationnel (en l'occurrence 17/12) suffisait amplement à l'oreille et qu'il fallait passer outre ce blocage purement théorique qui empêchait l'établissement d'une gamme « bien tempérée ».

Tout comme les artisans et les ingénieurs qui ne s'étaient jamais émus outre mesure du scandale des irrationnels, tout comme le grand architecte romain Vitruve, Vincenzo n'avait pas peur de la racine de 2 ; Galilée non plus[4].

4. C'est le flamand Simon Stevin qui introduisit la gamme tempérée utilisée de nos jours. De 16 ans l'aîné de Galilée, très grand mathématicien (il est célèbre pour ses prises de position sur la nature des nombres – *« une racine quelconque est nombre ; il n'y a aucuns nombres absurdes, irrationnels, irréguliers, inexplicables ou sourds »*), il fut ingénieur et mécanicien comme Galilée mais il s'intéressa principalement à la statique alors que le génie de Galilée fut de s'attaquer à la dynamique.

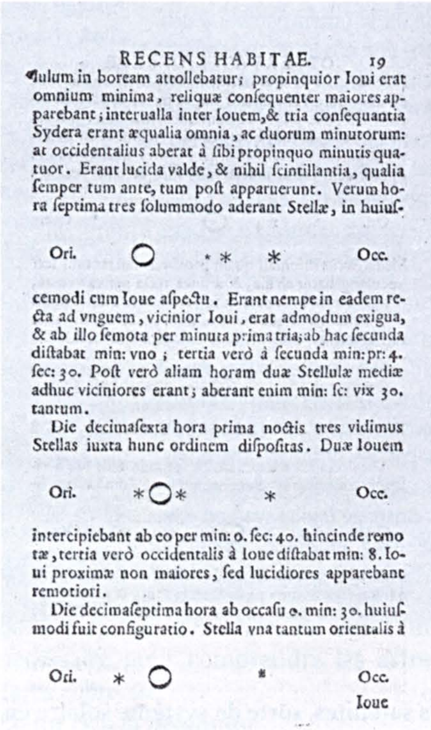
Son coup de génie fut plutôt de tourner la lunette qu'il venait d'inventer vers les astres, quand d'autres se contentaient de la braquer sur les navires du Grand Canal. Pendant plusieurs mois, nuit après nuit ou presque, il scrute le ciel et publie en 1610 son *Sidereus nuncius* – le *Messager céleste*.

Dans cet opuscule, Galilée décrit, avec l'exaltation d'un Christophe Colomb mais aussi la rigueur d'un observateur à qui rien n'échappe, les merveilles découvertes au bout de sa lunette : les montagnes de la Lune, mises en évidence par leur ombre portée par le Soleil, dont il fait des croquis minutieux ; Jupiter et ses satellites, sorte de système solaire en miniature ; et la Voie lactée, nuage laiteux à l'œil nu, qui s'avère être un foisonnement d'étoiles. Peu après, il décrit les taches du Soleil, découvre deux objets près de Saturne (que Huygens identifiera à un anneau, cinquante ans plus tard), et observe aussi les phases de Vénus – si semblables à celles de la Lune, preuve indiscutable que cette planète tourne autour du Soleil comme la Lune tourne autour de la Terre.

Kepler bientôt confirme ces découvertes et explique dans un traité d'optique le fonctionnement de la lunette. Le Collège Romain des Jésuites, interrogé par le

Galilée et les ellipses de Kepler

Le critique d'art Erwin Panofsky a « emballé » Alexandre Koyré en soutenant que Galilée n'avait jamais mentionné les ellipses de Kepler car ses goûts esthétiques étaient d'un Classique et non d'un Baroque : la thèse est intéressante. L'explication d'Einstein, citée d'ailleurs par Panofsky, nous met cependant sur une autre piste : *« Que le pas décisif accompli par Kepler n'ait laissé aucune trace dans toute l'œuvre de Galilée constitue une illustration caricaturale du fait que les individus créateurs manquent souvent de réceptivité. »* Il est en effet probable que Galilée ait tout simplement ignoré les lois de Kepler car il était convaincu, ou voulait croire, que les mouvements des planètes étaient des compositions de mouvements circulaires, comme l'attestent, ainsi que nous le verrons plus loin, sa conception du mouvement « inertiel » et sa théorie des marées.



RECENS HABITAE. 19

ſulum in boream attollebatur; propinquior Ioui erat omnium minima, reliquæ conſequenter maiores apparebant; interualla inter Iouem,& tria conſequentia Sydera erant æqualia omnia, ac duorum minutorum: at occidentalius aberat à ſibi propinquo minutis quatuor. Erant lucida valde, & nihil ſcintillantia, qualia ſemper tum ante, tum poſt apparuerunt. Verum hora ſeptima tres ſolummodo aderant Stellæ, in huiuſ-

Ori. ○ * * * Occ.

cemodi cum Ioue aſpectu. Erant nempe in eadem recta ad vnguem, vicinior Ioui, erat admodum exigua, & ab illo ſemota per minuta prima tria; ab hac ſecunda diſtabat min: vno; tertia verò à ſecunda min: pr: 4. ſec: 30. Poſt verò aliam horam duæ Stellulæ mediæ adhuc viciniores erant; aberant enim min: ſc: vix 30. tantum.

Die decimaſexta hora prima noctis tres vidimus Stellas iuxta hunc ordinem diſpoſitas. Duæ Iouem

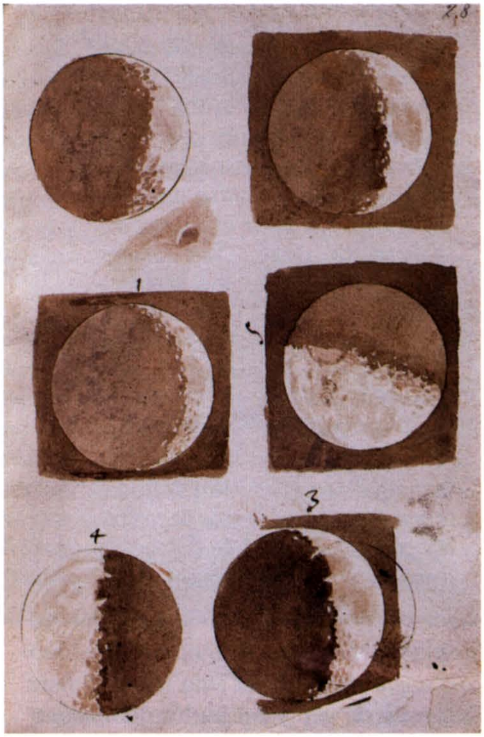
Ori. *○* * Occ.

intercipiebant ab eo per min: 0. ſec: 40. hincinde remotæ, tertia verò occidentalis à Ioue diſtabat min: 8. Ioui proximæ non maiores, ſed lucidiores apparebant remotiori.

Die decimaſeptima hora ab occaſu 0. min: 30. huiuſmodi fuit configuratio. Stella vna tantum orientalis à

Ori. * ○ * Occ.

Ioue



4 **Positions des satellites de Jupiter (à gauche) et croquis de la Lune (à droite)** par Galilée in *Sidereus Nuncius*, 1610.

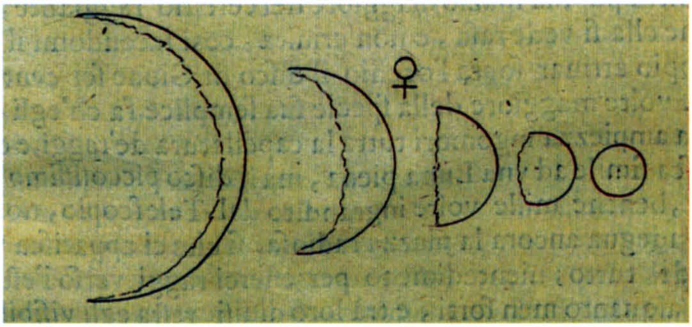
cardinal Bellarmin, formule une opinion favorable. La toute nouvelle Accademia dei Lincei le coopte... Bref, Galilée devient célèbre dans toute l'Europe. (Certes, les taches de la Lune (Fig. 4) avaient déjà été observées à la lunette quelques mois auparavant par Thomas Harriot en Angleterre, mais ses croquis n'avaient pas été publiés – ils furent exhumés par l'astronome Franz Xaver von Zach en 1784 ; de plus ils n'avaient de loin pas la précision de ceux de Galilée ; quant aux observations des taches du Soleil, elles furent l'objet de polémiques, pamphlets et autres lettres d'insultes dont Galilée et ses adversaires avaient le secret.)

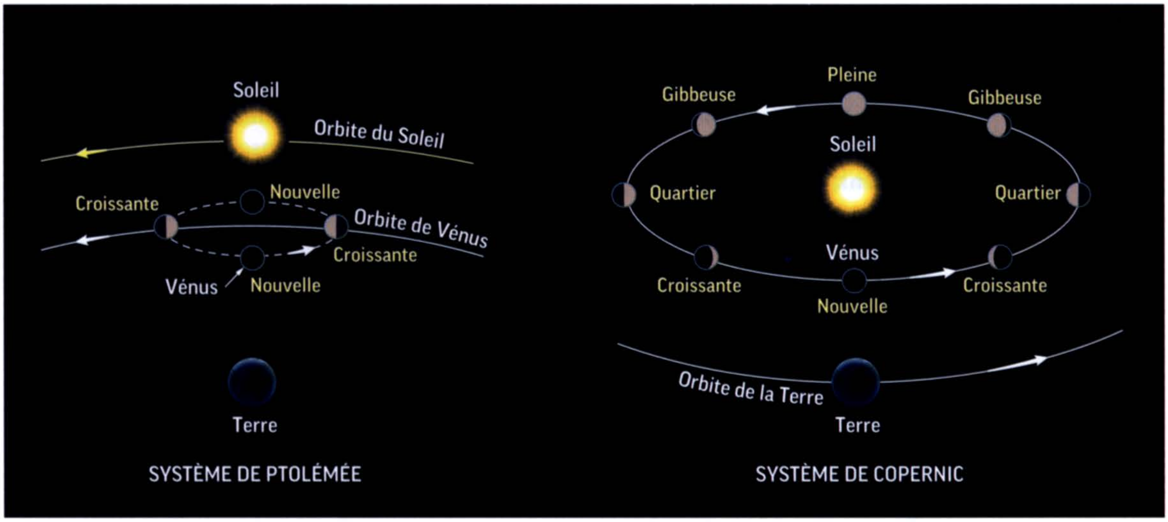
Découvrir de nouveaux objets dans le ciel est bien sûr depuis toujours un émerveillement, que ce soit une huitième Pléiade à l'œil nu, les montagnes de la Lune à l'aide de jumelles, ou des galaxies photographiées par le télescope spatial Hubble : que les découvertes de Galilée aient fasciné comme celles de Nouveaux Mondes n'est donc pas surprenant. Mais la question à se poser est, même si elle fait un peu l'effet d'une douche froide : « Très bien, mais en quoi

tout cela change-t-il notre perception du Monde ? »
Or, et c'est là un extraordinaire malentendu de l'histoire, si les observations de Galilée connurent un tel retentissement, c'est parce qu'il en déduisit la supériorité du système héliocentrique de Copernic sur celui de Ptolémée, alors qu'en fait... cette conclusion ne s'imposait aucunement !
Le débat, en effet, n'était plus entre les « vieux » systèmes de Copernic et de Ptolémée, mais entre ceux de Kepler et de Tycho Brahe (l'un hélio-focal, l'autre quasi-identique à celui de Copernic, mais géocentrique comme on l'a vu) – systèmes qui étaient alors l'un comme l'autre parfaitement compatibles avec ces nouvelles observations (Fig. 5). Les découvertes astronomiques de Galilée, aussi intéressantes fussent-elles, ne démontraient donc pas la vérité des systèmes héliocentriques. Ce fut là l'argument de l'Église qui, devant l'obstination de leur héraut, lui interdit d'enseigner l'héliocentrisme en 1616 et, après sa récidive en publiant en 1632 son « *Dialogo [...] sopra i massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano* », finit par l'astreindre à résidence surveillée l'année suivante (une faute bien sûr, car la science n'évolue que par consensus entre ses experts et non par diktats).

Évidemment, je grossis le trait. En effet Galilée avait, par exemple, observé que, vues au travers de sa lunette, les planètes avaient un rayon apparent bien inférieur à celui qu'elles semblent avoir à l'œil nu. Il en avait déduit que, contrairement à ce que pensaient la plupart des astronomes, leurs rayons réels étaient en conséquence bien moindres que celui du Soleil.
Lorsque donc Pierre Gassendi découvrit en 1631 que Mercure, lors de son transit, n'apparaissait que comme une minuscule tache sur le globe du Soleil, Galilée n'en fut aucunement surpris. Ces observations confirmaient que le Soleil était un astre totalement différent des planètes, Terre comprise, et qu'il était donc plus « naturel » que ce fût lui qui siégeât au centre de l'Univers plutôt que la Terre. Là encore toutefois, l'argument (similaire d'ailleurs à celui d'Aristarque de Samos 2 000 ans plus tôt) est bancal tant

5 Les phases de Vénus, in *Il Saggiatore*, 1623, et schéma montrant leur incompatibilité avec le système de Ptolémée et leur accord avec celui de Copernic (et de Tycho Brahe...).





que l'on n'a pas inventé une nouvelle physique qui unifie les descriptions de la Terre et des planètes.
Avec le recul du temps, il est donc clair maintenant que si les observations astronomiques de Galilée ont une telle importance dans l'histoire de la science, ce n'est pas parce qu'elles prouvaient l'héliocentrisme (elles ne le prouvaient pas), mais plutôt parce qu'elles confirmaient de manière éclatante le fait – dont il était convaincu, lui, depuis longtemps – que la Terre et les planètes étaient des objets de même nature ; qu'elles n'étaient pas ces sphères éthérées des astronomes mais des mondes semblables à notre Terre, « vils » et « corrompus » comme elle, des objets à observer, étudier, disséquer, je dirais presque à appréhender à bras-le-corps, tout comme notre Terre.
Ainsi, Galilée fut le premier astro-« physicien » de l'histoire.

Le socle d'une physique nouvelle

Puisque, grâce aux découvertes astronomiques de Galilée, il était acquis dorénavant que la Terre et les planètes étaient de même nature, avec quels outils fallait-il les décrire ? Ceux de la physique, à savoir la logique des syllogismes, réservés depuis Aristote à l'explication des phénomènes terrestres ? Ou les outils mathématiques de la géométrie, réservés jusqu'alors à l'astronomie ?
Galilée, envers et contre tous les péripatéticiens, paria pour les mathématiques dans une magnifique envolée devenue célèbre, acte de naissance de la physique moderne :
« *La filosofia naturale è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi, io dico l'universo, ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua e conoscer i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola ; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto.* »
(Soit, en langage vulgaire : « *La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. Sans eux, c'est une errance dans un labyrinthe obscur.* »)

Il Saggiatore, Galileo Galilei, 1623
(Traduction Christiane Chauviré, *L'Essayeur*, Les Belles Lettres, 1979, p. 141)

Il fallait donc reprendre la physique à zéro. Mais par quel bout s'attaquer à cette gigantesque tâche ? Sur quels phénomènes porter son attention pour montrer, sur un exemple concret, que la Nature tout entière peut se réduire à de la géométrie ?
Le génie de Galilée fut de se pencher sur l'étude des mouvements des corps terrestres car il savait, même si ce n'était au début qu'intuitivement, que puisque les mathématiques régissent les mouvements des astres, il devait en être de même sur Terre – contrairement à ce que la science gréco-médiévale avait affirmé pendant 2 000 ans.
Afin de saisir toute la hardiesse qui lui fut nécessaire pour franchir les obstacles et découvrir ces lois du mouvement maintenant familières aux lycéens du monde entier, suivons les grandes lignes du cheminement de sa pensée dans son ultime ouvrage, synthèse d'une vie d'étude, les *Discorsi [...] intorno à due nuove scienze attenanti alla mecanica et i movimenti locali*, publiés au soir de sa vie, en 1638, à Leyde.

L'histoire raconte (« *se non è vera è ben trovata* ») que Galilée laissait tomber divers objets du haut de la tour de Pise et prétendait qu'ils arrivaient tous en même temps au sol. Bien évidemment ce n'était pas vrai, les plus légers, des balles de liège par exemple, étant systématiquement emportés par le vent. Une première audace de Galilée fut d'affirmer que s'il n'y avait pas eu de vent, ou mieux, s'il n'y avait pas d'air... alors balles de liège et boules d'ébène arriveraient au sol en même temps.

« Quel culot ! » se disaient sûrement les péripatéticiens. On leur pardonne : ce n'est qu'après la mort de Galilée, dans les années 1640, que Torricelli (un des derniers élèves de Galilée) puis Pascal réintroduisirent le concept de vide, banni de la physique par Aristote qui avait décrété que la nature l'avait en horreur ; et ce n'est que dans les années 1650 que fut inventée la pompe à air. Mais comme il transparaît de la lecture de la Première journée de son *Discours*, l'atomiste qu'était Galilée n'avait pas plus peur du vide que de la racine de 2... De plus, ce vide « mathématique » existait bien dans le Ciel ; il devait donc en être de même sur Terre.

C'est la première leçon de Galilée mécanicien : parmi les myriades de phénomènes qui assaillent nos sens, le physicien doit repérer ceux qui lui paraissent simples, répétitifs et facilement reproductibles ; puis il doit les élaguer, éliminer le superflu, pour n'en retenir qu'un fil directeur. En cela, il suivait l'exemple des Grecs qui, pour mathématiser le ciel, l'avaient « vidé » de tout sauf de ses sept planètes. Galilée, lui, vide la nature de tout... sauf d'une balle de liège et d'une boule d'ébène tombant du haut d'une tour.

Restait à choisir les fondements de l'édifice mathématique qui décrirait le phénomène. Là encore, Galilée suivit les Grecs : de même que les astronomes étaient partis 2000 ans plus tôt du postulat que les planètes se mouvaient sur des cercles, Galilée, Archimède des temps nouveaux, émit l'hypothèse qui lui parut la plus simple, à savoir que la vitesse des objets – dont on constate qu'elle augmente lors de la chute – croît en proportion du temps. En termes modernes : si au bout d'une seconde de chute, la vitesse d'un objet est de 9,8 $m.s^{-1}$ (par exemple...), elle sera de 19,6 $m.s^{-1}$ au bout de 2 secondes, etc. : « *nous avons été conduit par la main [...] en employant les moyens les plus ordinaires, les plus simples, les plus faciles* », écrivit Galilée. Il en déduisit alors, en utilisant la géométrie d'Euclide, que les distances parcourues doivent, elles, croître comme les carrés des temps (on trouvera sa démonstration p. 74-75).

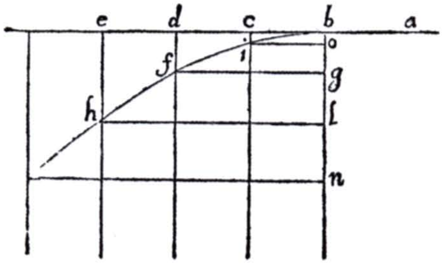
C'est la deuxième leçon de Galilée : les lois de la nature ne se découvrent pas ; le physicien les invente (un peu guidé par ses observations tout de même !) ; puis il en déduit toute une série de conséquences mathématiques.

La troisième leçon de Galilée, fondateur de ce qui fut appelé plus tard la méthode expérimentale, est qu'une loi, c'est-à-dire une relation mathématique entre grandeurs mesurables (on dira plus tard « observables ») déduite d'hypothèses librement posées, n'est qu'un inutile bavardage si on ne peut pas l'illustrer par un dispositif expérimental, c'est-à-dire un phénomène, naturel soit, mais néanmoins construit, contrôlé par l'Homme.

Ainsi, pour vérifier expérimentalement sa loi, ou plutôt ses conséquences, Galilée eut l'ingéniosité d'étudier la chute des corps le long de plans inclinés ce qui, comme il le vérifia en diminuant peu à peu leur pente, permettait d'étudier le même phénomène, mais plus facilement car au ralenti : tous les corps, des boules de bois en l'occurrence, quels que fussent leurs poids ou composition arrivaient (à peu près) ensemble au bas du plan incliné.

Le plus difficile fut de mesurer ces temps de chute. Les clepsydres ou sabliers de l'époque étant bien trop imprécis, Galilée – l'ingénieur dans l'âme – trouva

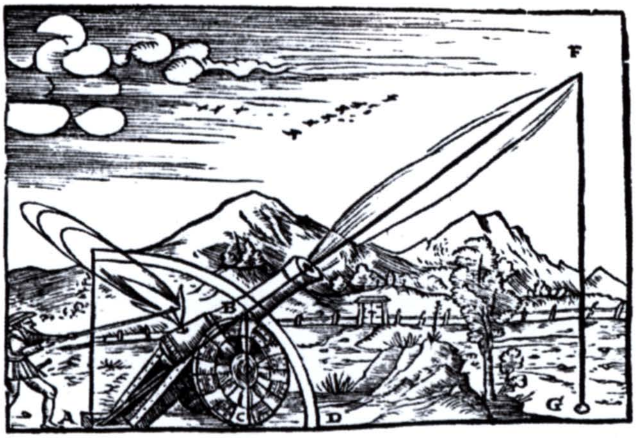
6 En haut : Galilée démontre sa loi de la gravité à l'aide d'un plan incliné (fresque de la *Tribuna di Galileo* peinte par Giuseppe Bezzuoli (1784-1855), Museo della Specola, Florence). **Ci-contre : schéma de principe du mouvement parabolique** (p. 242 des *Discorsi*) dont la conclusion est : « *Les positions d'une particule emportée par le mouvement composé ci-dessus se trouveront sur une parabole.* » La question est encore débattue de savoir si Galilée effectua vraiment toutes les expériences qu'il décrit...

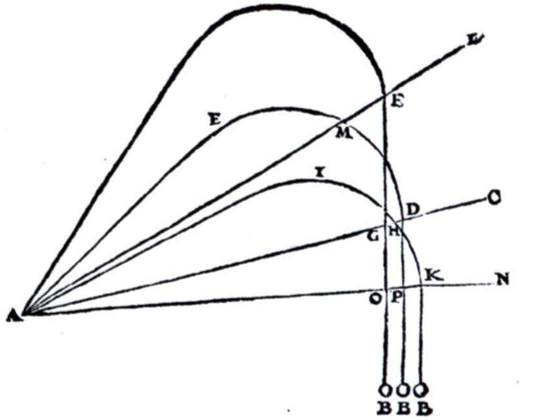


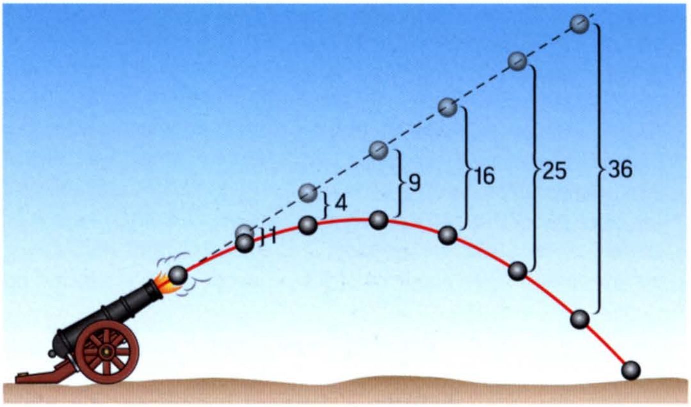
un moyen astucieux pour mesurer des durées de l'ordre de la seconde. Il disposa des clochettes le long de son plan incliné qui tintinnabulaient au passage des boules ; puis, à chaque lancé, il faisait chanter ses assistants pour battre la mesure (l'oreille humaine, il le savait de son père musicien, mesure très bien des durées égales) et ajustait les distances entre les clochettes pour qu'elles tintent aux temps forts de la chanson, à intervalles de temps égaux donc. Ainsi, il vérifia que les distances parcourues croissaient bien en proportion des carrés des temps, en plein accord avec sa loi (Fig. 6).

Galilée ne s'arrêta pas en si beau chemin. Il constata ou – plus en accord avec sa méthode – vérifia que lorsque la boule roulait en bout de course sur le sol horizontal, alors les distances parcourues devenaient proportionnelles au temps et non plus à son carré – en d'autres termes, que la vitesse de la boule devenait constante (en faisant abstraction, à nouveau, des frottements qui finissent par la ralentir). Il qualifia d'uniforme ce mouvement à vitesse constante, au cours duquel les distances parcourues croissent en proportion du temps, et énonça la loi : le mouvement horizontal est uniforme ; c'est là l'embryon de ce qu'on appellera plus tard le principe d'inertie.

De ces hypothèses (mouvement rectiligne uniforme selon l'horizontale, mouvement uniformément accéléré selon la verticale), il déduisit que les objets lancés avec une certaine vitesse initiale non verticale devaient suivre des trajectoires paraboliques.







Bien sûr, des paraboles avaient déjà été « vues », dans l'arc des jets d'eau des fontaines par Léonard de Vinci, par exemple, et par Thomas Harriot – dont les travaux ne furent redécouverts que récemment (ce dernier avait, rappelons-le, observé les taches de la Lune avant Galilée. Savoir s'il fut ou non le « Galilée anglais » est encore matière à débat. En tout cas, le fait qu'il ne soit connu que des *happy few* est une illustration cruelle du mot d'ordre « *publish or perish* »...)

On aura cependant saisi la nouveauté de la démarche intellectuelle de Galilée : alors que pour les péripatéticiens, tout mouvement non vertical est forcé, nécessite un moteur, donc un changement d'« état » de l'objet qui peu à peu revient à son état « naturel », pour Galilée, en revanche, le corps n'est pas (en première approximation) affecté par le mouvement, il a simplement « acquis » une vitesse horizontale initiale qu'il conserve et qui se combine (s'« additionne vectoriellement », dit-on de nos jours) à la vitesse verticale qui, elle, croît comme le temps (Fig. 7).

Les personnages du *Discours* se concertent : le péripatéticien Simplicio est dépassé ; l'intelligent Sagredo objecte que la démonstration repose sur le fait que les mouvements verticaux aux différents points de la trajectoire sont parallèles, ce qui n'est pas vrai, car la Terre est ronde... Ce à quoi Salviati-Galilée, en bon physicien-ingénieur qui sait calculer des ordres de grandeur, répond : « *On considère un tel lemme comme admissible parce qu'en pratique nos instruments et les distances qu'ils mettent en jeu sont si petits comparativement à l'énorme distance du centre de la Terre que nous pouvons considérer une minute d'arc sur un grand cercle comme une ligne droite et les perpendiculaires à la surface du sol abaissées des extrémités de cet arc comme des parallèles. Si, dans la pratique effective, il fallait considérer des quantités aussi petites, il faudrait critiquer les architectes qui, en s'aidant du fil à plomb, ont la présomption de construire de hautes tours avec des côtés parallèles [...]* »

Ce dernier résultat sur les trajectoires paraboliques lui permet de conclure son *Discours* en ingénieur, par des tables de

7 Trajectoires de projectiles.
En haut à gauche : la trajectoire d'un obus selon les prédictions de la physique d'Aristote (in Daniel Santbech, *Problematum astronomicorum et geometricorum sectiones septe*, 1561) : le mouvement est d'abord rectiligne, « forcé » et de vitesse décroissante, puis vertical et « naturel ».
En haut à droite : la solution « intermédiaire » de Tartaglia dans son *Nova Scientia* de 1537.
En bas : la parabole de Galilée.

Le principe de relativité

« Enfermez-vous avec un ami dans la plus grande cabine sous le pont d'un grand navire, et prenez avec vous des mouches, des papillons et d'autres petites bêtes qui volent [...]. Quand le navire est immobile, observez soigneusement comme les petites bêtes qui volent vont à la même vitesse dans toutes les directions de la cabine [...]. Quand vous aurez soigneusement observé cela, bien qu'il ne fasse aucun doute que les choses doivent se passer ainsi quand le navire est immobile, faites aller le navire à la vitesse que vous voulez ; pourvu que le mouvement soit uniforme, sans balancement dans un sens ou dans l'autre, vous ne remarquerez pas le moindre changement dans tous les effets qu'on vient d'indiquer ; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile : [...] les papillons et les mouches continueront à voler indifféremment dans toutes les directions, jamais vous ne les verrez se réfugier vers les parois du côté de la poupe comme s'ils étaient fatigués de suivre la course rapide du navire [...] »

Dialogue sur les deux grands systèmes du monde, Seconde journée, traduction René Fréreux (avec le concours de François de Gandt), Seuil, 1992.

De nos jours on appelle « référentiel » tout corps solide, tels une barge, un navire, une voiture, un train ou un avion, à l'intérieur duquel on fait des expériences, et par rapport auquel on repère les positions et les mouvements des objets qui s'y trouvent.
Ce que Galilée avait donc remarqué, c'était que des référentiels en mouvements uniformes les uns par rapport aux autres sont équivalents : les expériences qu'on y effectue donnent les mêmes résultats, quelles que soient leurs vitesses relatives.
On crut, à la fin du XIXe siècle, que Galilée s'était en fait trompé, qu'il serait possible, par des expériences d'optique mettant en jeu la vitesse de la lumière, de distinguer ces référentiels, d'en trouver un dont on pourrait dire qu'il est au repos « absolu », et par rapport auquel mesurer les vitesses « absolues » des autres.
Einstein, comme nous le verrons, « réhabilitera » Galilée en 1905 et Poincaré baptisera *principe de relativité* cette règle que toutes les lois de la physique semblent respecter (y compris celles de la mécanique quantique et de la relativité générale, découvertes au XXe siècle), à savoir qu'il est impossible de déterminer si le laboratoire dans lequel vous effectuez vos expériences est en mouvement uniforme ou au repos... Bien sûr nous y reviendrons.

balistique donnant les portées des obus selon les degrés d'inclinaison du tir... fort utiles à ses amis artisans de l'arsenal de Venise !

Relativité et inertie

Galilée ingénieur, en réintégrant ses pairs dans la grande famille des scientifiques dont Aristote les avait bannis, a ouvert, on l'a vu, la voie de la physique expérimentale. En refusant la dichotomie entre la Terre et le Ciel, pourtant ancrée dans les esprits depuis des millénaires, il a créé une nouvelle discipline, l'astrophysique, qui depuis quatre cents ans élargit sans cesse l'horizon de l'humanité. En faisant aussi le pari que les mathématiques étaient l'outil le plus efficace pour décrire à la fois les mouvements des astres et des objets terrestres, il a fondé la science moderne, qui est encore le socle de nos civilisations actuelles.

Il nous reste, pour conclure ce survol d'un des siècles les plus riches de l'histoire de la science, à rendre compte d'une contribution plus importante encore de Galilée, dont lui-même ne put qu'avoir l'intuition. Il s'agit de sa découverte que certains mouvements – les mouvements uniformes –, aussi rapides soient-ils, sont en soi indétectables, et que les objets qui suivent ces mouvements ne sont assujettis à aucune force extérieure – ils sont « libres ».
Emporté par son élan, nous le verrons alors entrer dans le domaine des spéculations hasardeuses et tenter d'apporter (par sa théorie des marées) la preuve définitive du système héliocentrique de Copernic, preuve qui, j'y ai déjà fait allusion, ne convainquit pas ses contemporains et que la science classique de Newton rejettera.
Mais qu'importe cet errement final : son intuition fondatrice, qui fut formalisée ensuite par Descartes et Newton et à

Le principe d'inertie

« Il faut remarquer [...] qu'un degré de vitesse quelconque, une fois communiqué à un mobile, s'imprime en lui de façon indélébile du seul fait de sa nature, et pourvu que soient supprimées les causes extérieures d'accélération et de ralentissement, ce qui n'a lieu que sur un plan horizontal. »

Galilée, *Discours concernant deux sciences nouvelles*, 1638, traduction de Maurice Clavelin, PUF, 1995.

On remarque la hardiesse du raisonnement: le mouvement uniforme est comme rien (principe de relativité), donc... le mouvement uniforme est libre (principe d'inertie).

L'induction de Galilée est en fait sémantique, car jouant sur les mots « naturel » et « libre » qu'il attribue au mouvement de la barge et de la boule. On comprend donc les réticences de ses adversaires, pour qui le mouvement vertical était « naturel » alors que le mouvement horizontal était forcé (ce qui tombe sous le sens devaient penser les mariniers qui ramaient pour faire avancer la barge!).

En effet, le fait, *primo*, que le mouvement uniforme de la barge n'affecte pas le déroulement des phénomènes n'implique pas *a priori* qu'il ne nécessite aucune force extérieure et est libre. Par ailleurs, à part qu'il est uniforme lui aussi, on voit mal ce que le mouvement de la boule a de commun avec celui de la barge, sauf à imaginer des mouches et papillons y voletant en tous sens... C'est ce que fait d'ailleurs Galilée, qui écrit à la suite du passage du *Discours* cité plus haut: « *Lorsqu'on court à cheval, on voit parfois les mouches importunes et les taons suivre les chevaux et voler tantôt vers une partie du corps, tantôt vers une autre.* »

En fait, Galilée est ici, une fois encore, un visionnaire à la lisière d'un monde nouveau, un monde élagué de ses oripeaux (ici la friction de l'eau ou la résistance de l'air) dans lequel les phénomènes deviennent des objets conceptualisés, mathématisés. Il peut alors faire sienne l'approche des mathématiciens. Ainsi, en paraphrasant René Thom, cité plus haut: « *Dans cette confiance en l'existence d'un univers idéal, Galilée ne s'inquiète pas outre mesure des hardiesses de ses raisonnements par analogie [...]. Car le monde des Idées excède infiniment nos connaissances du moment, et c'est dans l'intuition que réside l'*ultima ratio *de notre foi en la vérité d'une loi.* »

La physique newtonienne qualifiera de mouvements « inertiels », ou « libres », ces mouvements uniformes « naturels » dont Galilée avait eu la hardiesse de dire qu'ils ne nécessitaient pas d'être entretenus par l'action d'une force extérieure. Et les barges avions et trains en mouvements uniformes, donc naturels, donc libres, seront qualifiés de « référentiels inertiels » ou « galiléens ».

laquelle Einstein donna trois cents ans plus tard la pleine mesure, sera probablement l'une des clés de la physique à venir du XXI^e siècle.

Galilée, à l'époque où il allait de Padoue à Venise en coche d'eau, avait été frappé par un phénomène, tellement familier que personne avant lui n'y avait réfléchi : si l'eau est étale et si le coche progresse à vitesse constante (suffisamment lente pour qu'on ne sente pas le vent de la course), les événements qui s'y déroulent ne dépendent pas de son mouvement. Quand, beaucoup plus tard, les physiciens auront saisi toute l'importance de cette « évidence », ils l'appelleront « principe de relativité » (encadré ci-contre).

Ce mouvement, dit uniforme, d'un coche d'eau le long d'un canal est donc « comme rien » : « *il moto è come nullo* ». En d'autres termes, il est impossible – par temps de brouillard qui masque la rive ! – de savoir si le navire est en mouvement ou à quai.

Et si votre coche dépasse une barge, vous ne pouvez pas savoir non plus (toujours par temps de brouillard) si elle se déplace par rapport à la rive ou non, car seules les vitesses relatives sont détectables. De même, si vous attendez le départ du coche et voyez la barge d'à côté se mettre doucement en branle, vous pouvez très bien penser que c'est votre coche qui recule lentement et elle qui reste à quai, une impression que vous ne pourrez rectifier que si le brouillard se dissipe pour dévoiler la rive.

Mais Galilée alla plus loin.

Il inféra que si le mouvement uniforme des barges sur un canal était « comme rien », alors on pouvait dire qu'il était « naturel ». Or, dans la terminologie d'Aristote, un mouvement naturel est un mouvement « libre », c'est-à-dire un mouvement qui s'effectue sans agent extérieur : il continue de lui-même sans qu'on ait à appliquer aucune force.

Galilée avait par ailleurs constaté, on l'a vu, que des boules lâchées le long de plans inclinés continuaient leur course d'un mouvement uniforme en arrivant sur le sol, en ligne droite et à vitesse constante, telles des barges miniatures. Par conséquent, le mouvement des boules sur le sol est lui aussi « naturel », « libre ». Ainsi il transmute sa loi, à savoir que le mouvement horizontal est uniforme, en une autre : le mouvement uniforme est *libre*. Cette nouvelle formulation la rapproche du « principe d'inertie » tel que Descartes, Huygens et Newton, après l'avoir amendée, l'énonceront plus tard (encadré p. 67).

8 Portrait de Galilée (1564-1642) par Ottavio Mario Leoni, 1624, Musée du Louvre.

Galilée poursuivit son idée : s'il est impossible par temps de brouillard de distinguer les navires qui bougent et ceux qui sont immobiles, alors il en est de même de la rive, à savoir la Terre. Un mouvement de la Terre, s'il est uniforme, n'est pas détectable, il est lui aussi « comme rien », et il est impossible de savoir si c'est elle qui bouge ou les étoiles autour d'elle.

La Terre n'a donc aucune raison d'être amarrée au centre de l'Univers, elle peut très bien être comme un grand vaisseau flottant dans l'espace, ou plutôt une gigantesque boule d'ébène roulant sur elle-même et tournant autour du Soleil.

C'est ce que Copernic avait argué sans être convaincant près d'un siècle auparavant pour justifier son système héliocentrique ; c'est ce que Galilée affirmait maintenant dans le cadre de sa nouvelle physique où mouvements des navires et mouvements des astres devaient suivre les mêmes lois.

Il faut à ce stade lever une ambiguïté et préciser la pensée de Galilée. Le mouvement uniforme qu'il qualifie de naturel et de libre, celui des boules sur le sol, des barges sur un canal ou des navires sur la mer, est un mouvement horizontal ; sur de petites distances, on peut le considérer comme rectiligne ; mais sur des grandes distances, il devient circulaire, épousant la forme de la Terre. Pour Galilée, donc, le mouvement de rotation diurne de la Terre d'une part, son mouvement orbital d'autre part, tous deux circulaires, sont « comme rien »[5].

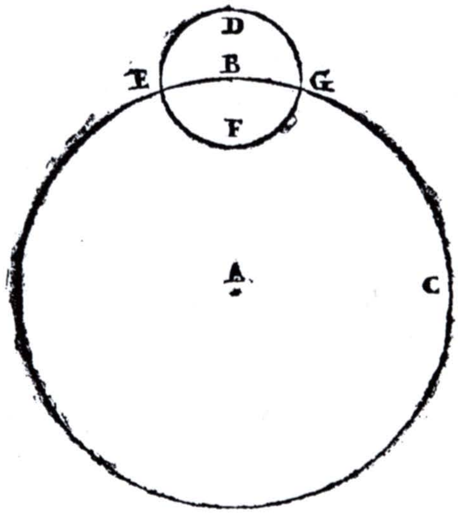
Ayant établi (il serait en fait plus honnête de dire « postulé ») que le mouvement (circulaire) uniforme est comme rien, Galilée put alors résoudre d'un trait de

5. Il n'est pas exclu que Galilée n'ait jamais mentionné les ellipses de Kepler... parce qu'il ne voulait pas encombrer sa démonstration (fondée sur la circularité des trajectoires) de ce qui devait être pour lui des complications secondaires. Par ailleurs, il ne pouvait que rejeter l'idée de Kepler que les mouvements de la Terre et des planètes étaient dus à une force, puisqu'il affirmait au contraire qu'ils étaient libres : la piste que Galilée commence à tracer ici ne sera pas poursuivie par ses successeurs...

La chute des corps : les péripatéticiens contre-attaquent

Les contre-arguments des péripatéticiens à la loi de la chute des corps énoncée par Galilée -autant que je les comprenne !- n'étaient pas aussi stupides qu'on les présente parfois...
Considérons en effet un bateau se déplaçant, par exemple, à 5 nœuds, soit 9 km.h^{-1}, soit encore 2,5 m.s^{-1}. Si le mât fait 5 m de hauteur, le temps de chute d'un objet (donné par la loi de la chute des corps de Galilée, ou tout simplement mesuré) est de l'ordre de 1 seconde ; si l'objet n'est nullement entraîné par la course du navire, il tombera donc à 2,5 m à l'arrière du mât... ce qui est facilement observable !
Mais la question est de savoir si le mouvement du navire communique ou non sa vitesse à l'objet qui tombe du mât. Les péripatéticiens (tels Christoph Rothmann, un correspondant de Tycho Brahe) étaient prêts à admettre que oui. Ils étaient cependant convaincus que cette vitesse horizontale devait décroître au cours de la chute car le mouvement horizontal n'était pas « naturel », alors que Galilée affirmait qu'elle devait rester constante... et de plus l'avait montré, en vérifiant (ou en affirmant avoir vérifié...) que les trajectoires, vues de la rive, étaient paraboliques.

plume quantité de paradoxes qui avaient agité les péripatéticiens. Il put affirmer en particulier que, la Terre tournant sur elle-même ou non, les balles de liège et les boules d'ébène lâchées du haut de la tour de Pise tombent non pas à l'Ouest de la tour, mais à son pied, tout comme elles tombent au pied du mât et non à la poupe d'un navire en mouvement (encadré ci-dessus).
Galilée avait donc montré qu'en suivant la piste qu'il avait débroussaillée dans la forêt des phénomènes, plus rien n'empêchait la Terre de se mouvoir...
Ce à quoi ses adversaires lui rétorquèrent que même si on le suivait dans ses raisonnements, elle pouvait tout aussi bien rester immobile !
Galilée leur porta alors sa botte secrète (en témoigne le regard malicieux de son portrait, Fig. 8) : si un mouvement uniforme est comme rien, un mouvement non uniforme, lui, a des effets tout à fait détectables. Comme il l'explique lors de la Deuxième journée de son *Dialogue* :
« *Vous, Simplicius, à ce que je crois, vous êtes allé maintes fois par bateau à Padoue et, si vous voulez confesser la vérité, vous n'avez jamais ressenti en vous-même la participation au mouvement, sinon au moment où le bateau accoste ou lorsqu'il rencontre quelque obstacle et qu'il s'arrête, et que, vous en même temps que les autres passagers, vous vous trouviez alors subitement renversé, non sans quelque péril.* »
Or dans le système héliocentrique de Copernic, le mouvement de la Terre n'est pas parfaitement uniforme : il est en effet la composition d'un mouvement de rotation diurne et d'un mouvement orbital annuel autour du Soleil (Fig. 9). À minuit (en D sur la figure 9, où le Soleil est en A et où les mouvements sont rétrogrades), ces mouvements s'additionnent ; à midi (en F), ils se soustraient.
Ce changement journalier de vitesse secoue la Terre, dont les mers, telle l'eau d'une barge accostant, fluent et refluent : c'est le phénomène des marées.



9 Le double mouvement de la Terre expliqué par Galilée comme la combinaison de deux mouvements de rotation. Le Soleil est en A, le centre de la Terre en B. Elle tourne autour du Soleil en provenance de C, et sur elle-même de D vers E, F et G. Illustration extraite du *Dialogo*, Quatrième journée, 1632.

La théorie des marées de Galilée

Les hagiographes de Galilée sont en général embarrassés lorsqu'ils abordent sa théorie des marées, au point de souvent jeter dessus un voile pudique. Pourtant, Galilée y a attaché la plus grande importance: il y fait déjà allusion dans sa lettre de 1597 à Kepler, en affirmant être copernicien depuis longtemps; en 1616, il compose un manuscrit, le *Discorso del Flusso e reflusso del mare*; et lorsqu'en 1632 il rédige son *Dialogue* -dont toute la Quatrième et dernière «journée» est consacrée aux marées- il l'intitule dans un premier temps *Discours sur les marées* (*De fluxu et refluxu maris*).

Rappelons pour commencer que le phénomène des marées, bien documenté dès la plus haute Antiquité, avait dérouté tous ceux qui avaient tenté de l'expliquer. Une corrélation avec les positions de la Lune et, dans une moindre mesure, avec celles du Soleil avait bien été notée, en particulier par Pline l'ancien, car on observe en général deux marées hautes tous les jours lunaires, c'est-à-dire toutes les 24 h 50 environ, plus fortes lors des nouvelles et pleines Lunes («*Verum causa in sole lunaque*»). Toutefois, les variations locales d'amplitude et de période sont considérables: à Copenhague, par exemple, ou dans le golfe du Mexique, il n'y a qu'une seule marée haute par jour; dans le détroit de l'Euripe, entre l'île d'Eubée et la Grèce, les marées, semi-diurnes normalement, deviennent totalement erratiques pendant quelques jours par mois, défiant (de nos jours encore) toute explication quantitative. On raconte même, et Galilée connaissait cette légende, qu'Aristote, qui mourut à Chalcis, la capitale de l'Eubée, se jeta dans le détroit en s'écriant: «*Si Aristote ne peut saisir l'Euripe, que celui-ci saisisse Aristote.*»

Galilée avait eu l'idée fondatrice de sa théorie en observant les barges accoster sur les quais de Venise (on retrouve là encore l'ingénieur Galilée). Lorsqu'une barge remplie d'eau glisse sur la lagune, l'eau reste étale et sa surface horizontale, en accord avec le «principe de relativité»: ce mouvement -rectiligne uniforme- est comme rien. Mais lorsque la proue de la barge heurte le quai, l'eau est refoulée vers la poupe, puis retourne en oscillations amorties à sa position d'équilibre. Galilée attribua ce phénomène au mouvement subitement et brièvement non uniforme de la barge, qui de «naturel» devient «forcé», toujours en accord avec le «principe d'inertie».

Pour tirer de cette observation une théorie des marées, il fallait le génie et l'audace de Galilée. La lagune de Venise ou le bassin méditerranéen, argua-t-il, sont comme de grandes barges pleines d'eau. Si la Terre était immobile, leurs niveaux resteraient horizontaux et si elle ne faisait que tourner sur elle-même en un mouvement uniforme, il en serait de même. Mais si, en plus de tourner sur elle-même, elle tourne aussi autour du Soleil, alors la vitesse des «barges» que sont les rives des mers n'est plus constante, leur mouvement n'est plus uniforme, l'eau qu'elles contiennent monte vers l'Ouest et s'abaisse vers l'Est une fois par jour: c'est le phénomène des marées.

Bien sûr, il restait à comprendre pourquoi on observe en général deux marées par jour et non pas une, pourquoi la Lune et le Soleil semblent jouer un rôle, etc. Galilée consacra le plus gros de la dernière journée de son *Dialogue* à tenter de répondre à toutes ces objections. Il argumenta que la période des oscillations consécutives à cette variation diurne de vitesse dépendait de la taille des mers, que les vents jouaient aussi un rôle, etc., bref, que si, si, si... alors les marées obéiraient à sa loi, de même que s'il n'y avait pas d'air, boules de liège et d'ébène tomberaient ensemble du haut de la tour de Pise.

Les épistémologues polémiquent encore sur la question de savoir en quoi cette théorie des marées galiléenne est «fausse»: elle ne l'est certainement pas dans le cadre du système du monde que Galilée avait construit; c'est une théorie «unitaire», semblable à celles qu'Einstein tentera de développer 300 ans plus tard dans le but de parachever sa théorie de la relativité générale.

Galilée était ravi: il avait ainsi prouvé le système héliocentrique de Copernic; les péripatéticiens et le Vatican n'avaient qu'à s'incliner.

Hélas, personne ne fut convaincu: ni la vieille garde des aristotéliciens, on s'en doute, ni les Jésuites, pourtant éclairés, ni la postérité... car, depuis Newton, on explique le phénomène des marées tout autrement, par l'effet différentiel de la force de gravitation de la Lune (et du Soleil) sur la Terre en raison à sa taille.

Ce pan de l'œuvre de Galilée, qui pourtant était à ses yeux une clef de voûte de son édifice, n'a pas été retenu par l'histoire (encadré ci-dessus).

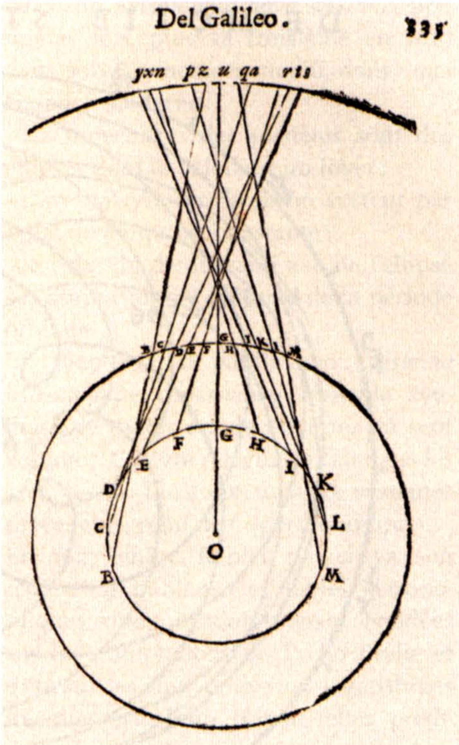
Fermons ce « siècle de Galilée » par une lettre, émouvante, qu'il écrivit au soir de sa vie, peu après avoir publié le *Discours sur deux sciences nouvelles*, lorsqu'il était astreint à résidence à Arcetri pour avoir défendu ses idées, après aussi la mort de sa fille bien-aimée :

« *Mon malheur d'être complètement aveugle depuis environ deux ans ne me permet même pas de voir le soleil... J'aurais dans mon imagination un bon nombre de problèmes et des questions particulières, dont une partie tout à fait nouveaux ou contraires à ceux communément acceptés ; et on pourrait faire un livre plus curieux que mes autres écrits, mais mon état qui est – outre la cécité – plein d'autres indispositions corporelles graves et s'ajoutant à l'âge décrépit de soixante-quinze ans, ne me permet aucune occupation savante.* »

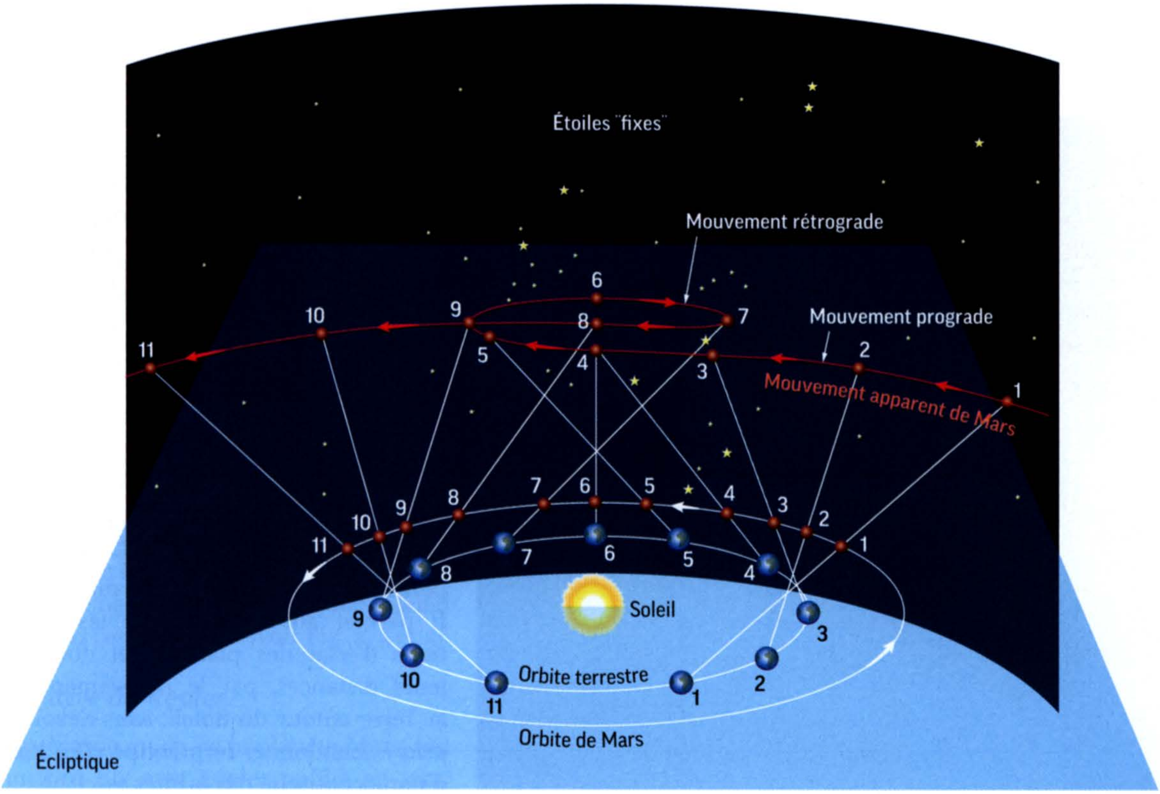
Lettre du 7 janvier 1639 à Baliani (citée par Mirko Grmek, in *Galilée, aspects de sa vie et de son œuvre*, ouvrage collectif, PUF, 1968).

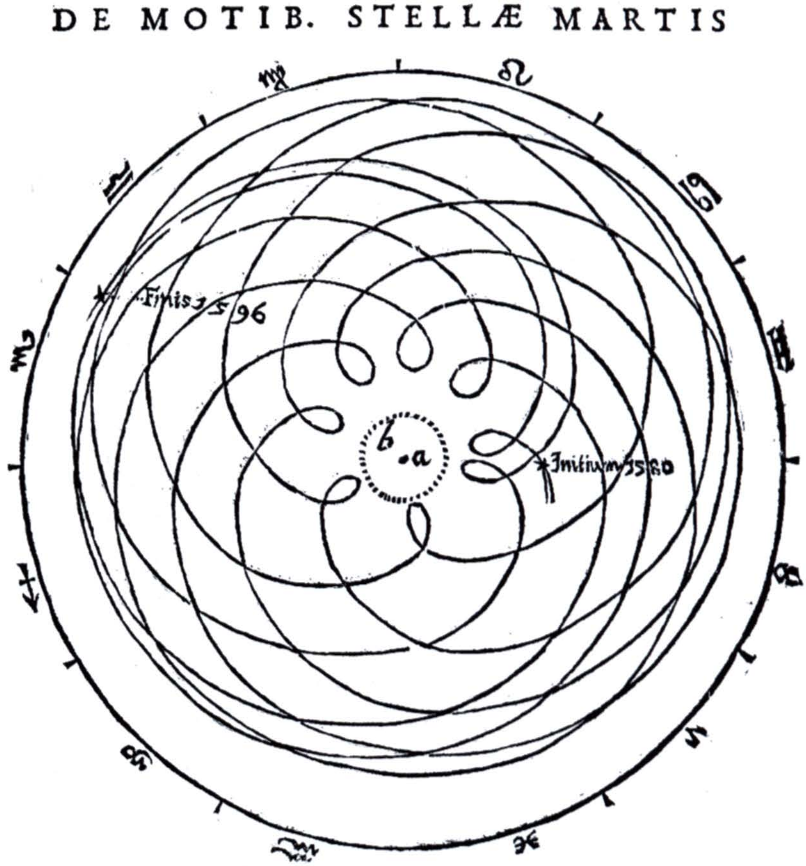
Galilée mourut trois ans plus tard, le 8 janvier 1642.

Le 4 janvier 1643, naissait Isaac Newton.

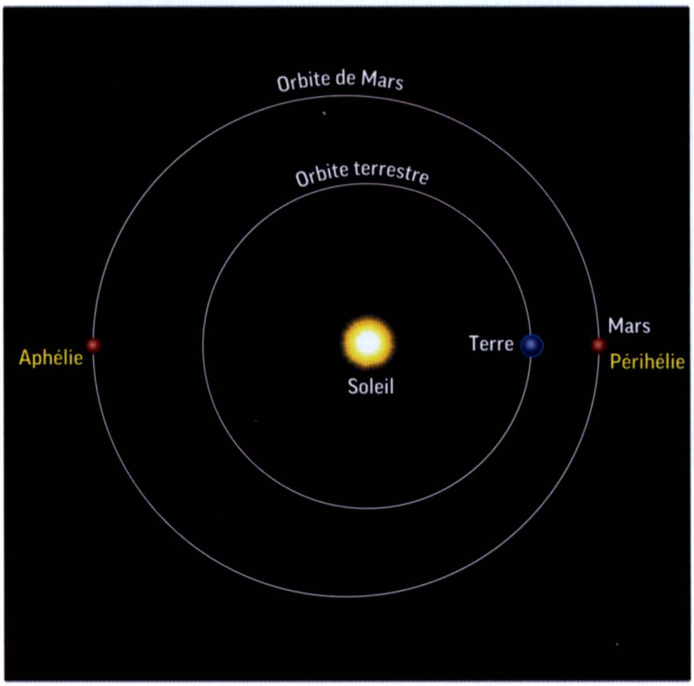


10 Le mouvement rétrograde d'une planète. Ci-contre : dessin extrait du *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, Galileo Galilei, 1632. **Ci-dessous :** schéma de principe. L'un et l'autre montrent que, si la Terre et Mars (par exemple) tournent autour du Soleil, alors Mars, observé de la Terre, semble parfois revenir sur ses pas.





11 Ci-contre : le mouvement de Mars dans le système ptolémaïque, c'est-à-dire vu de la Terre (illustration extraite de l'*Astronomia Nova*, Kepler, édition de 1609). **Ci-dessous : les ellipses (quasi-circulaires, dessinées à l'échelle) de la Terre et de Mars** focalisées sur le Soleil : on voit, « à l'œil », la simplification qu'apporte le changement de point de vue et aussi que montrer que les trajectoires sont des ellipses et non une composition finie de mouvements circulaires a été un travail de titan.



Pour aller plus loin

Les atouts du système héliocentrique de Copernic

Il est finalement relativement facile de voir les vertus d'un système héliocentrique comme celui d'Aristarque, mais elles n'avaient semble-t-il jamais été explicitées avant Copernic.

Un système héliocentrique permet d'abord de fixer uniquement l'ordre des planètes autour du Soleil : Mercure, Vénus, la Terre accompagnée de sa Lune, Mars, Jupiter et Saturne – dont les périodes orbitales vont croissant.

Il permet aussi d'expliquer les variations d'éclat des planètes, et donc de leurs distances, par le mouvement de la Terre autour du Soleil, sans devoir *a priori* abandonner le principe d'Eudoxe d'homocentricité des orbites.

Il permet enfin de rendre compte très simplement des mouvements rétrogrades des planètes qui ne sont plus que des effets de perspective dus au mouvement orbital de la Terre (Fig. 10, p. précédente).
Cela étant, ces arguments qualitatifs ne pouvaient suffire à eux seuls, et de loin, à prouver qu'un système héliocentrique était de taille à concurrencer le système géocentrique de Ptolémée éprouvé depuis des siècles.

Le système géocentrique de Tycho Brahe

Le système copernicien, comme tout système héliocentrique, ne peut expliquer l'absence de parallaxe, c'est-à-dire le fait que les étoiles ne sont pas vues (à l'œil nu) bouger dans le ciel lors du mouvement orbital de la Terre, qu'en invoquant leur très grande distance du système solaire. Le diamètre de la Sphère des Fixes était donc énorme comparé à celui de l'orbe de Saturne. Il était d'autant plus énorme que, comme le halo qui entoure les étoiles était à l'époque confondu avec leur diamètre apparent, leur diamètre réel, vu leur éloignement, devait être gigantesque, tout comme l'épaisseur de la sphère des Fixes les enchâssant.
Par ailleurs, tout le monde ou presque (Christoph Rothmann étant une notable exception) argumentait – dans le cadre de la physique d'Aristote bien sûr, la seule connue – que même si l'air est entraîné par la Terre, une rotation diurne impliquerait une notable dissymétrie Est-Ouest dans le mouvement des projectiles –mais personne ne se souciait de le vérifier expérimentalement. Il fallut attendre Galilée pour comprendre, et vérifier, qu'il n'y a en fait pas de dissymétrie (mesurable avec les instruments de l'époque).
Le système mixte de Tycho Brahe répond à toutes ces objections (voir Fig. 2, 3 et 5).

L'œuvre de Kepler

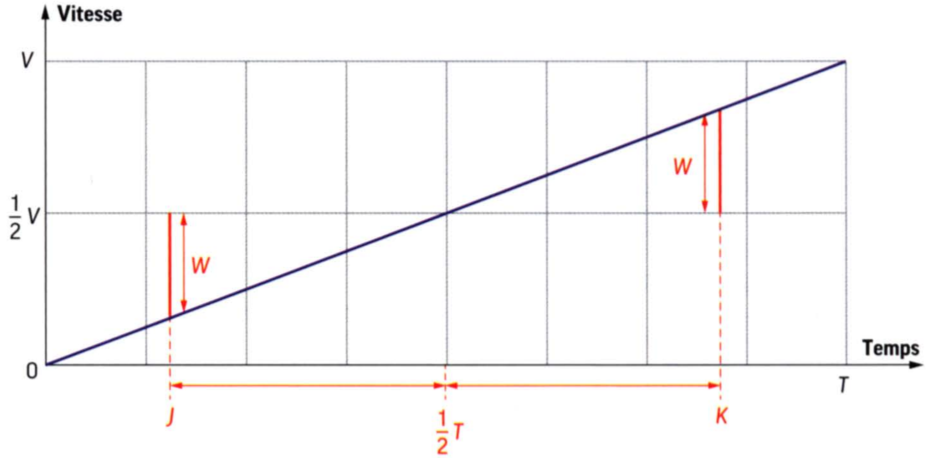
Après une étude de la planète Mars, qui lui prit dix ans, Kepler publia en 1609 dans son *Astronomia nova* ses deux premières lois, puis sa troisième en 1619 dans son *Harmonices mundi*, dont voici l'énoncé moderne :
– les trajectoires des planètes sont des ellipses dont le Soleil est un foyer ;
– l'aire balayée par le rayon vecteur par unité de temps est constante ;
– le cube du demi-grand axe de l'ellipse est proportionnel au carré de la période orbitale.
En 1620-1621, il publia son *Episteme astronomiae copernicae*, véritable synthèse de toutes ses découvertes en sept volumes. Ce livre relégua de fait dans les archives de l'histoire tous les systèmes précédents, celui de Copernic compris...
En 1627 enfin, Kepler paracheva son œuvre en publiant les tables astronomiques dites « rudolphines ». Fondées sur les observations de Tycho Brahe et utilisant les tout nouveaux logarithmes inventés par John Napier, elles prédisaient les positions à venir des planètes en utilisant ses trois lois, positions qui s'écartaient au fil du temps de celles prédites par les systèmes de Ptolémée, Copernic ou Tycho Brahe. En 1631, Gassendi observa le transit de Mercure devant le Soleil à la date prédite par Kepler, à quelques heures près, confirmant ainsi, un an après sa mort, la supériorité indiscutable de ses tables, et donc de son système hélio-« focal » sur lequel elles étaient fondées.

La loi de la chute des corps de Galilée

C'est en classe de terminale que les lycéens apprennent aujourd'hui la loi de la chute des corps. Devant des élèves plus ou moins attentifs, le professeur montre une plume et une bille de plomb tombant de concert et de plus en plus vite du haut d'un tube à vide, puis écrit deux formules au tableau :

$$v_1/v_2 = t_1/t_2 \Rightarrow z_1/z_2 = (t_1)^2/(t_2)^2$$

v est la vitesse des objets : v_1 est la vitesse acquise au bout d'un temps t_1, v_2 (qui est



12 Diagramme illustrant la démonstration de Galilée. On voit que le défaut de vitesse *W* à l'instant *J* est compensé par un excès de vitesse de même valeur *W* à l'instant *K*, symétrique de *J* par rapport au temps médian *T*/2, de sorte que les distances parcourues sont les mêmes (d'après Charles Boubel, in « Galilée mon contemporain », *Images des mathématiques*, CNRS Éditions, juin 2009).

supérieure à v_1 car on a on constaté que la chute est accélérée) est la vitesse acquise au bout d'un temps $t_2 > t_1$. La première égalité, écrite pour la première fois par Galilée, traduit l'hypothèse que la vitesse augmente en proportion du temps. (De nos jours, on l'écrit aussi $v = gt$ où g est l'accélération de la pesanteur et vaut environ 9,8 m.s^{-2} ; mais, du temps de Galilée, on n'osait pas encore comparer des grandeurs de dimensions différentes, par exemple des temps, exprimés en secondes, à des distances, exprimées en mètres.)

Dans la deuxième égalité z_1 et z_2 sont les distances parcourues par la plume et la bille pendant les temps t_1 et t_2. Pour déduire cette deuxième égalité de la première, Galilée démontre (c'est le théorème I, proposition 1 de la Troisième journée) que si un objet se déplace avec une vitesse qui croît proportionnellement au temps ($v = gt$) et ainsi atteint une vitesse $V = gT$ au bout d'une durée T, alors il aura parcouru la même distance (Z) qu'un objet s'étant déplacé à la vitesse constante $V/2$, comme l'illustre la figure 12. Cela acquis, on a donc $Z = VT/2 = gT^2/2$, C.Q.F.D.

Galilée ne disposait pas des outils du calcul différentiel (ils furent mis en place un siècle plus tard par Newton et Leibniz) qui permettent de déduire « mécaniquement » la deuxième équation de la première : si $v \equiv dz/dt = gt$ alors, par intégration, $z = gt^2/2$ (pour une vitesse initiale nulle).

Notons au passage que Galilée avait aussi envisagé (en 1604) une loi du mouvement dans laquelle les vitesses n'étaient pas proportionnelles aux temps de chute, mais aux distances parcourues ($dz/dt = kz$, ce qui donne $z \propto e^{kt}$), une loi qu'il avait rejetée, non parce qu'elle n'était pas vérifiée expérimentalement, mais parce qu'une vitesse initiale nulle n'était pas possible, sauf à faire tendre à t vers moins l'infini.

S'ensuit un exercice d'application : si $Z = 56$ m (la hauteur de la tour de Pise), quel est le temps de chute ? Soupirs, grincements de chaise, textos de détresse : c'est où Pise ? Réponse : $T = \sqrt{\frac{2Z}{g}}$, soit environ 3,4 secondes (qui, en première approximation... ne dépend pas de la latitude de Pise).

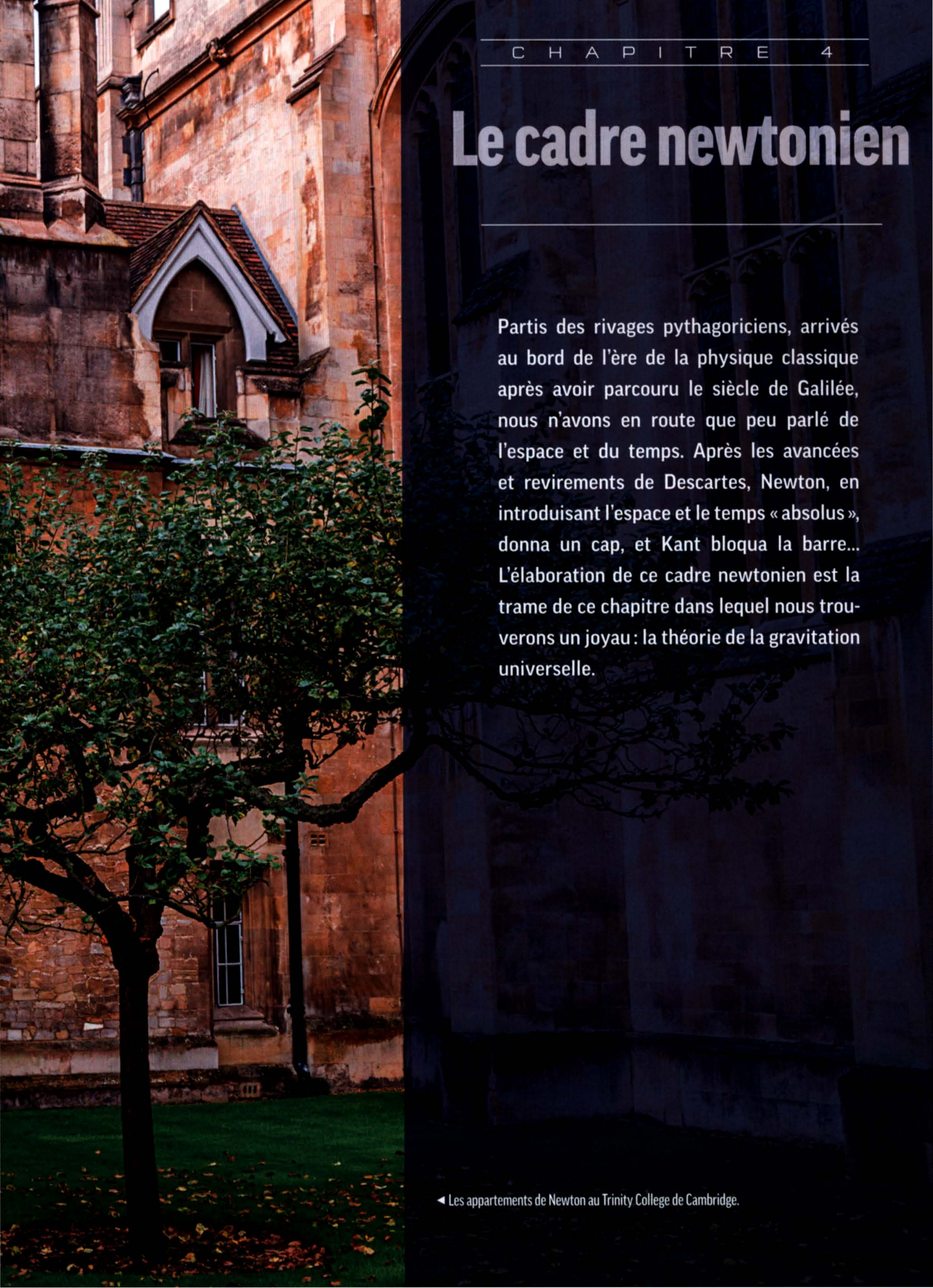
Si $Z = 1$ m (la longueur du tube à vide), le temps de chute est de 0,5 s environ. Une demi-seconde, c'est court et les élèves peuvent être rassurés : avec la précision des chronomètres à sa disposition, le professeur ne leur demandera pas de mesurer ce temps pour en déduire, à l'inverse, la valeur de g – et encore moins de vérifier que la distance parcourue est en propor-

tion des carrés des temps… une entorse flagrante à la troisième leçon de Galilée !
Si la chute des corps est étudiée au moyen d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, cela revient à remplacer dans la formule g par $g \sin\alpha$ (à condition que mouvement s'effectue par glissement et non roulement – auquel cas on obtient que g doit être remplacé par $g \sin\alpha/(1 + I/MR^2)$, où I est le « moment d'inertie » de la boule de rayon R et de masse M : $I/MR^2 = 2/5$ si elle est homogène).

Quant aux paraboles, compositions du mouvement vertical accéléré et de mouvements horizontaux uniformes, elles se trouvent facilement avec les outils mathématiques actuels (développés par Descartes) : si $x = vt$ et $z = gt^2/2$, alors on a, en éliminant le temps entre les deux équations : $z = gx^2/(2v^2)$, ce qui est bien l'équation d'une parabole.
Ces lois de la chute des corps renversèrent la physique d'Aristote et fondèrent la science moderne.

CHAPITRE 4

Le cadre newtonien



Partis des rivages pythagoriciens, arrivés au bord de l'ère de la physique classique après avoir parcouru le siècle de Galilée, nous n'avons en route que peu parlé de l'espace et du temps. Après les avancées et revirements de Descartes, Newton, en introduisant l'espace et le temps « absolus », donna un cap, et Kant bloqua la barre… L'élaboration de ce cadre newtonien est la trame de ce chapitre dans lequel nous trouverons un joyau : la théorie de la gravitation universelle.

◄ Les appartements de Newton au Trinity College de Cambridge.

Le « silence éternel des espaces infinis »

J'ai mentionné plus haut (chapitre 2) que nous appréhendions l'espace et le temps dans notre prime enfance « physiquement », en bougeant, et que ces concepts étaient donc difficilement concevables hors du mouvement, comme le disait déjà Aristote. J'ai rappelé aussi que pour le même Aristote, il n'existait dans le monde des phénomènes terrestres ni vide ni espace distinct des choses, qu'il n'y avait qu'une « étendue » consubstantielle à la matière – non mathématisable de surcroît puisque (par la faute de $\sqrt{2}$!) les arpenteurs ne pouvaient en général pas mesurer exactement la diagonale de leur champ.

J'ai évoqué par ailleurs les figures immatérielles d'Euclide entre lesquelles il n'y a *rien* c'est-à-dire, tout simplement, « rien à dire » ; j'en ai déduit que dans le ciel mathématisé des Grecs, il n'y avait, entre les orbes des planètes ou au-delà de la Sphère des Fixes, rien, ce *rien*, ce « rien à dire » géométrique incarné dans le monde des phénomènes s'appelant tout simplement le « vide ».

J'ai tenté enfin de montrer comment Galilée, peut-être parce qu'il était atomiste et n'avait donc pas, contrairement à Aristote, horreur du vide, avait pu concevoir une boule tombant du haut d'une tour dans un espace privé d'air – plus, privé de tout –, cela parce que dans le modèle qu'il avait à l'esprit il n'y avait tout simplement que le vide, c'est-à-dire *rien,* entre la boule et le sol réduits à des objets géométriques.

La mise en forme de cette intuition galiléenne d'un espace vide fut ardue ; à vrai dire, elle prit plus de deux siècles !

En effet, le vide s'apparentant – pour ceux qui veulent unir physique et métaphysique – à l'abhorré néant, il fut remplacé dès l'époque de Pythagore par une substance subtile indétectable, un serpent de mer qui traverse l'histoire des sciences jusqu'à nos jours : l'« éther ».

Il fut donc très difficile de se débarrasser de ces notions aristotéliciennes, mal définies, mais très prégnantes, de vide, de rien, de néant, d'étendue ou d'éther, pour les remplacer par un concept mathématique, clair et précis donc, d'espace, qui n'existait pas encore et qu'il fallut définir ou, plutôt, trouver. Ce n'est finalement qu'après que les mathématiciens de la fin du XIX^e^ siècle eurent détrôné la géométrie d'Euclide et eurent donné droit de cité aux nombres irrationnels, après même la révolution einsteinienne du début du XX^e^ siècle, que les physiciens eurent une idée plus claire de l'Espace et du Temps « absolus », cadre dans lequel Isaac Newton développa la physique dite maintenant « classique ».

Commençons l'histoire de cette lente élaboration de la notion d'espace en rappelant les grandes lignes de la démarche scientifique galiléenne. Galilée constate, on l'a vu, que des boules roulant sur un plan horizontal ont un mouvement uniforme, d'autant plus uniforme que le sol est lisse ou les boules petites. Il en infère qu'en faisant abstraction des frottements et de la résistance de l'air, ce mouvement horizontal deviendrait strictement uniforme et au bout du compte circulaire autour de la Terre. Ce mouvement idéalisé peut alors être identifié à un objet mathématique : un point géométrique se déplaçant à vitesse constante sur un cercle dont le centre est la Terre.

Cela étant, si les astronomes grecs pouvaient ignorer sans trop de mauvaise conscience les météores, par exemple, en les reléguant au monde sublunaire, il devient contestable d'élaguer les phénomènes de leurs attributs encombrants (comme la résistance de l'air) quand on soutient que le livre de la Nature – sous-entendu tout entière – est écrit dans le langage des mathématiques.

Galilée – on s'en doute – ne se laisse pas arrêter par si peu. Pour lui, la science consiste à extraire un modèle de quelques phénomènes bien choisis, puis à réincarner ce modèle dans d'autres

Descartes, critique de Galilée

René Descartes (1596-1650) a 14 ans lorsqu'Henri IV est assassiné, 46 lorsque Marie de Médicis, Richelieu, Louis XIII et Galilée meurent en 1642-1643. Élève brillant qui s'ennuyait chez les Jésuites de la Flèche, soldat pendant quelques années, grand voyageur, changeant souvent de résidence entre Paris et les Pays Bas pour se « cacher » et mener tranquillement ses travaux (auprès de la légendaire chaleur de son poêle), il mourut à 54 ans à Stockholm où il séjournait, invité par la reine Christine de Suède (les circonstances de sa mort, si l'on en croit Theodor Ebert, relevant d'un roman policier -il aurait été empoisonné).

Il a 37 ans lorsque paraît en 1632 le *Dialogue sur deux systèmes du Monde*; il est donc au cœur de l'épopée galiléenne. Refroidi par la condamnation de l'héliocentrisme par le Vatican, il réoriente ses recherches et publiera quatre ans plus tard son *Discours de la méthode*, un des ouvrages majeurs de l'histoire de la philosophie (« *Cogito ergo sum* »!) -le premier depuis les Grecs (hors théologie) où souffle un air vraiment nouveau. (Je n'irai pas jusqu'à féliciter le cardinal Bellarmin de ce virage stratégique...)

Pour notre propos, ses œuvres pertinentes sont surtout sa *Géométrie* (qui fait suite au *Discours*), où il invente la géométrie analytique, et ses *Principia philosophiae* de 1644, où il précise sa conception de l'espace.

Résumons ce qui le place parmi les grands scientifiques de l'histoire: en plus de ses lois sur la réflexion et la réfraction de la lumière (dont je ne dirai rien ici), il énonce la version moderne du principe d'inertie qui sera reprise par Newton; il jette les premiers jalons -avec Pierre de Fermat- d'une étude systématisée des courbes en unifiant l'algèbre et la géométrie; et il découvre « au passage », mais sans qu'il en saisisse toute la portée, le concept d'espace mathématique, ensemble de points définis seulement par leurs positions, c'est-à-dire les données de trois nombres, leurs coordonnées « cartésiennes » (voir plus loin). Ce sont là de formidables avancées pour la science classique encore balbutiante!

Ces avancées s'ancrent en partie dans une critique de Galilée. Descartes estime en effet que Galilée manque de rigueur:

« Il me semble qu'il [Galilée] manque beaucoup en ce qu'il fait continuellement des digressions, et ne s'areste point à expliquer tout à fait une matière; ce qui monstre qu'il ne les a point examinées par ordre, et que, sans avoir considéré les premières causes de la nature, il a seulement cherché les raisons de quelques effets particuliers, et ainsi a basti sans fondement. »

Extrait de sa lettre du 11 octobre 1638 à Mersenne commentant les *Discorsi*.

Qu'il ne va pas au fond des choses:

« Car en distinguant une substance de ses accidents, on doit considérer l'un et l'autre, ce qui sert beaucoup à les connaître; au lieu que, si on sépare seulement par abstraction cette substance de ses accidents, c'est-à-dire, si on la considère toute seule sans penser à eux, cela empêche qu'on ne la puisse si bien connaître, à cause que c'est par les accidents que la nature de la substance est manifestée. »

Œuvres de Descartes, Adams et Tannery, tome IX, 1, 1904, p. 216.

Qu'il n'a pas compris la gravitation:

« Tout ce qu'il [Galilée] dit de la vitesse des corps qui descendent dans le vide, etc. est bâti sans fondement; car il aurait dû auparavant déterminer ce que c'est que la pesanteur; et s'il en savait la vérité, il saurait qu'elle est nulle dans le vide. »

Lettre à Mersenne, 1638.

Ces critiques, avant de le mener à une impasse, permettront à Descartes d'énoncer le principe d'inertie et ouvriront la voie à Newton.

phénomènes... mais en le rhabillant au passage d'« oripeaux » qu'on ne peut pas, ou mal, mathématiser (les frictions et la résistance de l'air, par exemple).

Cette démarche scientifique est expliquée de façon translucide par Salviati :

« *Quant à la perturbation due à la résistance du milieu [...] il est impossible, en raison des formes variées qu'elle revêt, de la soumettre à des règles fixes et d'en faire la science [...] : c'est pourquoi [...] il convient d'en faire abstraction et, après avoir découvert et démontré les lois, en supprimant toute résistance, de les compléter, au moment de les utiliser concrètement, par ces limitations que l'expérience nous enseignera.* »

Discorsi, Quatrième journée, 1638, traduction de Maurice Clavelin, PUF, 1995.

Alexandre Koyré la résume tout aussi clairement dans ses *Études galiléennes* :

« *L'abstraction qui néglige les cas concrets, réels, est tout à fait légitime dans le Monde galiléen, un Monde archimédien. Elle lui permet de dégager le cas simple,* *le cas idéal à partir duquel il va étudier le cas concret et complexe.* »

Ce sera aussi la démarche d'Einstein, mais, entre-temps, que de tours et de détours !

René Descartes, lui, n'est pas satisfait. Il trouve que Galilée manque de méthode, qu'il n'a pas poussé son raisonnement jusqu'au bout (encadré p. 79). Le sien va le mener tout près du but, puis l'enliser.

Pour bâtir le modèle qui puisse s'identifier à la nature tout entière, il faut, argue-t-il, la défaire dans un premier temps de *tous* ses oripeaux et non pas de quelques-uns seulement puis, dans un deuxième temps, complexifier le modèle obtenu en mathématisant les uns après les autres les divers attributs des phénomènes.

En philosophe rigoureux, Descartes veut donc pousser dans ses ultimes retranchements l'approche initiée par Galilée. Il est ainsi amené à analyser la seule loi bien connue alors, celle de la chute des corps.

Le mouvement vertical, Galilée l'a montré, est mathématisable, mais n'est pas uniforme : il est accéléré, la vitesse des boules croissant avec le temps. Pour Descartes, ce mouvement qu'Aristote trouvait « naturel » ne l'est de toute évidence pas : il est dû à la présence de la Terre, qui empêche la boule de se mouvoir uniformément jusqu'au sol. Descartes fait alors abstraction de la Terre (ce qui est audacieux reconnaissons-le !)... et en déduit qu'une boule libre en mouvement horizontal ne se déplacera pas sur un cercle autour de la Terre comme l'a affirmé Galilée, mais que, défaite de l'oripeau qu'est la gravité terrestre, complètement « libre » donc, elle ira, quelle que soit sa direction, en ligne droite, du début à la fin des temps.

Ce saut conceptuel majeur permet à Descartes de formuler de façon claire ce qui deviendra l'un des fondements de la physique, à savoir la « première loi » de Newton, formulation définitive du principe d'inertie.

Ce principe est déjà énoncé dans *Le Monde ou le Traité de la lumière*, daté de 1633, mais publié après la mort de Descartes en 1664 (il en avait abandonné la rédaction après la condamnation de Galilée) : « *La première [règle] est que chaque partie de la matière en particulier continue toujours d'être en un même état, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de le changer.* » (Chapitre 7).

Il le reformule ainsi dans ses *Principia philosophiae* publiés en 1644 :

« *La première [loi de la nature] est que chaque chose en particulier continue d'être en même état autant qu'il se peut, et que jamais elle ne le change que par la rencontre des autres* » *[...]* « *La seconde loi que je remarque en la nature est que chaque partie de la matière en son particulier ne tend jamais à continuer de se mouvoir suivant des lignes courbes, mais suivant des lignes droites.* »

René Descartes, *Principia philosophiae*, 1644, II^{e} partie, art. 37 et 39, traduction de l'abbé Picot revue par M. Clerselier, 1681.

Christian Huygens le reprend dans son *Horologium oscillatorium* de 1673, en précisant que le mouvement est uniforme : « *Si la gravité n'existait pas et qu'aucune résistance d'air ne s'opposait au mouvement des corps, chacun d'eux poursuivrait son mouvement avec une vitesse uniforme en suivant une ligne droite.* »

Et en voici la formulation définitive de Newton :

« *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.* »

Isaac Newton, in *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687, traduction d'Émilie du Châtelet, Paris, 1759.

Ainsi, en l'absence de toute force perturbatrice (y compris la gravité), le modèle mathématique de la Nature se réduit à des points se mouvant sur des lignes droites à des vitesses constantes.

Pascal et le vide infini

Blaise Pascal avait 21 ans lorsque Descartes publia ses *Principia philosophiae*; mort à 39 ans en 1662 (peu après que le jeune Louis XIV, de 15 ans son cadet, eut pris en main les rênes du royaume de France), il passa le plus clair des dernières années de sa vie à mettre en forme ses *Pensées*. À la suite de Torricelli, il donna corps à la notion de vide par ses expériences au sommet du Puy de Dôme sur la pression atmosphérique:
« *Ce que nous appelons espace vide, est un espace ayant longueur, largeur et profondeur, et immobile, et capable de recevoir et de contenir un corps de pareille longueur et figure; et c'est ce qu'on appelle solide en géométrie, où l'on ne considère que les choses abstraites et immatérielles.* »

Nouvelles expériences touchant le vide, 1647, réponse au Père Étienne Noël, reprise dans la Lettre à M. le Pailleur.

Il écrivit plus tard, dans ses *Pensées*:
« *[...] Je ne vois que des infinités de toutes parts, qui m'enferment comme un atome et comme une ombre qui ne dure qu'un instant sans retour [...]* »
« *Quand je considère la petite durée de ma vie absorbée dans l'éternité précédente et suivante [...], le petit espace que je remplis et même que je vois abîmé dans l'infinie immensité des espaces que j'ignore et qui m'ignorent, je m'effraie et m'étonne de me voir ici plutôt que là, car il n'y a point de raison pourquoi ici plutôt que là, pourquoi à présent plutôt que lors. Qui m'y a mis? Par l'ordre et la conduite de qui ce lieu et ce temps a-t-il été destiné à moi?* »
Et enfin cette exclamation digne de Racine: « *Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie* ».

Blaise Pascal, *Pensées*, 72, 205 et 206 de l'édition Brunschvicg, 1669.

Cela étant, comment espérer pouvoir reconstruire sur une base si ténue, comment mathématiser les uns après les autres les attributs des phénomènes en partant de si peu ! Seuls des chocs, qui modifient l'inertie de ces points matériels, semblent pouvoir les faire changer de direction et de vitesse. Hélas, les lois des chocs de Descartes sont fausses – elles seront amendées par Huygens – et ses tentatives de modélisation de la résistance de l'air n'aboutissent pas non plus. Il pousse donc son raisonnement plus loin : puisque l'on maîtrise mal leurs propriétés il faut faire abstraction des chocs *aussi*, comme on a fait abstraction de la résistance de l'air et de la gravité terrestre. Mais arrivée à ce stade... la pensée ne peut que s'emballer en une éperdue fuite en avant : les boules elles-mêmes deviennent des « accidents », abstrayons-les !

... Et nous voilà en bout de course, les mains complètement vides. En effet, si les phénomènes ne possèdent pas de noyau central mathématisable, c'est donc que Galilée faisait fausse route, que le livre de la Nature ne peut finalement pas être écrit en langage mathématique. Victime de sa méthode, Descartes nous laisse ainsi face à un espace vidé de toute figure géométrique : « *abstraire les accidents provoque la disparition de l'essentiel* », comme l'écrit Vincent Jullien[1].

Nous ayant menés au fond de ce qu'il pense être une impasse, Descartes s'en retourne... à Aristote. Il dégrade ce vide géométrique en une « étendue » identifiée à la matière... et s'engouffre dans une physique très qualitative, dite « des tourbillons » (encadré p. 82). Il n'y a ainsi aucune équation dans les *Principia philosophiae*, alors qu'il y en a à souhait dans la *Géométrie*, par exemple.

« *Pour ce qui est du vide*, écrit-il, *au sens que les philosophes prennent ce mot, à savoir pour un espace où il n'y a point de substance, il est évident qu'il n'y a point d'espace en l'univers qui soit tel, parce que l'extension de l'espace ou du lieu intérieur n'est point différente de l'extension du corps. Et [...] nous devons conclure [...] de l'espace qu'on suppose vide [...] que puisqu'il y a en lui de l'extension il y a nécessairement aussi de la substance.* »

René Descartes, *Principia philosophiae*, op. cit., IIe partie, art. 16.

L'erreur de Descartes en somme, après avoir été si près du but, est d'avoir voulu

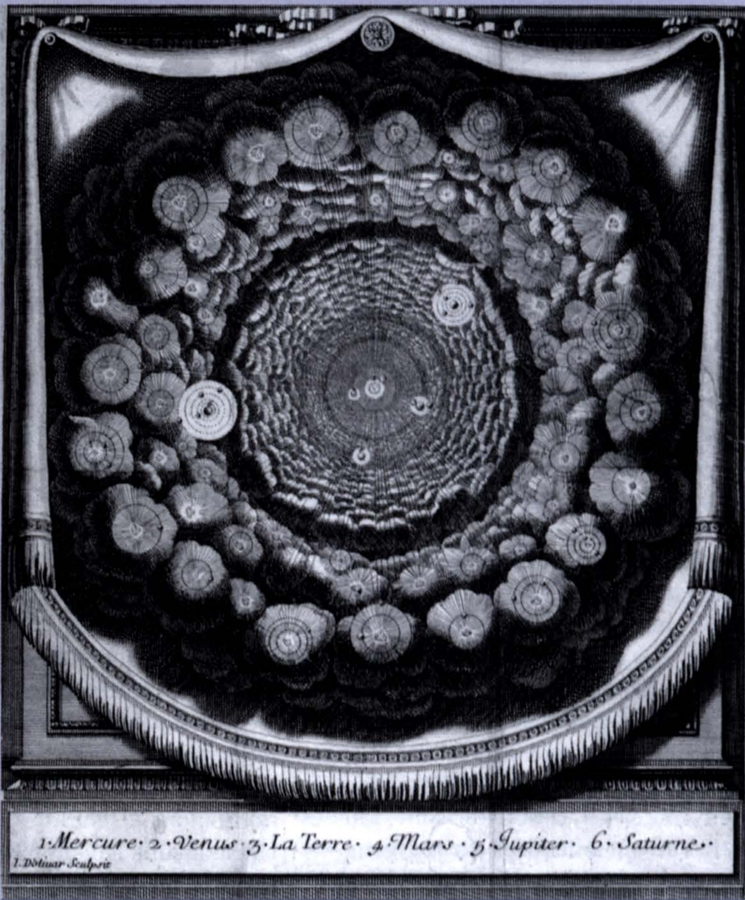
1. In *Abstraction faite, que reste-t-il ?*, dont je me suis inspirée : j'espère ne pas avoir trop trahi ni la pensée de l'auteur... ni celle de Descartes !

Le vide tourbillonnaire de Descartes

La physique cartésienne des tourbillons est maintenant oubliée, mais a fourvoyé la science française pour près d'un siècle: cela mérite tout de même un aparté.

Le siècle de Louis XIV brilla on le sait, mais pas par ses savants, il faut bien l'admettre: notre Roi Soleil fonda l'Académie, certes; on relève parmi ses premiers membres l'abbé Picard, connu pour ses travaux de géodésie, Edme Mariotte, qui retrouva en 1676 la loi des gaz de Robert Boyle, l'astronome Jean-Dominique Cassini, mais qui d'autre? Le grand Huygens, qui fut la charnière entre Galilée et Newton, passa bien sûr une quinzaine d'années à Paris, Ole Römer aussi, qui fut précepteur du dauphin et mesura la vitesse de la lumière (comme nous le verrons au chapitre 6), mais tous deux quittèrent le pays en 1681.

Si donc on peut comprendre que le neveu des frères Corneille, l'increvable Bernard le Bovier de Fontenelle, coqueluche touche-à-tout des salons pendant près d'un siècle et secrétaire de l'Académie des sciences pendant près de 40 ans, ait décrit dans ses *Entretiens sur la pluralité des mondes* le mouvement des astres à l'aide de tourbillons divers, car ils parurent un an avant les *Principia*, on ne peut qu'être affligé de la pérennité de cet ouvrage qui démontre l'indigence de la science française sous



1 Le système solaire, illustration des *Entretiens sur la pluralité des mondes*, Fontenelle, éditions de 1686 (à gauche) et de 1715 (à droite). Fontenelle soutenait que ces mondes, de surcroît, étaient habités, même si, *« les hommes qui sont dans la Lune ne sont pas fils d'Adam »*.

mathématiser à tous crins toute la nature et, devant les obstacles, d'y avoir renoncé complètement, plutôt que de « faire avec ce qu'il avait », comme Galilée, sans chercher une mathématisation parfaite. Pascal, lui, fait « face » à ce vide encore sans structure (encadré p. 81).

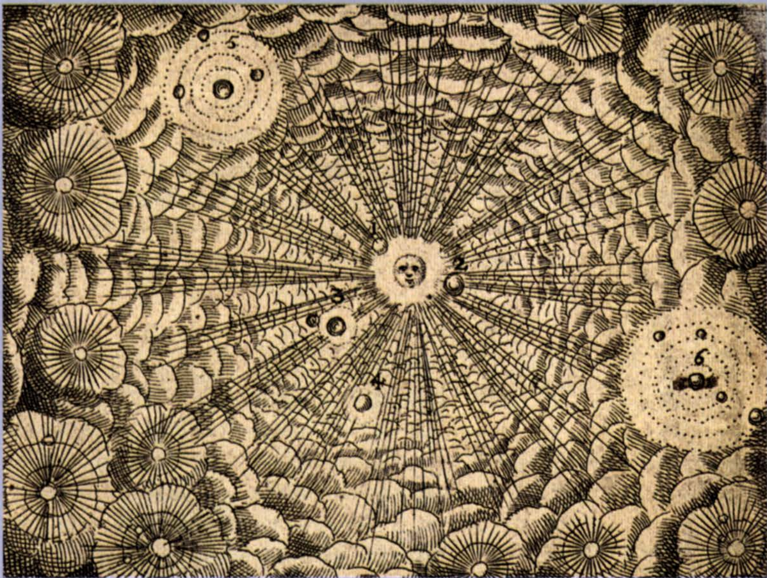
Heureusement, Newton va redresser la barre en donnant un statut ontologique à cet espace vide encore informe – deviné par Galilée, découvert mais répudié par Descartes, et dont la formidable grandeur fut révélée à Pascal.

Le dogme de l'espace et du temps absolus

« Nature and nature's laws lay hid in night ;
God said "Let Newton be" and all was light ».

Alexander Pope, 1727.

Lorsqu'il publie en 1687 son *opus magnum*, Newton est déjà bien connu. Il a 45 ans (il est né l'année de la mort de Galilée – d'après le calendrier julien



Sur ses encouragements, Émilie du Châtelet, marquise de Breteuil, acheva peu avant sa mort en 1749 la traduction en français des *Principia* (en y portant tout le «*degré d'application qu'il faut donner à la Princesse de Clèves*»...). Voltaire rédigea la préface et ne put résister au plaisir de quelques piques, par exemple celle-ci: «*S'il y avoit encore quelqu'un d'assez absurde pour soutenir la matière subtile et la matière cannelée, pour dire que la terre est un soleil encrouté, que la lune a été entraînée dans le tourbillon de la terre, que la matiére subtile fait la pesanteur, et toutes ces autres opinions romanesques substituées à l'ignorance des Anciens, on diroit, Cet homme est Cartésien [...]: C'est le privilége de l'erreur de donner son nom à une Secte.*»

les règnes de Louis XIV et Louis XV: ces *Entretiens* connurent en effet trente-trois éditions du vivant de leur auteur, la dernière datant de 1729! Il est vrai qu'ils s'adressaient aux dames, à qui l'on ne demandait pas plus que le «*degré d'application qu'il faut donner à la Princesse de Clèves*»... Fontenelle, comme tout homme de salons d'hier et d'aujourd'hui, reflétait les idées (parisiennes) de son temps et écrivait encore en 1752, à 95 ans et 25 ans après la mort de Newton, une *Théorie des tourbillons cartésiens* virulemment anti-newtonienne, mais prudemment non signée...

Ainsi Voltaire, qui assista à l'enterrement de Newton en 1727, pouvait écrire: «*Un Français qui arrive à Londres trouve les choses bien changées en philosophie comme dans tout le reste. Il a laissé le monde plein; il le trouve vide. À Paris, on voit l'univers composé de tourbillons de matière subtile; à Londres, on ne voit rien de cela [...]*» (Lettres philosophiques, n° 14, 1734). De retour en France, il se fit propagandiste des idées de Newton (il publia des *Éléments de la philosophie de Newton* en 1738) et contribua à la marginalisation progressive du clan des cartésiens.

Ce n'est donc qu'au milieu du XVIII^e siècle que la France, enfin devenue newtonienne, reprit sa place dans la «cour des grands». L'expédition, par exemple, de Pierre-Louis de Maupertuis et Alexis-Claude Clairaut en Laponie de 1736 (pour mesurer la longueur d'un arc d'un degré sur le méridien terrestre) confirma la prédiction newtonienne de l'aplatissement de la Terre aux pôles dû à sa rotation diurne, et infirma les conclusions cartésiennes défendues, entre autres, par Jacques Cassini (fils de Jean-Dominique et directeur comme lui de l'Observatoire de Paris).

encore en vigueur en Angleterre), est «Fellow» du Collège Trinity de Cambridge depuis 20 ans, «Lucasian professor» et membre actif de la Royal Society. Il a inventé un nouveau type de télescope et est engagé depuis 1672 dans diverses controverses avec son grand rival Robert Hooke, sur la nature de la lumière, entre autres. Il intitule volontairement son œuvre *Principia mathematica* par opposition aux *Principia philosophiae* de Descartes, qu'il a longuement étudiés et dont il a très tôt pris le contre-pied.

Ce livre majeur de l'histoire de la pensée, dont le titre complet est *Philosophiae naturalis principia mathematica*, s'ouvre sur quelques définitions, tout de suite suivies d'un *scolie*, c'est-à-dire de remarques, parmi les plus profondes de la physique. Les voici:

«*Les termes [...] de temps, d'espace, de lieu & de mouvement sont connus de tout le monde; mais il faut remarquer que pour n'avoir considéré ces quantités que par leurs relations à des choses sensibles, on est tombé dans plusieurs erreurs. Pour* *les éviter il faut distinguer le temps, l'espace, le lieu & le mouvement, en* absolus & relatifs, vrais & apparens, mathématiques & vulgaires. »

Isaac Newton, *Principia*, 1687, traduction de Madame du Châtelet (revue par Clairaut), 1759.

« *Le temps absolu, vrai et mathématique, qui est sans relation à quoi que ce soit d'extérieur, en lui-même et de sa nature coule uniformément ; on l'appelle aussi* « *durée* » *[...]* »
« *L'espace absolu, qui est sans relation à quoi que ce soit d'extérieur, de par sa nature demeure toujours semblable et immobile [...]* »

Traduction de Marie-Françoise Biarnais, Bourgois, 1985.

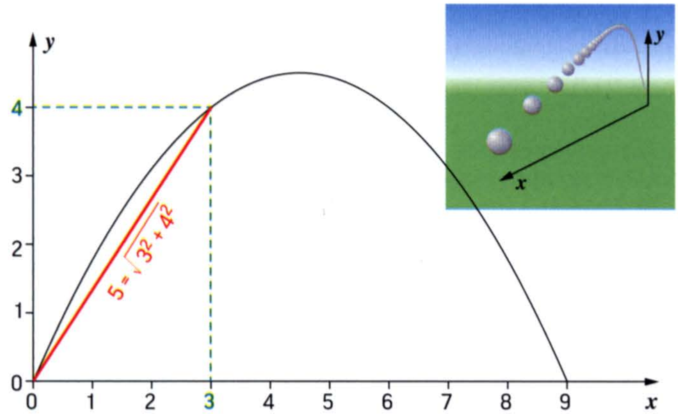
Dans ces quelques lignes qui sonnent comme un rappel à l'ordre, Newton distingue, comme l'avaient fait les astronomes grecs, puis Galilée, d'une part, la « forêt des phénomènes » et les notions premières que l'on peut s'en forger, qu'il qualifie de « *relatives, apparentes et vulgaires* », et, d'autre part, les représentations que les physiciens en extraient, qu'il appelle « *absolues, vraies et mathématiques* ».
Cela étant, juché sur les épaules de géants, comme il l'écrivit un jour en reprenant ce que disait Bernard de Chartres cinq siècles plus tôt, il va plus loin que ses prédécesseurs car il applique cette distinction non pas aux seuls objets, que ce soit des planètes ou des boules d'ébène, mais à l'espace et au temps *eux-mêmes*, qui acquièrent eux aussi, par décret pourrait-on dire, une existence. Ainsi, là où Descartes s'est arrêté pour faire demi-tour et s'en retourner à Aristote, Newton crée, tel un démiurge, l'espace et le temps « absolus ».
On remarque qu'il ne leur attribue guère de propriétés... en dehors d'exister et de ne rien avoir à faire avec « *quoi que ce soit d'extérieur* » : l'espace absolu est ce qui reste dans la maison des géomètres lorsqu'on lui a enlevé toutes ses figures, « *toujours semblable et immobile* »... ; le temps absolu est la suite de nombres, qui mesure l'évolution de choses qui n'existent pas...
Les cartésiens ne furent pas les seuls à s'insurger contre le diktat newtonien imposant l'espace et le temps absolus, Leibniz aussi y trouva à redire, nous y reviendrons. Mais Emmanuel Kant, près d'un siècle après la publication des *Principia*, mit un terme aux débats.
Un physicien ouvrant la *Critique de la raison pure* se sent aussi intimidé et dérouté qu'un philosophe (supposé modeste) devant un article d'Einstein. Je prends donc un risque certain en me hasardant ici à dire quelques mots sur les définitions que Kant donne de l'espace et du temps... mais il le faut (« *es muss sein* »). Car l'interprétation par Kant de ce que Newton entendait par espace et temps « absolus » est en partie responsable de la sclérose progressive de la physique classique – à qui Einstein rendra toute sa souplesse en redonnant, en quelque sorte, leur liberté à l'espace et au temps (encadré ci-contre).
Kant part du constat que, contrairement aux éléments concrets du monde des phénomènes (les boules d'ébène ou les planètes, par exemple), le temps et l'espace échappent à nos sens : même si les phénomènes et leur évolution sont impensables en dehors d'eux, on ne peut ni les voir, ni les entendre, ni les toucher. Il n'y a pas, argue-t-il, d'espace et de temps « apparents, relatifs et vulgaires », contrairement à ce que disait Newton. L'espace et le temps sont plutôt, selon lui, des structures inhérentes à notre cerveau qui nous permettent d'appréhender les phénomènes.
Par conséquent, les objets espace et temps que Newton a qualifiés d'absolus, contrairement aux points, droites et cercles de la géométrie, ne sont *pas* extraits du monde des phénomènes. Leur statut est de ce fait très spécial : ils ne peuvent pas être mis en correspondance avec des phénomènes, ils ne peuvent pas, en d'autres termes, être matérialisés (contrairement aux sphères d'Euclide,

Kant lu par Russell et Einstein

On peut se perdre à l'infini dans les œuvres de Kant et plus encore dans leurs commentaires... Heureusement, Bertrand Russell, après avoir rassuré le lecteur (*«expliquer la théorie de l'espace et du temps de Kant n'est pas facile car la théorie elle-même n'est pas claire»*), en fait une analyse critique brève, compréhensible et percutante dans son *History of Western Philosophy.*
Ainsi, il explique la conception kantienne de l'espace en une image lumineuse: *«Si vous portiez en permanence des lunettes bleues, il est sûr que vous verriez tout en bleu. De même, puisque vous portez en permanence les lunettes de l'espace dans votre esprit, il est sûr que vous verrez toujours les objets dans l'espace.»* Précisons que ces lunettes sont celles de la géométrie d'Euclide et que celles du temps sont l'arithmétique.
Quant à Einstein, après avoir admis que *«chacun a son Kant à soi»*, il ne cessera de critiquer sa conception de l'espace et du temps. Par exemple (on trouvera les références de ces citations dans les notes bibliographiques):
«Selon moi, le but de Kant et de tous les kantiens a été de découvrir les concepts et relations a priori (c'est-à-dire non déductibles de l'expérience) qui fondent nécessairement toute science de la nature parce qu'une science de la nature n'est pas pensable sans eux [...]. Kant considérait ce but comme accessible et croyait l'avoir atteint. Mais si l'on ne considère pas ce but comme accessible, on doit évidemment renoncer à se dire "kantien".»
«[...] Je suis convaincu que les philosophes ont eu une influence néfaste sur le progrès de la pensée scientifique en transférant certains concepts fondamentaux du domaine empirique, où ils sont sous notre contrôle, à celui des hauteurs inaccessibles de l'a priori [...]. Cela est particulièrement vrai de nos concepts d'espace et de temps, que les physiciens ont été contraints par les faits à faire descendre des hauteurs olympiennes de l'a priori pour les ajuster et les rendre utilisables.»
«Newton a inclus l'espace parmi les autres réalités physiques. Cet aspect de sa théorie [...] a échappé à Kant lui-même» et *«La tentative de Kant de supprimer le malaise [de considérer l'espace sans matière] en niant l'objectivité de l'espace peut à peine être prise au sérieux.»*

par exemple, qui peuvent s'« incarner » en planètes ou boules d'ébène).
Ainsi, espace et temps sont des objets donnés *a priori*, avant toute élaboration rationnelle, avec lesquels donc on ne peut aucunement « jouer » (comme je pourrais le faire avec une boule d'ébène par exemple, rien n'empêchant de la mathématiser par un cube plutôt qu'une sphère !). L'espace absolu revisité par Kant devient le réceptacle universel et intangible des figures de la géométrie d'Euclide, le temps absolu la suite des nombres, mesure universelle de leurs mouvements, non pas suggérés par les phénomènes, mais imposés par la structure même de notre esprit.

Le statut un peu ambigu de l'espace et du temps (l'espace surtout posa problème) – ni éléments de la réalité concrète, ni objets mathématiques bien définis – est à l'origine (je pense) du concept un peu bâtard d'espace et de temps « physiques », qui se situent dans des limbes, quelque part entre la maison des mathématiciens et ce que nous entendons par espace et temps... lorsqu'on ne nous demande pas d'y réfléchir.
Cet espace physique, étant perçu comme un peu plus « matériel » que les objets mathématiques, a été très vite, c'était hélas prévisible, rempli de « substance subtile », l'éther, « *toujours semblable et immobile* ». Même Newton, qui pourtant n'en avait aucunement besoin pour poser ses lois du mouvement et développer sa théorie de la gravitation, finit par succomber à cette sirène. Les *Principia* s'achèvent en effet ainsi (traduction d'Émilie du Châtelet) :
« *Ce seroit ici le lieu d'ajouter quelque chose sur cette espèce d'esprit très subtil qui pénètre à travers tous les corps solides, & qui est caché dans leur substance ; c'est par la force et la cohérence de cet esprit que les particules des corps s'attirent mutuellement aux plus petites distances & qu'elles cohèrent lorsqu'elles sont contigües ; c'est par lui que les corps électriques agissent à de plus grandes distances, tant pour attirer que pour repousser les corpuscules voisins [...]* »



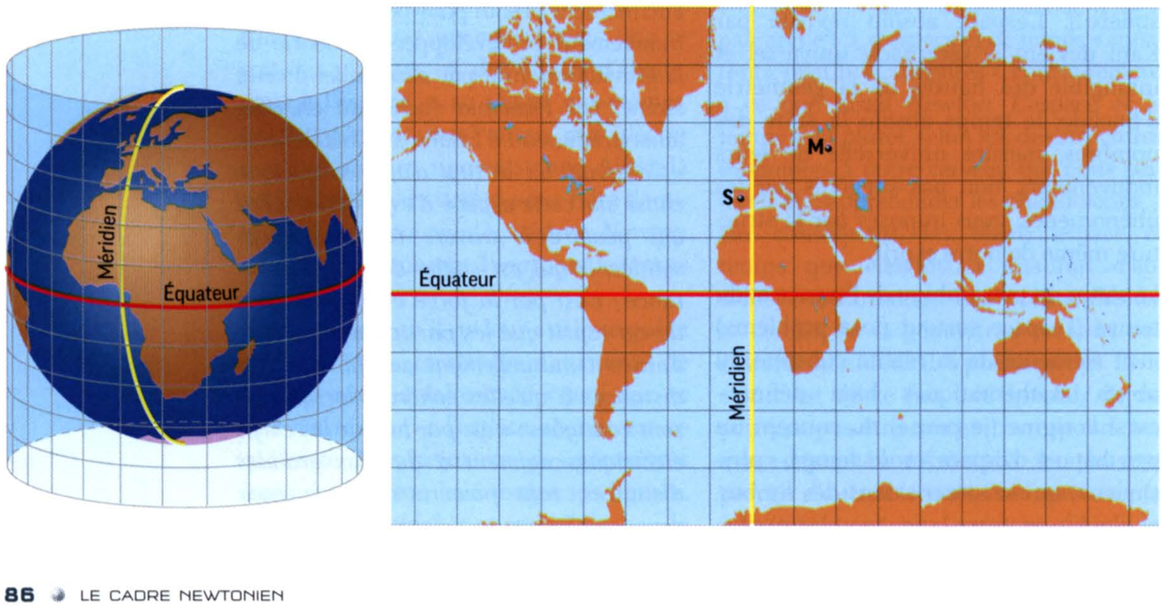
2 Si au bout de, disons, 10 secondes, une balle a parcouru 300 mètres horizontalement et est à 400 mètres de hauteur, elle sera à 500 mètres de son point de départ -car 5 (hectomètres) est la racine carrée de $3^2 + 4^2$.

3 Le principe de la projection de Mercator. En déduire la distance entre, par exemple, Salamanque (S) et Moscou (M) en utilisant le théorème de Pythagore requiert quelques précautions...

Heureusement on retrouve le grand Newton dans la dernière phrase : « *Mais ces choses ne peuvent s'expliquer en peu de mots ; & on n'a pas fait encore un nombre suffisant d'expériences pour pouvoir déterminer exactement les lois selon lesquelles agit cet esprit universel.* » Descartes reculant devant la notion d'espace vide, Newton décrétant son existence sans en dire plus, Kant arguant ensuite (dans sa *Critique*) qu'il ne peut être qu'une « *représentation nécessaire a priori qui sert de fondement à toutes les intuitions extérieures* » et est par conséquent aussi indiscutable qu'un dogme : Galilée se serait peut-être inquiété de ce qu'il aurait sans doute tenu pour des élucubrations... mais c'est sur cette base que la physique qu'il avait fondée se construisit.

Le triomphe d'Euclide

Sur la page blanche de l'espace absolu, quelle physique Newton va-t-il écrire, au fil du temps absolu de sa plume... ?
Ce qui l'intéresse, c'est d'expliquer les mouvements des corps matériels, planètes, boules d'ébène, projectiles ou corpuscules de lumière. La manière moderne de procéder est maintenant connue de tous. Elle est résumée sur la figure 2.
Les corps matériels sont représentés par des points géométriques qui décrivent dans l'espace absolu des lignes, des courbes, soit en d'autres termes des trajectoires. La notion de trajectoire d'un corps, c'est-à-dire l'évolution de sa position dans l'espace en fonction du temps, est devenue intuitive de nos jours ; si à l'instant *t*, *x* est son abscisse et *y* son ordonnée, sa distance à l'origine est donnée par le théorème de Pythagore, comme l'illustre la figure 2 (voir aussi « Trajectoire et vitesse d'un point matériel », p. 101).
Ces notions maintenant familières ont été trouvées et développées au cours du XVII^e siècle. C'est Descartes, par exemple,



qui a inventé la notion de trajectoire : la légende raconte qu'il eut à 23 ans l'intuition vraiment géniale, en contemplant de son lit un plafond strié de craquelures, de résoudre des équations, $-2x^2/9 + 2x = 0$ par exemple, en dessinant la courbe $y = -2x^2/9 + 2x$ de la Fig. 2. (Pour une présentation plus approfondie de cette « géométrie analytique », voir p. 101.)

Faisons maintenant une remarque, qui va nous ouvrir des horizons insoupçonnés. La distance parcourue par la balle est donnée par le théorème de Pythagore illustré par la figure 2 sur laquelle l'abscisse x mesure la distance horizontale... à condition que la balle n'aille pas trop loin sur la surface de la Terre. Car alors on ne peut plus négliger sa « courbure », comme tous les géographes depuis Ptolémée le savent (Fig. 3).

Cela étant, le fait que, contrairement aux postulats et théorèmes d'Euclide, des lignes perpendiculaires à l'équateur (les méridiens) se coupent aux pôles (Fig. 4) ou que la somme des angles d'un triangle dessiné sur une sphère soit supérieure à 180° est bien sûr parfaitement compatible avec le fait que le triangle plan XOZ est rectangle et que la distance XZ entre le pôle et l'équateur (en ligne droite, c'est-à-dire sans rester sur la surface de la sphère) est donnée par le théorème de Pythagore : $XZ^2 = XO^2 + OZ^2$ (Fig. 4).

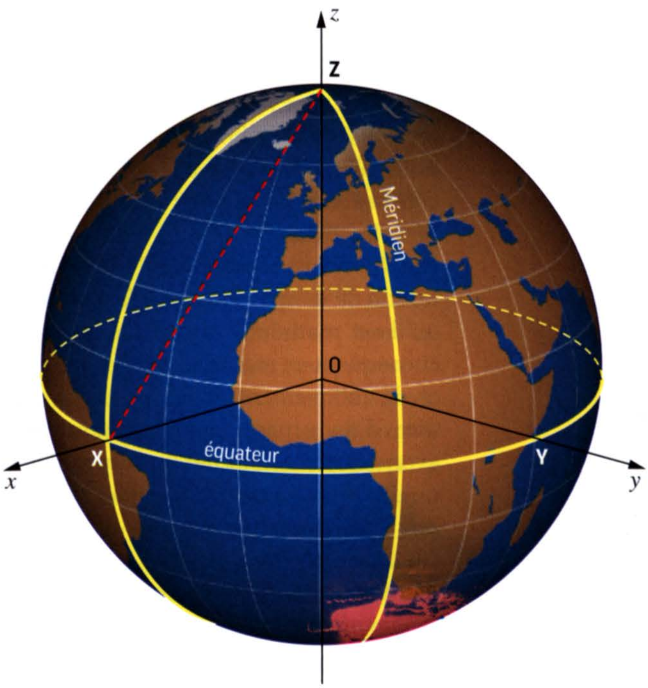
Il est donc facile de comprendre que le théorème de Pythagore est un bon outil pour calculer la distance parcourue par une balle sur un terrain de golf, mais qu'il est plus pertinent d'utiliser la géométrie non euclidienne, dite sphérique, pour calculer la distance (par transport terrestre...) entre, disons, Salamanque et Moscou.

Nous venons trois siècles après les fondateurs de la physique classique et avons entendu parler des espaces-temps courbes d'Einstein. Il nous est donc (relativement...) facile de concevoir aussi (même si ce n'est que vaguement) que la différence entre un plan et une sphère puisse être plus générale. Nous pouvons, par exemple, concevoir que la longueur du segment XZ de la figure 4 ne soit *pas* donnée par le théorème de Pythagore, bref que l'on puisse utiliser une sorte de géométrie tridimensionnelle sphérique, autre que celle d'Euclide, pour décrire les positions relatives dans l'espace d'objets à très grandes distances les uns des autres, telles les planètes du système solaire ou les étoiles (voir « Théorème de Pythagore et espace euclidien » p. 100).

Aucun mathématicien jusqu'à Gauss ne pensa à cette possibilité (même vaguement seulement) et, de plus, les « prolégomènes » de Kant interdisaient de même y songer. L'espace de la physique classique dans lequel se développent les trajectoires des corps fut donc choisi euclidien parce que les mathématiques du temps ne permettaient pas qu'il en fût autrement.

Que les physiciens de l'ère classique, de Newton à Einstein, n'aient pu concevoir que la distance entre deux points soit donnée par autre chose que le théorème de Pythagore est dû, on l'a vu, au fait que

4 Géométrie sphérique. La géométrie de l'espace est celle d'Euclide, mais pas celle sur la sphère.



pour étudier les figures dans l'espace, seule la géométrie d'Euclide était alors connue. Cela montre une nouvelle fois que la représentation du monde que les physiciens forgent est tributaire de l'état d'avancement des mathématiques de leur temps.

Les mathématiciens et physiciens du XVII^e siècle « ratèrent » donc l'occasion de découvrir les espaces courbes (cela dit, ils n'en avaient nul besoin, vu la précision des observations astronomiques de leur temps), mais ils inventèrent, pour progresser, nombre de nouveaux outils extraordinairement utiles (ou, plutôt, ils les découvrirent !). Ainsi, les notions de courbes quelconques, de tangente, de vitesse, d'abscisse et d'ordonnée, de coordonnées de manière générale, cartésiennes ou non, ont été développées tout au long des XVII^e et XVIII^e siècles par Fermat, Descartes, Newton, Leibniz… (voir « La géométrie analytique p. 101).

Ancrer l'espace dans le ciel

Nous avons découvert la notion d'espace, ensemble de points étiquetés par trois coordonnées, l'avons qualifié d'euclidien lorsque les distances sont données par le théorème de Pythagore ; nous avons bâti les trois axes orthonormés d'un repère, nous avons dessiné par la pensée des courbes variées et nous avons les outils pour les étudier.

Nous avons également introduit la notion de temps – qualifié d'absolu parce qu'il est mathématique. Nous avons par conséquent en mains les notions de repos et de mouvement. Nous pouvons donc dire d'un espace euclidien dont nous avons décrété tous les points au repos qu'il est « *toujours semblable et immobile* » : c'est l'espace absolu de Newton. Quant au repère que nous y avons bâti mentalement, au repos lui aussi, c'est le *repère absolu*.

Rappelons-nous cependant la leçon de Galilée : une fois un modèle librement construit à partir des phénomènes (autant que Kant nous y autorise !), il faut l'y réincarner. Le temps et l'espace eux-mêmes ne peuvent être ni vus, ni entendus, ni touchés, soit : en revanche le tic-tac d'une pendule s'entend et le rail sur lequel roule une boule se voit et se touche !

Nous sommes maintenant suffisamment armés pour sortir de la maison des mathématiques.

Le temps absolu t est matérialisé dans le monde « *relatif, apparent et vulgaire* » des phénomènes par des horloges ou des montres, c'est-à-dire des phénomènes répétitifs numérotés en ordre croissant. Une bonne horloge, en fin de compte, est un appareil qui mesure des durées, exprimées par exemple en secondes, en accord avec les prédictions des lois de Newton écrites en fonction du temps absolu (lois que nous verrons bientôt), et ce *quel que soit le mouvement dont elle est affectée*[2].

Quant aux repères de l'espace euclidien, ils sont matérialisés par des *référentiels.* Concrètement, un référentiel est un trièdre solide, c'est-à-dire un ensemble d'objets matériels dont les distances relatives sont invariables dans le temps (par exemple, le plancher et deux murs orthogonaux d'une pièce – évidemment on peut en imaginer de plus sophistiqués). On le construit à l'aide d'instruments qu'une utilisation répétée permet de qualifier de « rigides » (i.e. solides également), règles, compas etc., en utilisant le théorème de Pythagore et ses conséquences. Enfin, un étalon de longueur est choisi, par exemple le mètre. Ce référentiel, qui permet de localiser, en leur assignant des coordonnées, les objets matériels (les meubles d'une pièce, par exemple), est « bon » si, à la précision des mesures, toutes les propriétés euclidiennes des figures y sont vérifiées.

2. Je résume ici la section 2 du livre I de *Théories de la Relativité* que Jean-Philippe Uzan et moi avons publié (Belin, 2014). J'écris « *quel que soit le mouvement dont l'horloge est affectée* » en italiques pour « annoncer la couleur », car c'est cette hypothèse cachée qu'Einstein contestera en 1905 – ce qui sapera, ou plutôt redressera !, tout l'édifice.

Le *référentiel absolu* qui matérialise le repère *absolu* de l'espace de Newton doit de plus être au repos afin que les points géométriques de l'espace euclidien puissent être identifiés à des objets matériels *immobiles*. Comme la Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil, le plancher et les murs de notre exemple ne font pas l'affaire quand la précision des mesures requiert de tenir compte de ces rotations, et est de plus très incommode lorsqu'on s'intéresse aux mouvements des planètes... Ainsi, pour Newton, le référentiel absolu permettant de quadriller l'Univers était formé du système solaire et d'étoiles lointaines, qu'il postulait être au repos, incarnant ainsi par décret des points immobiles de l'espace absolu.

Cela étant, si l'on veut, par exemple, étudier les anneaux de Saturne, on peut remplacer ce référentiel de Newton par un autre, dont l'origine est située près de Saturne et dont les axes pointent vers d'autres étoiles considérées comme fixes. Ce changement de référentiel est possible car l'espace absolu ayant été décrété euclidien, le théorème de Pythagore est supposé être valable partout dans l'Univers; cela implique qu'un trièdre doit pouvoir être déplacé du Soleil à Saturne tout en restant rigide. Une fois immobilisé à sa nouvelle position, le nouveau référentiel qu'il définit est équivalent à celui de Newton, c'est-à-dire absolu lui aussi, et peut servir tout aussi bien à attribuer à des objets matériels immobiles les coordonnées de points géométriques de l'espace absolu.

Remarquons cependant que les axes des référentiels astronomiques ne sont bien évidemment pas construits à l'aide de corps solides: ce sont les rayons de lumière nous parvenant des étoiles qui en font office; on suppose donc qu'ils se propagent en ligne droite... ce qui ne fut pas mis en doute avant le début du XIX^e^ siècle, lorsque Johann Soldner argua, sur la base des travaux de John Michell, Robert Blair ou Pierre-Simon Laplace,

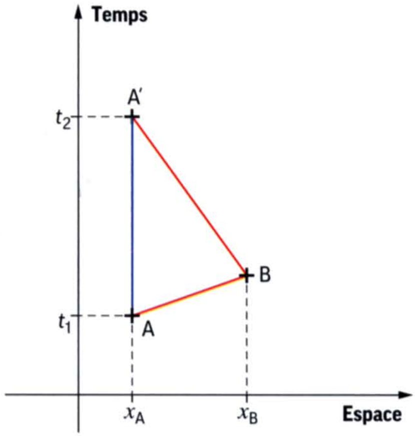
5 Un enfant agrippé à un manège illustre bien l'effet de l'accélération centrifuge.

que les lois de Newton impliquaient que la lumière était déviée par la force de gravitation des astres – une conclusion à laquelle Einstein aboutira aussi, mais dans un tout autre cadre, celui de la relativité générale.

Remarquons aussi que, l'Univers semblant pour l'essentiel vide de matière, les points géométriques de l'espace absolu n'y sont pour la plupart que « virtuellement matérialisés », une contradiction dans les termes qui ne laissa pas de choquer Descartes et Kant, et fut contournée dès le XVII^e^ siècle par l'introduction de notre serpent de mer, l'éther, milieu élusif « *toujours semblable et immobile* », chargé d'incarner l'espace absolu.

Si l'on s'intéresse maintenant non au mouvement des planètes, mais, disons, à la trajectoire d'un enfant installé sur un manège (Fig. 5), on peut légitimement broncher: « Faut-il vraiment repérer sa position par rapport aux étoiles fixes? Quelle affaire... ». Qu'on se rassure.

D'abord, vue la précision des mesures effectuées, les mouvements de la Terre peuvent être négligés, de sorte que le référentiel dont l'origine est le centre du manège et les trois axes pointent vers



6 La droite AA' représente la trajectoire d'Alice, qui reste immobile au point x_A, et la ligne brisée ABA' celle de Bob. Ce dernier quitte Alice au temps t_1, va jusqu'au point B, fait demi-tour, puis la retrouve au temps t_2.

trois coins du parc peut très bien faire office de référentiel absolu. Rapportée à ce référentiel, la trajectoire de l'enfant sur sa nacelle est un cercle parcouru à vitesse constante. Quant à son accélération, Christian Huygens nous a appris à la calculer, elle est « centrifuge », c'est-à-dire dirigée du centre du manège vers la nacelle.

Mieux encore, nous pouvons tout aussi bien repérer la position de l'enfant qui court de nacelle en nacelle par rapport à un référentiel lié au manège, dont l'origine est toujours son centre, mais dont les trois axes pointent cette fois vers trois nacelles : par rapport au plancher du manège, les nacelles sont immobiles, leurs vitesse et accélération sont nulles (Fig. 5).

Ce nouveau référentiel n'est donc plus du tout absolu : les arbres du parc y apparaissent en rotation et semblent avoir une accélération centripète (« apparaissent » et « semblent », car nous savons qu'ils sont – à peu près – immobiles par rapport aux étoiles lointaines). De même, la vitesse et l'accélération de l'enfant par rapport au manège ne sont pas les mêmes que par rapport aux arbres du parc ; mais grâce aux mathématiques développées par Descartes, Huygens, Newton, Leibniz... c'est un jeu d'« enfant » de prédire, sachant ce que ces grandeurs valent dans le référentiel du manège, ce qu'elles valent dans le référentiel du parc et inversement : l'accélération de l'enfant par rapport au manège, par exemple, est celle qu'il a par rapport aux arbres du parc augmentée de l'accélération centrifuge, dite d'« inertie », due à la rotation du manège.

Tout cela va permettre de progresser ! Montrons-le tout de suite sur un exemple, qui devrait nous paraître beaucoup moins intuitif et élémentaire qu'il en a l'air... maintenant que nous avons une idée un peu plus précise de tout l'échafaudage conceptuel qu'il requiert pour être compris.

Considérons deux voyageurs, Alice et Bob, qui, partis d'un même endroit à un instant donné, se retrouvent après de quelconques périples. Si référentiels et horloges incarnent bien la structure que Newton prête à l'espace et au temps absolus, alors les durées des voyages mesurées par Alice et Bob, repérés dans n'importe quel référentiel, doivent être les mêmes : leurs montres, synchronisées au départ, doivent indiquer la même heure à l'arrivée (Fig. 6).

Si lors d'une expérience ce n'était pas le cas, cela signifierait, *a priori*, que la montre d'Alice ou celle de Bob n'est pas de bonne qualité. (« Tout ça pour en arriver à cette évidence ! » soupireront certains.) Mais si un grand nombre d'expériences, effectuées avec soin, donnent un résultat systématiquement différent de la prédiction, ce qui, contrairement à l'évidence, est en fait le cas (« et toc » !), alors on en conclura (avec Einstein) que l'espace-temps absolu de Newton ne représente pas adéquatement l'Univers réel.

Nous sommes partis de l'espace mathématique vide de Descartes et son pascalien « silence éternel » – que l'un refuse et l'autre accepte –, avons admis avec Newton l'existence de l'espace absolu dont Kant précise le statut, pour arriver à la constatation qu'il était en fait le réceptacle des figures d'une géométrie particulière, celle d'Euclide. Nous avons vu ensuite que les outils développés au XVII^e siècle permettent de décrire toutes les trajectoires possibles des corps matériels et avons enfin matérialisé ces objets mathématiques (« axes », « repère », « coordonnées cartésiennes », « abscisse », « ordonnée », « variable *t* », etc.) dans le monde des phénomènes par des référentiels et des horloges – à condition d'admettre qu'il existe dans l'Univers des objets matériels « absolument » immobiles.

Pythagore, Euclide, Aristote et Ptolémée auraient-ils été satisfaits de la façon dont leurs successeurs lointains incarnaient ces nouveaux objets mathématiques dans le monde « sublunaire » ?

Non. Car le problème de la mesure exacte de la diagonale d'un champ reste entier, qu'elle soit faite à l'aide d'une règle étalon ou du temps d'aller-retour de la lumière donné par un télémètre laser... On ne peut cependant pas douter que Galilée et Newton les auraient convaincus que l'incarnation, même imparfaite, des mathématiques dans le monde des phénomènes allait s'avérer extraordinairement fructueuse, laissant loin derrière nous la science grecque.

Le verrou mental qu'il fallait faire sauter était en fin de compte l'ambition d'identifier *parfaitement* objets mathématiques et éléments de la réalité concrète : dorénavant, les physiciens (oublions Descartes) acceptent qu'une sphère d'Euclide soit incarnée par une balle de golf ou la Lune, lisses « à la précision des mesures » seulement ; ou, plutôt, que cette balle ou la Lune soient représentées, en « première approximation », par une sphère ; bref, qu'approximer la racine de deux par 1,41421356..., comme les Grecs l'avaient enseigné aux arpenteurs devenus physiciens, est dorénavant légitime lorsqu'on évalue la diagonale d'un champ.

Plus, c'est cette légère inadéquation qui permet d'aller de l'avant, comme l'écrit Jean-Philippe Uzan avec beaucoup de poésie :

« *La symétrie n'est jamais parfaite alors que la formulation mathématique l'est parfois trop ; en tant que physicien, c'est cette imperfection, souvent imperceptible, que je trouve fascinante, comme un grain de beauté qui brise la trop grande symétrie d'un visage trop parfait. Elle est révélatrice d'une autre réalité, qui s'impose, inattendue, à nous, et nous pousse à aller plus loin dans notre compréhension.* »

Jean-Philippe Uzan, « L'univers des mathématiques et les tréfonds du Cosmos », in *La maison des mathématiques*, Cédric Villani, Jean-Philippe Uzan et Vincent Moncorgé, Cherche Midi, 2014.

Les lois de Newton : de l'absolu au relatif

Nous avons détaillé la façon de décrire les mouvements des corps matériels par des trajectoires, à savoir des courbes parcourues par un point géométrique au cours du temps dans l'espace d'Euclide. Reste à *expliquer* ces mouvements, c'est-à-dire à donner les lois qui les régissent. Nous connaissons la première, le principe d'inertie, découverte par Galilée, rectifiée par Descartes et Huygens, et formulée en toute clarté par Newton. Je la recopie :

« *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.* »

Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687, traduction d'Émilie du Châtelet, Paris, 1759.

Maintenant que, grâce à Descartes et Fermat, Newton et Leibniz, nous savons décrire à l'aide d'équations et de diagrammes ces corps matériels libres dont les mouvements sont uniformes en lignes droites, nous pouvons découvrir ce qu'ils ont en commun : ils peuvent se déplacer dans n'importe quelle direction et à des vitesses différentes, mais leurs accélérations, c'est-à-dire la variation de leurs vitesses par rapport au temps, sont toutes nulles.

Par conséquent, lorsque l'accélération d'un corps n'est *pas* nulle, c'est qu'il n'est

La « masse inerte »

La notion de masse inerte va s'avérer si importante qu'il vaut la peine de s'y attarder déjà un instant : la masse inerte (qu'on peut exprimer en grammes) d'une boule de billard, par exemple, est définie par Newton comme la somme des masses des « billes » de bois dont elle est constituée, la masse de ces billes étant elle-même la somme des masses des « particules » qui les constituent, ces particules étant elles-mêmes... : etc. ? Non, pas *et cætera* ! Car la régression est postulée ne pas être infinie : à la suite de Démocrite et Lucrèce, et en opposition à Aristote ou Descartes, les physiciens « atomistes », depuis Galilée et Newton, conçoivent la matière comme constituée de particules fondamentales (que ce soient des billes, des atomes, des électrons, des protons ou des quarks).
Ainsi, tout objet est conçu comme un agglomérat de constituants fondamentaux insécables, qui se distinguent par leurs attributs, parmi lesquels leur masse inerte. (La physique des XIX^{e} et XX^{e} siècles en ajoutera d'autres, comme leurs charges électriques ou leurs spins ; mais, plus important pour notre propos, Einstein, au tournant du XX^{e} siècle, sera amené à définir la masse d'un corps composite comme la somme des masses de ses constituants augmentée de la masse correspondant à l'énergie qui les lie, c'est une variante de la célèbre formule « $E = mc^2$ ».)
Cela dit, si on peut approximer l'objet par un milieu continu (ce qui est justifié s'il est macroscopique lorsqu'on sait que 2 grammes de carbone contiennent 10^{23} atomes), on peut alors utiliser pour représenter ces attributs quantifiés (masses, charges etc.) les outils de l'algèbre et de l'analyse dont nous disposons (c'est ce que fait Newton en définissant la masse par $m = \rho V$, où V est le volume du corps et ρ sa « densité » de masse, supposée ici constante).

plus libre : il est « contraint » à changer de vitesse. Comment ? Descartes ne concevait que des chocs, ceux subis, par exemple, par des boules de billard s'entre-« choquant ». Or il avait constaté, ainsi que Huygens puis Newton, que les changements des vitesses des boules après la collision dépendaient de leurs vitesses antérieures et aussi de leurs tailles ou, plus exactement, de la quantité de matière (de bois, par exemple) qui les compose. L'observation nous indique donc que ce qui change lors d'un choc est une combinaison de l'accélération et de la quantité de matière du corps.
Newton appelle la quantité de matière du corps sa *masse* (c'est la première définition de ses *Principia*) ; on l'appellera plus tard masse *inerte* (voir encadré ci-dessus).
Newton définit ensuite ce qu'il appelle la *quantité de mouvement*, à savoir le produit de la masse du corps considéré par sa vitesse. Il énonce alors sa deuxième loi, qui est la plus simple possible parmi toutes celles qui pourraient mathématiser les observations :
« *Le changement de [quantité de] mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée, et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée.* »
Cette loi est connue de tous –elle est (presque) aussi familière que $E = mc^2$!– et s'écrit de nos jours sous la forme $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ (ou $\boldsymbol{F} = m\gamma$ selon les manuels), $\boldsymbol{F}$ étant la force et $m\boldsymbol{a}$ la variation de quantité de mouvement, c'est-à-dire le produit de la masse m du corps par son accélération $\boldsymbol{a}$ (ou γ ; voir « $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ » p. 103).
La troisième loi, sur laquelle j'insisterai moins, même si elle est tout aussi importante que la deuxième, permet, par exemple, d'établir la « conservation de l'impulsion dans les chocs élastiques ». Newton l'énonce selon : « *L'action est toujours égale et opposée à la réaction ; c'est-à-dire, que les actions des deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions contraires.* »
Ces lois du mouvement, qui incluent, rectifient, synthétisent et généralisent plus d'un siècle de tâtonnements et fulgurantes percées dans la mathématisation de la Nature, reposent sur l'existence, décrétée par Newton, de l'espace et du temps absolus car, dans « $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ », $\boldsymbol{a}$ est l'accélération des corps mesurée par rapport au repère absolu et en fonction du temps absolu.
Il y a cependant un ver dans le fruit : ces lois sont ainsi faites qu'elles ne

permettent pas d'appréhender l'espace absolu sur lequel elles s'appuient !

Rappelons-nous en effet comment Newton avait matérialisé, dans le monde des phénomènes, le repère euclidien absolu, dont la principale caractéristique est d'être immobile, par un « référentiel absolu » : il avait choisi son origine au centre du système solaire, qu'il avait *arbitrairement* décrétée être au repos, et pris pour ses axes trois droites pointant vers des étoiles suffisamment lointaines pour paraître fixes[3].

Or, grâce aux lois de Newton, nous disposons dorénavant en principe d'une autre façon, que l'on peut espérer moins arbitraire, de déterminer ce référentiel absolument immobile. Ces lois nous disent en effet que les corps matériels libres s'y meuvent à vitesses constantes en lignes droites. Par conséquent, le référentiel absolu doit être celui dans lequel on les *observe* avoir un tel mouvement. Si les particules ne s'avèrent pas être en translation uniforme c'est, *a priori*, parce que le référentiel n'est pas immobile ou que les horloges sont trop approximatives pour la précision des mesures, ou encore que les particules ne sont en fait pas vraiment libres.

Reprenons l'exemple du coche d'eau de Galilée qui nous est maintenant familier (chapitre 3). Je mesure la vitesse de billes bien lisses roulant vers la proue du coche sur le plancher bien briqué de ma cabine et constate que leurs vitesses ne sont pas constantes, comme le voudrait le principe d'inertie, mais diminuent toutes. J'en déduis que ma montre peut-être avance, mais mettons-nous dans le cas où d'autres montres confirment le ralentissement des billes. Il ne reste alors plus qu'une solution : le mouvement du coche « *non è come nullo* » ! Je tire donc le rideau de mon hublot... et vois des haleurs remorquer le coche pour le mettre en route. Il est donc en train d'accélérer et ne peut plus me servir de référentiel absolu !

Autre exemple : un enfant est immobile sur un manège en rotation ; il voit son père, qui l'attend près du manège, non pas se mouvoir en ligne droite, mais tourner en sens inverse de celui du manège. Si donc son père a un mouvement libre (ce que nous lui souhaitons tous), c'est que le manège ne peut pas servir de référentiel absolu.

Ayant sélectionné du mieux que nous pouvons un référentiel dans lequel les corps que nous pensons être libres ont un mouvement rectiligne uniforme et satisfont donc au principe d'inertie, avons-nous pour autant construit ainsi un référentiel *absolument* immobile (à la précision de nos mesures en tout cas) ?

Non, comme nous l'a appris Galilée ! Reprenons l'exemple de sa barge glissant le long d'un canal. Si, observée depuis le référentiel qu'est la rive, elle a une vitesse constante, alors la rive, observée du référentiel qu'est la barge, a une vitesse opposée, constante elle aussi. Quant à la bille qui roule sans frottements sur le pont de la barge, son mouvement est rectiligne uniforme par rapport aux *deux* référentiels, celui de la rive et celui de la barge, car ils sont tous deux (à la précision des mesures) « galiléens », « inertiels » – et donc équivalents. Il est par conséquent impossible de décider, à l'aide de corps matériels libres en tout cas, quel est, entre tous les référentiels inertiels, celui qui incarne le repère absolu.

Cela étant on peut concevoir que des corps, non plus libres, mais soumis à une force, permettent, eux, d'ancrer le repère absolu dans un référentiel inertiel particulier qui deviendrait alors le référentiel absolu. Là encore, Galilée a déjà répondu à la question, puisqu'il a été le premier à énoncer le principe de relativité : les événements qui se déroulent dans un référentiel inertiel ne dépendent pas de son mouvement.

Rappelons ce qu'il écrivait dans son *Dialogue* : « *Pourvu que le mouvement [du*

---

3. Je reprends ici en les adaptant les sections 27 et suivantes du livre I de *Théories de la Relativité*, op. cit.

référentiel] soit uniforme, sans balancement dans un sens ou dans l'autre, vous ne remarquerez pas le moindre changement dans tous les effets qu'on vient d'indiquer [par exemple la chute d'une pierre du haut du mât] ; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile. »[4]

Formulée par Newton, la question devient : est-on sûr que la loi du mouvement, « $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ », qui fait intervenir les accélérations des corps et les forces qu'ils subissent, est la même dans tous les repères inertiels ? Pendant deux siècles, la réponse, donnée par l'expérience, a confirmé le « oui » de Galilée. C'est d'ailleurs parce que cette propriété semblait ne pas souffrir d'exception qu'on finit par ériger son « *il moto è come nullo* » en principe, le principe de relativité galiléenne, l'adjectif galiléen (newtonien aurait été plus approprié) le cadrant : les lois du mouvement, de Newton, doivent être les mêmes dans tous les repères inertiels (voir « L'invariance galiléenne de la loi de Newton » p. 103).

Ainsi l'espace absolu est un « fantôme » – parce qu'on ne peut l'« ancrer » nulle part. En fin de compte, il n'y a *pas* de référentiel absolu : seul est absolu l'ensemble des référentiels inertiels en mouvements rectilignes uniformes par rapport à lui. Cela est un aspect plutôt décevant du superbe édifice bâti par Newton…

Considérons en effet le système solaire, ou notre galaxie, voire l'Univers tout entier : les sommes des forces qui s'exercent entre les planètes, les étoiles ou les galaxies, sont nulles (cela découle de la troisième loi de Newton à laquelle j'ai fait brièvement allusion plus haut). Par conséquent, le système solaire, la galaxie, l'Univers lui-même, sont comme des barges en mouvements uniformes, dont on ne pourra jamais connaître les vitesses par rapport au référentiel absolument immobile. Newton avait postulé que le système solaire était au repos absolu : ses propres lois interdisent qu'on puisse jamais le savoir.

Gottfried Wilhem Leibniz, grand rival de Newton il est vrai, trouvait cela absurde :

« *La fiction d'un univers matériel fini, qui se promène tout entier dans un Espace vide infini, ne sauroit être admise. Elle est tout à fait déraisonnable et impraticable. Car outre qu'il n'y a point d'Espace réel hors de l'univers matériel, une telle action seroit sans but ; ce seroit travailler sans rien faire, agendo nihil agere. Il ne se produiroit aucun changement observable pour qui que ce soit. Ce sont les imaginations des Philosophes à idées incomplettes qui se font de l'espace une réalité absolue. Les simples mathématiciens qui ne s'occupent que de jeux de l'imagination, sont capables de se forger de telles notions ; mais elles sont détruites par des raisons supérieures.* »

Extrait de la 5^e réponse de Leibniz à la 4^e réplique de Clarke, §29, 1716.

Newton lui-même était visiblement dérouté :

« *Il faut avouer qu'il est très difficile de connoître les mouvements vrais de chaque corps, & de les distinguer actuellement [« effectually »] des mouvemens apparens, parce que les parties de l'espace immobile dans lesquelles s'éxécutent les mouvemens vrais, ne tombent pas sous nos sens. Cependant il ne faut pas en désespérer entiérement* […] »

Scholie des *Principia* qui suit les Définitions, traduction d'Émilie du Châtelet, op. cit.

Quant à Poincaré, puis Einstein (et on peut parier que Galilée aurait pensé de même), ils se poseront eux la question de savoir si postuler l'existence d'un référentiel absolu était vraiment indispensable, s'il n'est pas suffisant de postuler l'existence, non pas d'un seul, mais de toute une classe de repères privilégiés, les repères inertiels, en translations rectilignes uniformes les uns par rapport aux autres.

Si les lois de Newton et les forces qui régissent les interactions entre les corps matériels ne permettent pas de différen-

4. N'oublions cependant pas la modification apportée par Descartes, Huygens et Newton à ce qu'il affirmait, à savoir que ce « mouvement uniforme » est rectiligne et non circulaire autour de la Terre comme il le pensait.

« Si muove »... pero non « è come nullo » !

Dans le fameux scolie des *Principia* qui suit les Définitions, Newton décrit une expérience qu'il dit avoir faite : la surface de l'eau dans un seau immobile par rapport à la Terre est plane ; mais si on le fait tourner sur lui-même au bout d'une corde, l'eau se creuse au centre, monte sur le bord et finit par tourner à la même vitesse que le seau. C'est là l'effet de l'accélération centrifuge. La forme de la surface de l'eau (le calcul montre qu'elle est parabolique) montre donc à elle seule que le seau et l'eau tournent par rapport à la Terre (et aussi par rapport aux étoiles lointaines, car on peut considérer la Terre comme immobile le temps de l'expérience).
Léon Foucault monta sa spectaculaire expérience montrant les effets mesurables de la rotation diurne de la Terre en 1851 au Panthéon. La rotation du plan dans lequel oscille le pendule est principalement due à l'accélération d'inertie proportionnelle à la vitesse d'oscillation du pendule, déduite des équations de Newton par Gaspard-Gustave Coriolis en 1832. Le calcul prédit que le plan d'oscillation du pendule fait un tour complet en 32 heures à la latitude de Paris, ce qui est effectivement le cas.
Cette même force de Coriolis due à la rotation diurne de la Terre doit faire légèrement dévier vers l'Est les trajectoires des boules d'ébène que Galilée laissait tomber du haut de la tour de Pise. L'effet est faible, mais fut mis en évidence en 1903 par Camille Flammarion : il laissa tomber une bille du haut des 68 m du Panthéon (au lieu des 56 m de la tour de Pise) qui heurta le sol à 8 mm à l'Est de la verticale, en accord avec le calcul.
Il y avait donc du vrai dans les objections des péripatéticiens : contrairement à ce que Galilée affirmait mordicus, le mouvement de rotation de la Terre n'est pas tout à fait « comme rien »...

cier les référentiels inertiels les uns des autres, les référentiels accélérés, eux, se distinguent : si toutes les billes roulant vers la proue de la barge de Galilée accélèrent de la même façon, c'est que la barge ralentit ; de même, si elles se dirigent toutes avec une même accélération du centre d'un manège vers son bord, c'est que le manège tourne. L'indice qui ne trompe pas pour décider si ces accélérations « parasites » sont bien dues au mouvement du référentiel et non à des forces dont on aurait omis de tenir compte (comme des frottements par exemple), est qu'elles sont les mêmes pour *tous* les objets observés dans ce référentiel – ce qui n'a rien d'étonnant, puisqu'elles sont dues à un « effet de perspective » dû à son accélération (encadré ci-dessus).
Ces *accélérations d'inertie* dues au mouvement du référentiel ont donc des effets quantifiables qui permettent de mesurer son accélération. Ainsi, la rotation du plan d'oscillation du pendule de Foucault par rapport aux murs du Panthéon mesure-t-elle la rotation *absolue* du Panthéon, qui se trouve coïncider avec celle de la Terre par rapport aux étoiles lointaines. Cette conséquence, vraiment remarquable, de la physique newtonienne ne laissa pas d'étonner Newton lui-même, puis Leibniz, Kant, Mach, Poincaré, Einstein...

La gravitation universelle

Les lois du mouvement de Newton (que nous avons décortiquées à l'envi !) nous disent que l'accélération des corps matériels, dont on peut déduire les trajectoires, est donnée par une *force motrice* ; mais pour l'heure, à part les propriétés qu'elle doit avoir pour être la même dans tous les repères, nous n'en avons rien dit. Ce doit être une fonction de la trajectoire de l'objet sur lequel elle s'exerce, soit, mais laquelle ?
Tout dépend des phénomènes auxquels on s'intéresse. S'il s'agit des collisions de boules de billard, la force motrice à l'œuvre lors des chocs est (de nos jours encore...) mal connue (c'est une des raisons pour lesquelles la physique des tourbillons de Descartes était vouée à l'échec). Il en est une cependant qui a été comprise et maîtrisée : la force qui fait tomber les boules d'ébène du haut de la tour de Pise, tomber les pommes des

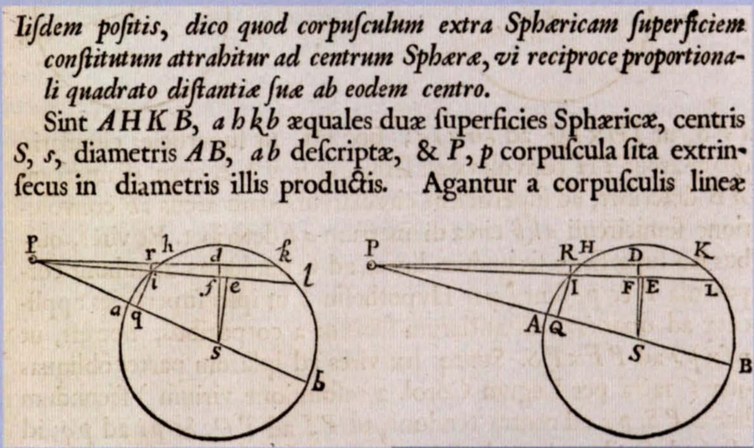
De la pomme à la loi de la gravitation

L'idée de la loi de la gravitation universelle est venue très tôt à Newton, l'année du « Grand Incendie » de Londres en 1666, à la vue d'une pomme tombant d'un arbre dit une anecdote rapportée en France par Voltaire.

Jeune homme de 23 ans, Newton séjournait alors dans sa famille à Woolsthorpe, à une centaine de kilomètres au nord de Cambridge, l'université ayant fermé ses portes l'année précédente à cause de la peste qui sévissait à Londres.

Il ne publia cependant rien sur ce sujet pendant 20 ans, occupé ailleurs, mais aussi par souci de rigueur. Il voulait en effet d'abord montrer –ce qui l'obligea à inventer de nouveaux outils mathématiques– que la force de gravitation à l'extérieur d'un corps sphérique, la Terre ou le Soleil par exemple, est la même que si toute la masse est concentrée en son centre, de sorte que l'attraction entre une planète et le Soleil dépend seulement de la distance entre leurs centres et non de leurs tailles. C'est le « théorème de Newton » (Fig. 7).

Ce n'est que lorsque Edmund Halley lui rapporta, en 1684, que Robert Hooke


Iiſdem poſitis, dico quod corpuſculum extra Sphæricam ſuperficiem conſtitutum attrahitur ad centrum Sphæræ, vi reciproce proportionali quadrato diſtantiæ ſuæ ab eodem centro.

Sint *AHKB*, *ahkb* æquales duæ ſuperficies Sphæricæ, centris *S*, *s*, diametris *AB*, *ab* deſcriptæ, & *P*, *p* corpuſcula ſita extrinſecus in diametris illis productis. Agantur a corpuſculis lineæ

7 Le théorème de Newton. Proposition LXXI, Théorème XXXI, Livre I, section XII des *Principia*, 1687. Cambridge University Library.

affirmait (mais sans le montrer explicitement) que la force de la gravité décroissait comme l'inverse du carré de la distance et qu'on pouvait en déduire les ellipses de Kepler, ce que lui savait déjà depuis longtemps, qu'il se décida à publier l'ensemble de ses résultats.

La contribution de Hooke à l'établissement de la loi de la gravitation est toujours débattue. Voici le peu qu'en pensait Madame du Châtelet, premier traducteur, on l'a vu, des *Principia* :

« Il ne faut pas croire que cette idée jettée au hazard dans le Livre de Hooke diminue la gloire de M. Newton [...]. L'exemple de Hooke & celui de Kepler servent à faire voir quelle distance il y a entre une vérité entrevue & une vérité démontrée, & combien les plus grandes lumières de l'esprit servent peu dans les sciences, quand elles cessent d'être guidées par la Géométrie. »

arbres, et tourner la Terre et les planètes autour du Soleil, la force de gravitation (encadré ci-dessus).

Pour comprendre cette force de gravitation, commençons par rappeler la différence entre le « poids » et la « masse grave » d'un corps (différente *a priori* de la masse inerte vue précédemment).

On sait depuis Archimède comment mesurer la masse (grave) d'un corps : en le posant sur une balance tout simplement (Fig. 8 en haut), c'est-à-dire en l'équilibrant à l'aide d'un certain nombre de masses de référence (souvent appelées des « poids » par abus de langage), exprimées en kilogrammes, par exemple. Que l'on soit sur la Terre ou sur la Lune, la valeur de la masse grave est toujours la même, car l'action de la gravité sur les deux plateaux est égale où que l'on se situe.

Le poids d'un corps est, quant à lui, la force qu'il faut exercer pour qu'il ne tombe pas. Il est exprimé en newtons (N) et on le mesure à l'aide, par exemple, d'un dynamomètre (Fig. 8 à droite) : l'élongation de son ressort lui est proportionnelle. Le poids est donc une mesure de la force de gravité. On constate qu'il varie de quelques pour cent sur Terre, en fonction de la latitude et de l'altitude ; sur la Lune, comme nous l'avons tous appris en lisant *Tintin*, il est six fois moindre que sur Terre. On est ainsi conduit à définir la *pesanteur* comme le rapport du poids d'un corps à

8 **La mesure des masses** à l'aide d'une balance (en haut) **et la mesure des poids** à l'aide d'un dynamomètre (ci-dessus).

sa masse grave, une grandeur qui est la même pour tous les corps, mais dépend de leur position. Ainsi, si P est le poids du corps et m_g sa masse grave, alors la pesanteur, notée g, est donnée par $g = P/m_g$. Sur Terre elle vaut (à peu près) $9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$; un objet de masse grave égale à un kilogramme pèse donc sur Terre $9{,}81\ \mathrm{kg.m.s^{-2}}$, soit 9,81 N (et non pas un « kilo »... comme les terriens terre à terre et jamais sortis de leur planète que nous sommes ont une fâcheuse tendance à le dire !).

Cette distinction entre masse et poids rappelée, revenons une fois encore à Galilée. Il découvrit, on l'a vu, que si l'on coupe les fils de la balance, la vitesse de chute du corps (du haut en bas de la tour de Pise par exemple) augmente proportionnellement au temps, plus précisément que la variation de sa vitesse, c'est-à-dire son accélération a, est constante. Par conséquent, de par la deuxième loi de Newton ($F = ma$, où m est sa masse inerte), la force motrice F qui le contraint à ce mouvement est constante elle aussi. Elle est opposée à la force qui la contrebalançait pour maintenir le corps immobile dans la coupelle de la balance, c'est donc le poids du corps : $F = P$. Comme $F = ma$ et $P = m_g g$, on obtient, d'une part, que la pesanteur g est une constante aussi (en tout cas, qu'elle ne varie guère entre le sommet et le pied de la tour de Pise) et, d'autre part, que l'accélération a du corps en fonction de la pesanteur est : $a = (m_g/m)g$ où, rappelons-le, la pesanteur g est la même pour tous les corps.

Mais Galilée a fait une autre découverte : toutes les boules, quelles que soient leurs tailles et leur composition, arrivent en même temps sur le sol. Par conséquent, le rapport m_g/m est *le même pour tous les corps*. On peut le prendre égal à 1 (en choisissant adéquatement les unités de masse grave et de masse inerte) et l'on a ainsi une égalité, si étonnante qu'elle mérite une ligne entière à elle toute seule :

$$m_g = m.$$

Pourquoi cette égalité est-elle si remarquable ?

La masse grave m_g (qu'il conviendrait d'appeler plutôt « charge grave » pour lever toute ambiguïté) est, on vient de le voir, l'attribut d'un corps à l'origine de son poids, qui est lié à la présence de la Terre : en l'absence de gravité (très loin de la Terre et de tout autre astre) le poids $P = m_g g$ des corps est nul, car il n'y a plus de pesanteur.

La masse inerte m, en revanche, mesure la quantité de matière composant le corps, qui est la même qu'il soit sur Terre ou dans les espaces interplanétaires. Elle a été introduite, nous l'avons vu, pour rendre compte des vitesses des corps après des collisions. Or la force en jeu lors de la collision de deux corps n'a rien à voir avec leurs poids. Prenons l'exemple de deux boules s'entrechoquant sur une table de billard horizontale : le poids des boules est une force verticale, contrebalancée par la présence de la table dont le rôle est d'« effacer » la gravité, alors que la force de collision est horizontale. Les lois des collisions ne dépendent donc pas de la présence de la Terre (comme l'avait bien vu Descartes !), elles restent applicables même en absence de pesanteur quand le poids des corps est nul (et la table de billard inutile).

Ainsi, masse inerte et masse grave n'ont aucun rapport l'une avec l'autre. Chaque corps devrait donc *a priori* posséder deux attributs différents, l'un, sa masse inerte, se révélant lors de collisions horizontales par exemple, l'autre, sa masse grave, se manifestant lorsque le corps tombe.

Or ces deux masses sont égales.

Le premier à être surpris par ce fait fut Newton lui-même, qui (dans le Corollaire 5, Proposition VI du Livre II des *Principia*) compare la force de gravité (c'est-à-dire le poids) à la force magnétique (déjà bien connue de son temps, grâce aux travaux de William Gilbert au début du XVII^{e} siècle) : tous les corps tombent de la même façon sous l'effet de la pesanteur terrestre, alors qu'ils se comportent différemment lorsqu'ils sont soumis à la force magnétique créée par un aimant, certains n'y étant même pas sensibles du tout.

Souvenons-nous maintenant de ce que nous avons dit des forces d'inertie, dues non pas à l'existence d'une force appliquée aux corps, mais à l'accélération du référentiel dans lequel leurs mouvements sont étudiés : la caractéristique qui ne « trompe pas », avions nous remarqué, est qu'elles sont les mêmes pour tous les corps... Or il en est de même de la force de gravitation ! Forces de gravitation et d'inertie auraient-elles donc quelque chose en commun ?

Il faudra attendre la relativité générale d'Einstein pour répondre « oui » et mettre en forme mathématique cette intuition.

C'est dans le Troisième livre des *Principia*, intitulé *Du système du Monde*, que Newton applique à l'astronomie tous les résultats obtenus précédemment.

En voici les premières lignes, qui ne manquent pas de grandeur (toujours dans la version de la marquise du Châtelet) :

« *J'ai donné dans les Livres précédens les principes de la Philosophie naturelle, & je les ai traités plutôt en Mathématicien qu'en Physicien, car les vérités mathématiques peuvent servir de base à plusieurs recherches philosophiques, telles que les lois du mouvement & les forces motrices.* [...] *Il me reste à expliquer par les mêmes principes mathématiques le système général du monde.* »

Plus peut-être que la contemplation de la Lune et du pommier de sa maison de Woolsthorpe, ce qui mit Newton sur la piste de sa « loi de la gravitation universelle », valable non plus seulement à la surface de la Terre, mais dans tout l'Univers, fut ce qu'on appelle son expérience (de pensée...) du canon.

Galilée s'était convaincu que le mouvement circulaire autour de la Terre était « comme rien », libre, ne nécessitant donc aucune force pour être maintenu. Cinquante ans plus tard, Newton le contredit : la trajectoire d'un boulet tiré par un canon du haut d'une montagne, de parabolique, devient effectivement circulaire si sa vitesse initiale est suffisante, mais la force qui l'attire vers le centre de la Terre, son poids P en d'autres termes, n'a pas disparu pour autant (Fig. 9).

Newton, lors de son séjour chez sa mère en 1666, a un premier coup de génie : il identifie le mouvement circulaire de ce boulet, mis sur orbite et attiré vers le centre de la Terre par la gravité, à celui d'une fronde, retenue à bout de bras avec une force, étudiée auparavant par Huygens[5] et qu'il reprend à son compte : la force centripète.

5. Dans son *De vi centrifuga* de 1659 et ses appendices, le dernier datant de 1668.

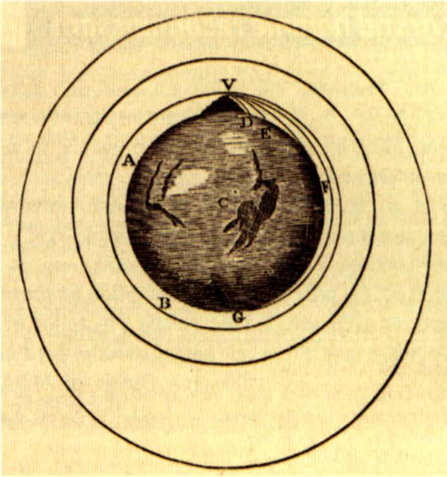
« En tournant une pierre dans une fronde, l'on sent bien qu'elle nous tire la main, & cela d'autant plus fort que l'on tourne plus viste ; jusques-là mesme que la corde peut venir à se casser. J'ay fait voir cy devant cette mesme propriété du mouvement circulaire, en attachant des corps pesants sur une table ronde, percée au centre, & qui tournoit sur un pivot ; & j'ay trouvé la determination de sa force, & plusieurs théorèmes qui la concernent. »

Christiaan Huygens, *Discours de la Cause de la Pesanteur*, 1690.

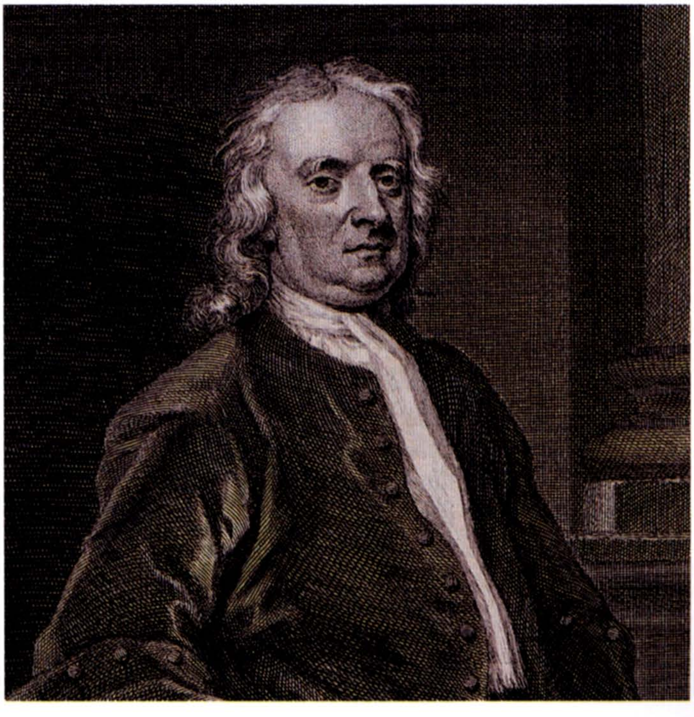
À ce stade du raisonnement, Newton a une autre intuition géniale : ce boulet de canon que par la pensée il a fait tourner autour de la Terre ne pourrait-il pas être incarné par la Lune ? Si oui, alors la force de gravitation qui s'exerce sur la Lune, c'est-à-dire son poids, qui tend à la faire tomber vers la Terre comme une pomme de son arbre, est égale à la force centripète qui la maintient sur son orbite.

Le reste suit : on connaît l'expression de la force centripète en fonction de la vitesse de la Lune et du rayon de son orbite, Huygens l'a trouvée. Kepler, de son côté, a relié cette vitesse au rayon de l'orbite (c'est sa « troisième loi ») : on connaît donc la force centripète, et par suite aussi la force de gravitation qui s'exerce sur la Lune, en fonction de sa seule distance à la Terre. En faisant explicitement ce calcul, Newton trouve qu'elle est inversement proportionnelle au carré de cette distance : c'est la fameuse loi en « un sur *r* deux » qui est apprise de nos jours par les élèves en classe de Seconde (voir « La loi de la gravitation universelle » p. 104).

L'extraordinaire puissance de ce qui fut bientôt appelé la *théorie de Newton* fit très vite l'admiration de tous. Son premier succès fut, on l'a vu, d'unifier les lois de Kepler et de Galilée, mais elle va bien au-delà : dans les *Principia*, Newton explique aussi le phénomène des marées (et relègue ainsi dans les oubliettes de l'histoire les tentatives de Galilée dont nous avons parlé dans le chapitre précédent), la précession des équinoxes, l'aplatissement aux pôles des planètes (qui sonnera la déroute des cartésiens) et s'attaque aux inégalités du mouvement de la Lune. En dehors de la gravitation, il étudie les lois des chocs (ébauchées par Descartes et Huygens), le mouvement des fluides ; bref, il donne le cadre dans lequel formuler toutes les lois de la Nature : $ma = F$...



9 Le « canon de Newton », Livre III « Du système du Monde » des *Principia*, (p. 6 de la première édition anglaise, traduction de Andrew Motte, 1728).



10 Isaac Newton (1643-1727), détail du frontispice de l'édition de 1726 des *Principia*, par John Vanderbank.

Le royaume au grand homme reconnaissant

Après la publication des *Principia*, Newton est comblé d'honneurs.
Membre du parlement en 1689, il est appelé à la Monnaie par le chancelier de l'échiquier en 1696 et en devient rapidement le « Master ». Il s'enrichit, délaisse Cambridge pour Londres, est anobli par la reine Anne. Il est élu président de la Royal Society en 1703 et y est réélu chaque année, vingt-quatre fois, jusqu'à sa mort.
Il publie en 1704 son *Optiks* qu'il a dans ses cartons depuis des décennies, poursuit ses ennemis de sa vindicte, Hooke, Leibniz… mais aussi un certain William Chaloner, faux-monnayeur qu'il fait écarteler en 1699.
Il meurt en 1727, à 84 ans. Son enterrement a lieu en grande pompe à l'abbaye de Westminster, son cercueil porté par « *the Lord high Chancellor, the Dukes of Montrose and Roxburgh and the Earls of Pembroke, Sussex and Macclesfield* » (*London Gazette* du 4 avril). Dans la foule se trouve un exilé de 34 ans, Voltaire – qui écrivit, dans sa 14e lettre philosophique : « *Il a vécu honoré de ses compatriotes, et a été enterré comme un Roi qui aurait fait du bien à ses Sujets* ».
L'époque où un Galilée mourait assigné à résidence est bien révolue.

« *Dura lex sed lex* » : l'empire newtonien est né ; il ne reste plus aux générations à venir qu'à extraire des phénomènes les forces variées qui y règnent.

Pour aller plus loin

Théorème de Pythagore et espace euclidien

Pour préparer un peu plus avant le terrain à la révolution que les mathématiciens, puis Einstein, opéreront à la fin du XIXe et au début du XXe siècles, posons-nous la question de la validité du théorème de Pythagore – une question qui aurait complètement désarçonné Descartes, Newton, Kant…
En physique newtonienne, espace et lieux « *relatifs, apparents et vulgaires* » sont représentés par un ensemble mathématique de points, appelé « espace ». Ces points sont caractérisés par trois nombres, appelés leurs coordonnées. Tâchons de visualiser cela, sans l'aide de figures[6].
Imaginons-nous donc dans une chambre obscure illimitée et constellée de points lumineux immobiles. Sélectionnons l'un d'eux, qu'on appellera origine, notée O. Distinguons mentalement trois lignes de points issues de cette origine (imaginons-les blanches par exemple) se poursuivant à l'infini. Nous décrétons que ce sont trois droites, appelées les axes (x, y et z, balisant longueur, largeur et hauteur ; mais rien ne nous empêche *a priori* de considérer un espace à 2, 4, 10 ou 26 dimensions plutôt qu'à trois). À partir de ces trois axes, dont l'ensemble constitue un repère, bâtissons un quadrillage de notre espace mental, numéroté et aussi dense que l'on veut (il y a bien sûr une grande liberté dans le choix du quadrillage – que rien d'ailleurs n'empêche d'être « mou » !). On peut étiqueter ainsi tout point p par trois nombres (x, y, z), $(3, 4, 0)$ par exemple (comme sa coordonnée z est nulle on dit que le point p est dans le « plan » xOy).
Cet espace est maintenant postulé être « euclidien ». Cela signifie, par définition, qu'il existe des étiquetages des points, appelés des coordonnées « cartésiennes » (en hommage à Descartes, comme nous le verrons plus bas), tels que la distance entre deux points est donnée par le théorème de Pythagore. Dans notre exemple, la distance du point p à l'origine O, dont les coordonnées sont $(0, 0, 0)$, est ainsi donnée par la racine carrée de $3 \times 3 + 4 \times 4 + 0 \times 0$, c'est-à-dire la racine carrée de 25, qui vaut 5. De manière générale, la distance notée dl entre deux points p et q de coordonnées cartésiennes (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) est donnée par les formules suivantes, en posant $\mathrm{d}x = x_2 - x_1$, etc. :

6. Je résume ici la section 1 du livre I de *Théories de la Relativité*, op. cit.

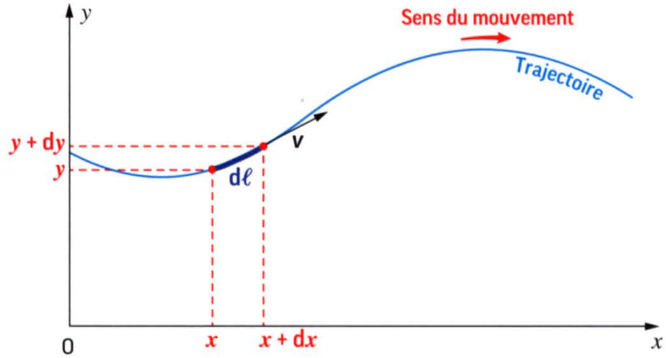
$$(\mathrm{d}l)^2 = (\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2 + (\mathrm{d}z)^2$$
$$\Rightarrow \mathrm{d}l = \sqrt{(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2 + (\mathrm{d}z)^2}$$

On note que cette distance est donnée par la même formule, où que soient situés les points p et q. Ainsi, l'espace euclidien est, dans les termes de Newton, partout « semblable » (de nos jours, on dit plutôt qu'il est homogène et isotrope ou, plus savamment encore, maximalement symétrique). L'avantage de se forger une image purement mentale de cet espace euclidien – ensemble de points dont on définit les distances relatives par décret – est que l'on peut plus facilement se poser la question : et que se passe-t-il s'il n'existe *pas* de coordonnées cartésiennes, c'est-à-dire si le théorème de Pythagore ne s'applique pas ? Eh bien, l'espace que nous aurions construit ne serait alors pas euclidien, mais « courbe ». Les surfaces courbes sont bien sûr familières à tous. En revanche, il faudra attendre Einstein pour proposer une représentation de l'espace (et du temps) par les espaces-temps « courbes » découverts par les mathématiciens, Gauss, Bolyai, Lobachevski, Riemann...

Trajectoire et vitesse d'un point matériel

En physique newtonienne, les corps matériels sont représentés par des points géométriques qui décrivent des trajectoires dans l'espace euclidien. Si à l'instant t, $x(t)$ est l'abscisse d'un point et $y(t)$ son ordonnée, sa distance à l'origine est postulée être donnée par le théorème de Pythagore, et si pendant le temps infinitésimal $\mathrm{d}t$, l'abscisse et l'ordonnée ont varié de $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}y$, la distance parcourue $\mathrm{d}l$ est aussi donnée par le théorème de Pythagore : $\mathrm{d}l = \sqrt{(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2}$, comme l'illustre la figure 11.

On définit de même la vitesse du corps : on peut la considérer comme constante dans le court intervalle de temps $\mathrm{d}t$; la direction de la vitesse est donnée par la « tangente » à la trajectoire, et sa valeur (son « module ») est donnée elle aussi par le théorème de Pythagore :



11 Représentation mathématique de la trajectoire d'un point matériel.

$$v = \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}.$$

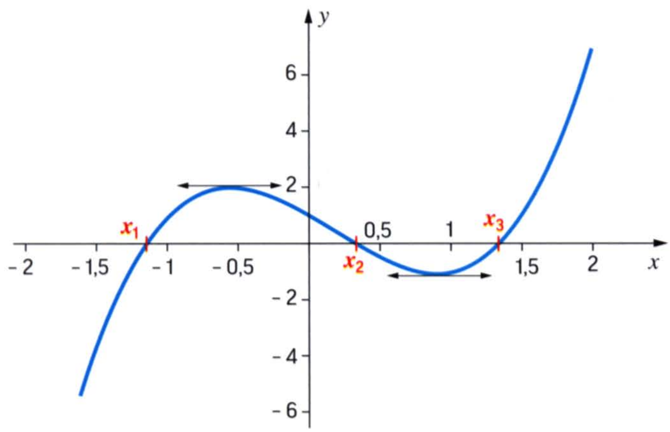
Ces formules furent découvertes par Newton et Leibniz, et mises sous cette forme moderne par Pierre Varignon au tout début du XVIIIe siècle.

La géométrie analytique

Commençons par rappeler que, comme nous l'avons développé à l'envi, la géométrie et l'arithmétique s'étaient scindées après la découverte par Pythagore des nombres irrationnels.

Cela étant l'arithmétique avait conquis, depuis les Grecs, de nouveaux territoires. Les mathématiciens arabes avaient en particulier découvert au Moyen Âge l'« algèbre », c'est-à-dire l'art de résoudre des problèmes numériques à l'aide d'« équations ».

Le développement de cette nouvelle branche des mathématiques contribua à banaliser les nombres irrationnels (parfois qualifiés de « sourds »). Ainsi, au XVIIe siècle, à partir de Simon Stevin notamment, les irrationnels furent de plus en plus traités comme des nombres ordinaires – même s'il fallut attendre le XIXe siècle pour qu'ils soient parfaitement maîtrisés. Newton lui-même le faisait sans vergogne : « *On entend par nombre, moins une collection de plusieurs unités, qu'un rapport abstrait d'une quantité quelconque à une autre de même espèce, qu'on regarde comme l'unité. Le nombre est de trois espèces, l'entier, le fractionnaire, et le sourd. L'entier est*



12 La représentation cartésienne du polynôme $P(x) = 1 - 3x - x^2 + 2x^3$.

mesuré par l'unité ; le fractionnaire par un sous-multiple de l'unité ; le sourd est incommensurable avec l'unité. » (In *Arithmétique universelle*, 1707.)

Donnons un exemple de résolution algébrique d'un problème numérique, extrait du papyrus égyptien de Rhind : une quantité x à laquelle on ajoute son quart vaut 15 ; que vaut x ? On apprend aujourd'hui au collège que l'équation que doit satisfaire la variable x est $x + x/4 = 15$, dont la solution est $x = 12$. Et c'est depuis l'époque babylonienne que l'on sait résoudre des équations du second degré, dans des cas particuliers du moins, par exemple $x^2 - x = 870$, dont la solution (ou racine) positive est $x = 30$ (il faudra attendre Gauss au XIXe siècle pour donner même statut à la racine négative $x = -29$). Quant à la racine positive de $x^2 - x = 1$, il s'agit du nombre d'or $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, où $\sqrt{5}$ est un irrationnel que l'on peut, si l'on veut, approximer sans vergogne par 2,24.

L'heure était donc venue de réconcilier géométrie et arithmétique. Cette unification est en grande partie l'œuvre de Descartes et de son contemporain Pierre de Fermat.

Dans son *Géométrie*, Descartes traite un problème d'algèbre : trouver les racines d'un polynôme $P(x)$ (par exemple $P(x) = 1 - 3x - x^2 + 2x^3$), c'est-à-dire trouver les valeurs de la variable x pour lesquelles le polynôme s'annule, $P(x) = 0$, soit encore trouver les solutions de l'équation $P(x) = 0$. Son coup de génie est de *dessiner* la courbe $y = P(x)$, y étant l'ordonnée et x l'abscisse (Fig. 12).

Les racines (x_1, x_2, x_3) de cette équation sont alors données par les intersections de sa courbe avec l'axe des x.

Ce fut là une avancée majeure dans l'histoire des mathématiques. En effet, cette nouvelle « géométrie analytique » permet, à l'inverse, de représenter toute courbe plane par une fonction $y = y(x)$ (par exemple $y = ax + b$ pour une droite, $y = ax^2 + bx + c$ pour une parabole, ou $y = 1 - 3x - x^2 + 2x^3$ pour la courbe ci-contre), alors que les Grecs et les Arabes en étaient restés aux coniques (les ellipses hyperboles et paraboles, intersections d'un cône et d'un plan, courbes du second degré dans la classification de Descartes).

Si, de plus, la variable x est interprétée comme le temps (absolu) t, alors les fonctions $x = x(t)$, $y = y(t)$ et $z = z(t)$ représentent la trajectoire de n'importe quel point matériel dont (x, y, z) sont ses coordonnées cartésiennes, étant entendu que la distance entre deux points est donnée par le théorème de Pythagore (voir « Théorème de Pythagore et espace euclidien » p. 100).

On peut donc dorénavant étudier les propriétés des courbes de façon quasi-automatique –comme tout lycéen de Terminale travaillant sur des « tableaux de variation » l'apprend de nos jours. La détermination des tangentes aux courbes resta cependant longtemps un point épineux, sur lequel Descartes et Fermat eurent une longue controverse, qui fut complètement résolue lorsque Leibniz et Newton inventèrent la notion de *dérivée* d'une fonction comme la limite de sa variation et jetèrent les bases du calcul différentiel.

Considérons, par exemple, la fonction $y(x) = ax^2 + bx + c$. En $x = x_0$, elle vaut $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$; en $x = x_0 + \varepsilon$, elle vaut $y = a(x_0 + \varepsilon)^2 + b(x_0 + \varepsilon) + c$, ce qui s'écrit aussi (en utilisant les règles de l'algèbre connues depuis les Grecs) :

$$y - y_0 = (2ax_0 + \mathrm{b})(x - x_0) + a(x - x_0)^2.$$

Ce que les mathématiciens du XVII^e siècle démontrèrent fut que si $x - x_0$, c'est-à-dire ε, devient infiniment petit, alors le dernier terme, proportionnel à ε^2, devient négligeable et par conséquent, la limite du rapport des deux nombres infiniment petits $y - y_0$ et $x - x_0$, que l'on écrit de nos jours :

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \left(\frac{y - y_0}{x - x_0} \right) \equiv \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_0},$$

est bien définie et vaut $dy/dx = 2ax + b$.

Réciproquement, connaissant la dérivée dy/dx (par exemple $dy/dx = 2ax + b$), on sait définir, et souvent calculer, son *intégrale*, à savoir la fonction $y(x)$, notée de nos jours de $y(x) = \int \frac{dy}{dx} dx$. (Dans l'exemple choisi, $y(x) = \int (2ax + b) dx$, et $y(x)$ est donnée par $y(x) = ax^2 + bx + c$.)

Ces outils en main, tracer toute trajectoire sur une feuille de papier, la cubique $y(x) = 1 - 3x - x^2 + 2x^3$ ci-dessus, par exemple, et étudier ses propriétés, deviennent un « jeu d'enfant ».

La leçon de tout cela est que, là encore, la physique et la représentation du monde qui en découle ne peuvent se construire que main dans la main avec les mathématiques. Si Descartes, pourtant l'un des plus grands mathématiciens de son temps, n'a pas pu, par exemple, développer une théorie autre que qualitative de ses « tourbillons », c'est qu'il ne disposait pas des outils adaptés à son projet.

ma = F

En langage mathématique, la première loi de Newton s'écrit (on peut difficilement faire plus simple !) : $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$, où $\boldsymbol{a}$ est le vecteur *accélération*, c'est-à-dire un ensemble de trois nombres, correspondant aux variations de la vitesse du corps selon les trois directions de l'espace ; comme la vitesse est constante (soit encore *uniforme*), ce vecteur $\boldsymbol{a}$ est nul, i.e. ses trois composantes sont toutes les trois nulles : $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0} = (0, 0, 0)$.

Pour un corps de masse m, la deuxième loi de Newton s'écrit alors : $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$, où $\boldsymbol{F}$ est la *force* qui contraint le mouvement à être accéléré.

Si l'on connaît la force appliquée au corps étudié, c'est-à-dire si l'on connaît l'expression de la fonction $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t)$, alors on connaît l'accélération du corps : $\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{F}(t)/m$. Sa position à tout instant étant une fonction $\boldsymbol{x}(t)$, sa dérivée première est sa vitesse ($\boldsymbol{v}(t) = d\boldsymbol{x}(t)/dt$) et sa dérivée seconde, dérivée de la vitesse, est son accélération : $\boldsymbol{a} = d\boldsymbol{v}/dt = d^2\boldsymbol{x}/dt^2$. La loi de Newton est donc une *équation différentielle* : $d^2\boldsymbol{x}/dt^2 = \boldsymbol{F}(t)/m$.

L'*intégration* de cette équation (c'est l'étape qui peut être techniquement ardue !) donne alors la forme explicite de $\boldsymbol{x}(t)$. Par exemple, si la force est donnée par $\boldsymbol{F}(t) = (0, 0, -mg)$, on obtient :

$$\boldsymbol{x}(t) = (0, 0, -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0).$$

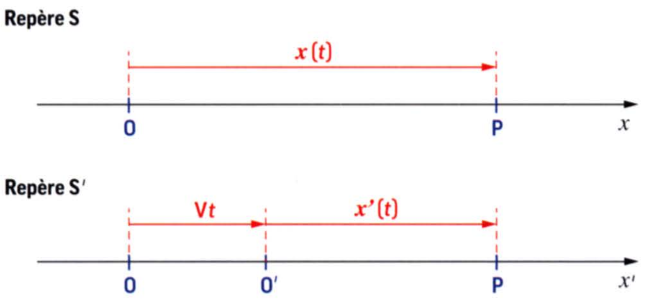
Pour prédire complètement la trajectoire du corps dans le futur (ou connaître son comportement passé), il suffit enfin de connaître sa position z_0 et sa vitesse v_0 à un instant t_0 donné.

Rappelons-nous la méthode géométrique que Galilée avait utilisée pour trouver le mouvement accéléré de la chute des corps (voir chapitre 3), qui paraît si maladroite au regard de la puissance de ces nouveaux outils : que d'avancées en moins d'un siècle !

Cela dit... Newton a utilisé dans les *Principia* les outils de la géométrie. La réécriture de ses lois dans le langage du calcul différentiel ($v = dx/dt$, $a = dv/dt$, qu'il appelait « fluxions » et notait $\dot{x}$ et $\dot{v} = \ddot{x}$, le point signifiant la division de l'incrément de, disons x, par le « tout petit » o) est due, entre autres, à Jean d'Alembert, en 1743 : il a donc fallu près de 60 ans pour que ces nouveaux outils soient pleinement assimilés. Quant aux vecteurs et au calcul vectoriel, ils furent introduits dans la seconde moitié du XIX^e siècle, par William Hamilton. Rome ne se bâtit jamais en un seul jour.

L'invariance galiléenne de la loi de Newton

Montrer que la loi de Newton $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ est la même dans tous les repères inertiels



13 La « transformation de Galilée ». Elle permet de relier la position x' d'un passager dans un train S' à sa position x par rapport à la gare S... à condition que l'espace soit euclidien et le temps universel.

est une traduction mathématique (parmi d'autres, comme la relativité restreinte nous l'apprendra...) de ce que nous avons illustré par des exemples, à savoir qu'il est impossible, en observant des phénomènes obéissant à cette loi, de savoir si le référentiel dans lequel nous les repérons est au repos ou non. Cette propriété de l'équation $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ d'être la même dans tous les repères inertiels s'appelle l'« invariance galiléenne ».

Commençons par le membre de gauche : si l'accélération d'un corps est $\boldsymbol{a}$ dans un repère inertiel (la barge de Galilée, par exemple), elle est aussi $\boldsymbol{a}$ dans un autre (la rive, par exemple) car, les deux repères étant en translation uniforme l'un par rapport à l'autre, leur accélération relative est nulle.

Cela découle de la définition de l'accélération. Je la reprends en détail pour qu'on voie bien le rôle que joue le temps dans les formules, qui, étant « absolu », est postulé être le même à toutes horloges, quels que soient leurs mouvements (Fig. 13).

Si $OP = x(t)$ est la trajectoire d'un point matériel (une bille, par exemple) dans un repère inertiel S (la berge d'un canal, par exemple), son accélération dans ce repère est, par définition : $a = d^2x(t)/dt^2$. Dans un autre repère inertiel S' (une barge, par exemple) dont l'origine O' se déplace à la vitesse constante V par rapport à S, de sorte que $OO' = Vt$, la trajectoire du point est $O'P = O'O + OP \equiv x'(t)$, soit $x'(t) = -Vt + x(t)$. Cette relation entre les trajectoires d'un objet par rapport à deux repères inertiels différents s'appelle une transformation de Galilée. L'accélération dans S', $a' = d^2x'(t)/dt^2$ est égale à a car $d^2OO'/dt^2 = 0$.

Si maintenant la force $\boldsymbol{F}$ qui apparaît dans le membre de droite de l'équation de Newton ne dépend que la distance entre le point matériel qui subit cette force et celui qui la crée (c'est le cas, par exemple de la force de Coulomb, $F = qQ/r^2$ entre deux billes chargées), alors elle est la même dans tous les repères (on dit qu'elle est *invariante*), car la distance r entre deux points ne dépend pas du repère (c'est une conséquence, encore une, du théorème de Pythagore).

Ainsi, les lois du mouvement de Newton incorporent les deux « principes » dévoilés par Galilée, mais qui semblaient *a priori* un peu déconnectés : le *principe d'inertie*, à savoir que les mouvements libres ($\boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$) sont rectilignes uniformes ($\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$), et le *principe de relativité*, à savoir que les mouvements obéissent aux mêmes lois ($m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$) dans tous les référentiels inertiels, i.e. en translation uniforme les uns par rapport aux autres (car $\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a}$, et à condition que la force $\boldsymbol{F}$ soit invariante dans les transformations de Galilée).

On crut pendant deux cents ans que les forces possédaient toutes cette propriété d'invariance galiléenne. On en douta à la fin du XIX^e siècle, car de nouvelles propriétés des forces électromagnétiques, découvertes à l'aide d'expériences de plus en plus fines, semblaient impliquer qu'elles n'étaient pas les mêmes dans tous les repères (la force de Coulomb, par exemple, semblait acquérir un terme supplémentaire, magnétique, lorsque la charge était en mouvement ou quand le référentiel se déplaçait en sens inverse).

Einstein, en 1905, dissipa tous les doutes car il comprit que cette invariance de l'accélération et des forces repose crucialement sur le fait que le temps t de Newton est absolu, ce qui implique qu'il doit être le même dans tous les repères, à la montre des passagers de la barge et aux horloges sur la rive. En postulant que ce n'est pas le cas, et ce de façon significative lorsque les vitesses approchent celle de la lumière, et en utilisant comme loi de passage d'un repère à un autre non plus celle de Galilée, mais celle que Lorentz et Poincaré avaient proposée, il put réhabiliter le principe de relativité. Nous y reviendrons bien sûr.

La loi de la gravitation universelle

C'est dans son *De vi centrifuga* de 1659 que Huygens énonce les propriétés de cette accélération centrifuge qui tend à éjecter les pierres de leur fronde ou écarter les billes du centre d'un manège en rotation. Il y décrit également la force centripète qu'il faut exercer sur elles pour qu'elles restent à distance constante du centre de rotation : elle est inversement proportionnelle au rayon r de la trajectoire du corps et proportionnelle au carré de sa vitesse v : $F_{\text{centripète}} = mv^2/r$, où m est la masse (inerte) du corps.

Nous avons maintenant tous les éléments en main pour trouver la loi de la gravitation :

– Huygens a relié la force centripète à la vitesse d'un corps et au rayon du cercle qu'il parcourt par la formule vue plus haut : $F_{\text{centripète}} \propto v^2/r$.

– La troisième loi de Kepler dit que le cube du demi-grand axe de l'ellipse parcourue par la Lune autour de la Terre, c'est-à-dire le rayon de son orbite si elle est circulaire, est proportionnel au carré de sa période orbitale T : $r^3 \propto T^2$.

– Or, puisque la Lune met le temps T pour faire un tour complet, de circonférence $2\pi r$, on a : $2\pi r = vT$, ce qui donne $T \propto r/v$. Donc la loi de Kepler, $r^3 \propto T^2$, s'écrit aussi : $r^3 \propto r^2/v^2$, ce qui donne $v^2 \propto 1/r$.

– Ainsi donc la force de gravitation exercée sur la Lune par la Terre, qui est égale à la force centripète qu'elle subit, est : $F_{\text{gravitation}} = F_{\text{centripète}} \propto v^2/r$, où $v^2 \propto 1/r$, donc $F_{\text{gravitation}} \propto 1/r^2$, C.Q.F.D.

Il n'est pas exclu que Robert Hooke ait lui aussi fait ce calcul... Mais un gros travail restait à accomplir : montrer que cette loi en « un sur r deux » vaut *aussi* pour les trajectoires elliptiques ; vérifier qu'elle vaut *aussi* pour chacune des planètes orbitant autour du Soleil, ainsi que pour les satellites de Jupiter ; montrer qu'elle ne dépend que de la distance entre les centres des objets et non de leur taille (ce qui prit 20 ans à Newton, voir encadré p. 96) ; vérifier enfin que masses grave et inerte des planètes sont égales, tout comme celles des boules de Galilée. C'est ce que Newton montre en détail dans le Livre III des *Principia*, ce qui transforme une « *vérité entrevue* » en « *vérité démontrée* », comme le dit si bien Mme du Châtelet.

Ainsi la loi de la gravitation devient universelle et s'écrit en toute généralité selon :

$$\boldsymbol{F} = -G\frac{mM}{r^2}\boldsymbol{n}$$

où m est la masse (grave ou inerte) du corps qui subit la force (la Lune ou la Terre, par exemple), M celle de celui qui la crée (respectivement la Terre ou le Soleil, par exemple), r est la distance entre les centres des deux corps et $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{r}/r$; le signe « moins » indique que la force est dirigée de la Lune vers la Terre (respectivement de la Terre vers le Soleil). Quant à G, c'est une constante, la constante de Newton, dont le rôle est de raccorder les unités (F est en N, soit en kg.m.s^{-2}, mM/r^2 est en $\text{kg}^2.\text{m}^{-2}$; G est donc en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$).

Ayant ainsi déduit l'expression de la force de gravitation à partir des propriétés des orbites des planètes découvertes par Kepler, Newton fit ensuite le chemin inverse : il appliqua sa deuxième loi du mouvement, $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, en déduisit que l'accélération $\boldsymbol{a} = d^2\boldsymbol{r}/dt^2$ de la Lune était donnée par $d^2\boldsymbol{r}/dt^2 = -GM\boldsymbol{r}/r^3$ et, par intégration de cette équation différentielle (voir paragraphe « La géométrie analytique »), retrouva les ellipses de Kepler.


LAPLACE

CHAPITRE 5

Bâtir un monde

Montrer comment les physiciens des trois derniers siècles ont aiguisé, « fait parler », la loi de Newton de la gravitation, évoquer ses triomphes et explorer quelques-uns de ses confins, voilà l'objet de ce chapitre. Nous verrons ainsi comment une théorie se dégage de son échafaudage pour devenir une armature, un filigrane de la Nature, qui définit une « réalité physique », c'est-à-dire des chemins intelligibles dans la forêt du Réel.

◄ Le Verrier découvrant Neptune, esquisse de Edmond-Louis Dupain, 1889 (détail).

Faire parler une théorie

Newton lègue aux générations futures sa loi de la gravitation : l'accélération d'un corps céleste, mesurée dans le référentiel absolu, est donnée par la somme des forces exercées sur lui par les autres astres, chacune en « un sur *r* deux », *r* étant la distance les séparant. Il résout complètement le problème dit « à deux corps », à savoir le cas où il n'y a en présence que, disons, le Soleil et Jupiter (les deux objets les plus massifs du système solaire). Il y réussit en montrant que le problème se scinde en deux : le mouvement rectiligne uniforme de leur centre de masse et le mouvement képlérien, elliptique, du Soleil d'une part et de Jupiter d'autre part autour de ce centre de masse commun[1].

Newton est cependant tout à fait conscient de l'ampleur de la tâche à venir : est-il possible de résoudre complètement le problème à trois corps, c'est-à-dire trouver les trajectoires exactes de trois astres de masses comparables liés les uns aux autres par la force en $1/r^2$? Et quid du problème à sept corps constitué par le Soleil et ses planètes : est-il possible, par exemple, de rendre compte des observations de la trajectoire de Saturne en supposant que sa présence est une petite perturbation à l'ellipse que parcourrait Jupiter en son absence ? Quid encore des comètes : leurs passages dans le système solaire ne risquent-ils pas de le désorganiser complètement, de projeter les planètes sur d'autres orbites et, si oui, lesquelles ?

Répondre à ces questions a requis le génie des plus grands mathématiciens des trois derniers siècles qui ont scruté les équations de Newton, les ont étudiées sous toutes leurs formes, en un mot les ont « fait parler ». Répondre à ces questions a requis des calculs titanesques et toute l'habileté observationnelle de générations d'astronomes. Répondre à ces questions requiert de nos jours l'utilisation d'ordinateurs capables d'effectuer l'équivalent de millions d'heures de calcul, ainsi que la construction de télescopes géants et le lancement de satellites. Poussée dans ses derniers retranchements, nous verrons alors la théorie newtonienne atteindre les limites de son empire : le mouvement de la planète Mercure lui échappe et elle ne peut contrôler l'avenir lointain du système solaire.

Newton avait, on l'a vu, inventé des mathématiques nouvelles pour démontrer ses résultats mais, je l'ai signalé au passage, avait rédigé ses *Principia* dans le langage de la géométrie d'Euclide, pensant que la lecture en serait ainsi facilitée. Cela favorisa peut-être l'acceptation rapide de sa théorie, mais retarda sa reformulation dans le langage des mathématiques « modernes », dont Descartes, Leibniz et lui-même avaient jeté les fondements (encadré ci-contre).

Ce n'est en effet qu'avec les deux éditions du *Mécanique analytique* de 1788 et 1811 de Joseph-Louis Lagrange et le monumental *Traité de Mécanique Céleste* que Pierre-Simon Laplace publia entre 1798 et 1825 que la théorie de Newton de la gravitation prit une forme – sous laquelle elle est encore enseignée – qui en fit un outil vraiment efficace pour mathématiser le système solaire et ainsi développer brique à brique la vision de l'Univers qui est encore pour l'essentiel la nôtre.

Mais que signifie précisément « reformuler une théorie » ?

Une analogie littéraire éclaire peut-être la question : imaginons que nous éditions un manuscrit du Moyen Âge ; en l'annotant, en le traduisant en Français moderne, nous l'extrairons bien sûr de son contexte historique, mais nous en rendrons le sens beaucoup plus facile à saisir, nous en assurerons la pérennité et nous l'enrichirons *nolens volens* de pers-

1. C'est en fait ce point immatériel (dernier vestige des équants !) que Newton, au grand dam de Leibniz, considérait comme l'origine du référentiel absolu. Comme le Soleil est près de mille fois plus massif que l'ensemble des planètes, on peut, mais en première approximation seulement, le confondre avec ce centre de masse et le considérer comme absolument immobile.

Géomètres et analystes

La bonne intention pédagogique de Newton fut en fait un mauvais service rendu à l'Angleterre, à l'université de Cambridge en tout cas: «*La formulation géométrique des "Principia" a exercé une influence désastreuse sur les études mathématiques à l'université de Cambridge pour près d'un siècle et demi...*» se permit de dire un intervenant lors des commémorations des 200 ans des *Principia* en 1888. Robert Woodward, qui rapporte l'anecdote en 1891, tourne le couteau dans la plaie: «*Les lecteurs des traités de mathématiques anglais ne peuvent pas ne pas remarquer leur penchant pour les méthodes géométriques [...], ensembles formidables de propositions, corollaires et scholies effroyablement techniques et détaillés. Ce formalisme implique un style contourné et rébarbatif qui souvent sombre dans une insupportable complexité et totale obscurité.*»

Il poursuit par un éloge des mathématiciens «continentaux»: «*[Ils] ont été on dirait obligés de développer eux-mêmes les méthodes analytiques [...]; la profondeur et le soin avec lesquels ils accomplirent ce travail sont attestés par les contributions de Clairaut, Euler, D'Alembert, Legendre, Laplace et Lagrange. [...] En plus de s'être émancipés du carcan des méthodes géométriques [ils] développèrent un style [...] incomparablement plus clair et attrayant où le flot des idées coule facilement sans perdre de rigueur.*»

Pour bien se démarquer des méthodes géométriques de Newton, Lagrange écrivit d'ailleurs dans la préface de son traité: «*On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou méchaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière & uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse, verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, & me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.*»

Bref, après l'éclipse cartésienne du Grand Siècle, les savants continentaux eurent leur «revanche» aux XVIII^e^ et XIX^e^ siècles!

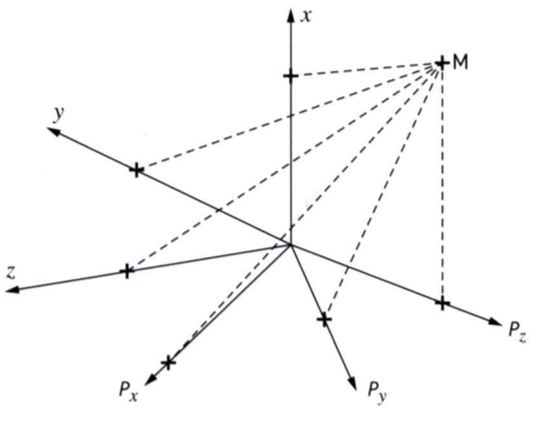
pectives nouvelles. Il en est de même en mathématiques et en physique.

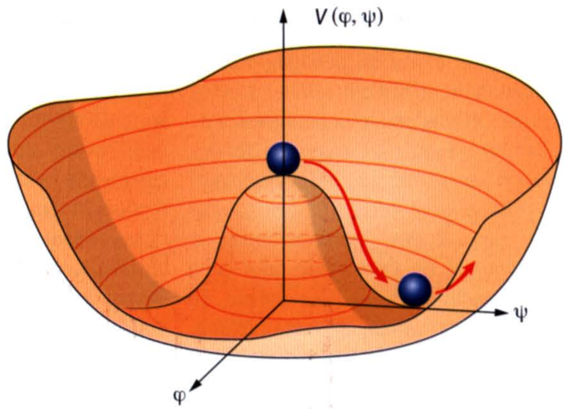
En mathématiques, le travail de réécriture de la démonstration d'un théorème, afin qu'il devienne part du patrimoine et un outil plus maniable, est un pan non négligeable de l'activité des chercheurs. (Exemple parmi cent, plusieurs années de décryptage et de remaniements furent nécessaires à la communauté scientifique pour clarifier et faire sienne la preuve que Gregori Perelman a donné en 2002 de la «conjecture de Poincaré», énoncée en 1904.)

En physique, reformuler une théorie consiste à lui faire réintégrer, en quelque sorte, la maison des mathématiques dont elle est issue. Elle se dégage ainsi de la gangue des phénomènes qui lui ont servi d'échafaudage et redevient «idée platonicienne»: $d^2\mathbf{r}/dt^2 = -GM\mathbf{r}/r^3$ n'est plus l'équation de Newton de la gravitation dont on peut extraire l'ellipse keplérienne décrite par Jupiter en orbite autour du Soleil; c'est une «équation différentielle du second ordre», où les symboles $\mathbf{r}$ et t ne sont plus astreints à être les trois coordonnées donnant une position, d'une part, et un temps, d'autre part (absolus de surcroît!), où la masse gravitationnelle M n'est plus qu'un paramètre et où la constante de Newton G (si difficile à mesurer...) peut tout simplement être ignorée. (Cela dit, «dégager une théorie de la gangue des phénomènes» pour la «platoniser» prend du temps... Les lois de Newton font intervenir, on l'a vu, la notion de *force* qu'il fallut défaire de ses connotations animistes avant de les ramener à un simple jeu d'équations, nous y reviendrons. Pour un premier exemple de «dédiabolisation» d'une force transmutée en «gradient» d'une simple fonction, voir «De la force au potentiel» p. 116.)

Le physicien-mathématicien est alors libre de jongler avec sa théorie, de la modifier à l'envi (que se passe-t-il par exemple si la loi est en $1/r^3$ plutôt qu'en $1/r^2$?) et, surtout, de la relier à d'autres objets mathématiques existants ou qu'il découvre.

Ainsi, une même théorie peut être mise sous mille et une formes différentes, pour mieux en percer les secrets, la rendre plus facile à utiliser et plus performante,





1 À gauche : représentation imagée d'un espace des phases à 6 dimensions d'un seul corps (3 pour ses coordonnées de position, 3 pour les composantes de sa vitesse –plus exactement son impulsion $p = mv$). **À droite :** représentation imagée du « principe de moindre action ».

pour l'aiguiser et la rendre apte à attaquer des problèmes plus généraux que ceux pour lesquels elle fut créée.

La « formulation lagrangienne » de la théorie de Newton illustre parfaitement ce processus d'enrichissement de la physique par les mathématiques et montre aussi combien la vision du monde forgée par les théories physiques est intimement liée aux images mentales que suscite l'étude de leurs propriétés mathématiques.

Lagrange en 1808 puis, vingt ans après sa mort, Rowan William Hamilton en 1833 eurent l'idée de regrouper les positions $\boldsymbol{r}(t)$ et vitesses $\boldsymbol{v}(t)$ de N points matériels sous le nom de « coordonnées généralisées » et décrivirent l'« état » du système (c'est-à-dire les positions et vitesses des corps) par la trajectoire *d'un seul point* dans un espace à $6N$ dimensions, appelé « espace des phases » : c'était la première fois que l'on considérait un espace abstrait différent de celui d'Euclide.

Pour tâcher de visualiser cela, rappelons-nous cette pièce obscure parsemée de N points lumineux en mouvement par rapport à trois axes qui nous a servi à concevoir des objets se mouvant dans l'espace d'Euclide. Fermons un peu plus fort les yeux... et imaginons un seul point, mais dans une pièce dans laquelle ou peut tracer $6N$ axes (Fig. 1 gauche)...

Un premier avantage de cette représentation d'un ensemble de points matériels, les planètes du système solaire par exemple, par un seul point se mouvant dans cet espace purement mathématique est que rien ne nous empêche de jongler avec les axes et ainsi changer l'étiquetage de notre point, c'est-à-dire de choisir de nouvelles « coordonnées généralisées » qui ne sont plus les positions et vitesses de N points matériels, mais qui facilitent au cas par cas la résolution des équations de Newton.

Un second avantage de ce formalisme est que Lagrange et Euler purent montrer que si notre point parcourt le chemin qui minimise l'« action » à accomplir pour aller d'un point A à un point B, en profitant des creux et des bosses d'un « potentiel » dont les forces de Newton découlent, alors les N points matériels de départ parcourront les trajectoires prédites par la loi de Newton de la gravitation (des ellipses, par exemple) : c'est le « principe de moindre action » (Fig. 1 à droite). Ainsi, *toute* l'information sur les interactions gravitationnelles entre les astres est « encodée » dans un seul objet mathématique appelé l'action (encadré ci-contre).

Par sa concision, son élégance et sa généralité, par le fait aussi qu'elle laisse l'imagination libre de s'envoler, la formulation de la gravitation newtonienne, dans ce cadre dit « lagrangien » ou « hamiltonien », s'avéra particulièrement puissante, au point que quasiment toutes

Les « mécaniciens » des XVIIIe et XIXe siècles

Euler, Lagrange et Hamilton étaient des géants, certes, mais juchés sur les épaules et tremplins d'autres géants: la déjà longue, mais partielle, liste qui suit pose quelques jalons.

Dans son *Traité de dynamique* de 1743, Jean d'Alembert, en considérant les « forces » non comme d'obscures entités philosophiques, mais comme des objets mathématiques, avait préparé les avancées de son cadet Lagrange. Le « principe de moindre action », dont l'idée remonte à Pierre de Fermat au début du XVIIe siècle, fut énoncé par Pierre-Louis de Maupertuis en 1741-1744 et par Leonhard Euler en 1744, avant d'être totalement clarifié par Lagrange et Hamilton. Les « transformations » d'Adrien-Marie Legendre (1787) et les « crochets » de Denis Siméon Poisson (1811) permirent la reformulation des équations d'Euler-Lagrange par Hamilton (1834) puis Carl Gustav Jacob Jacobi (1842). Charles-Eugène Delaunay, en 1846, utilisa leurs « transformations canoniques » dans son étude du système Soleil-Terre-Lune. Enfin, les magistrales *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste* (1892-1899) et *Leçons de Mécanique Céleste* (1905-1910) de Henri Poincaré renouvelèrent, entre autres, l'étude de la stabilité du système solaire, comme nous le verrons plus en détail bientôt.

les théories actuelles sont maintenant fondées sur ce modèle, de la physique statistique à la mécanique quantique ou la relativité générale.

Un point dans un espace à 6×10^{24} dimensions, par exemple, peut représenter l'état des 10^{24} molécules d'un gaz. Comme il est illusoire de connaître exactement leurs positions et vitesses individuelles, on définit la probabilité que le point qui les représente se situe dans une petite région de leur espace des phases : c'est la première étape de la théorie cinétique des gaz qui fonde la physique statistique et la thermodynamique, au firmament desquelles brillent tout particulièrement les noms de Joseph Liouville (1809-1882) et Ludwig Boltzmann (1844-1906).

Quelle déraisonnable efficacité !

La puissance des mathématiques

Grâce aux reformulations de plus en plus sophistiquées et performantes des équations de Newton, certains des problèmes qu'il avait légués aux générations futures purent être résolus, en ouvrant souvent des horizons insoupçonnés.

Prenons l'exemple du problème à trois corps, c'est-à-dire trouver les trajectoires de trois astres liés par la force de gravitation, problème important à résoudre pour comprendre, entre autres, les mouvements de Jupiter et de Saturne autour du Soleil – dont Kepler avait noté la complexité et dont les astronomes du XVIIIe siècle se demandaient s'ils obéissaient aux lois de Newton. Ce problème résista à deux siècles d'effort, fut compris par Poincaré et est encore de nos jours un sujet de recherche actif.

Le problème à trois corps n'a en effet été résolu *exactement* que dans des cas très particuliers, qui se comptent sur les doigts de la main et ne sont guère que des curiosités sans grande utilité en astronomie...

Si l'on mesure de plus toute l'ingéniosité requise pour découvrir ces configurations improbables, on peut se demander si ce n'est pas là perdre son temps... (pour en savoir plus voir « Le problème à trois corps » p. 117). On aurait tort ! Car il se cache en fait derrière cette extrême difficulté des propriétés inattendues de la force gravitationnelle de Newton...

Lorsqu'on se casse les dents sur la résolution d'un problème il faut l'attaquer sous un autre angle : résoudre exactement le problème à trois corps s'avérant inextricable, les astronomes et mathématiciens se rabattirent sur un problème à première vue plus simple, celui du mouvement d'un corps de petite masse orbitant autour de deux autres de masses plus élevées. Si, dans un premier temps, on ignore la présence de la petite masse, alors les deux autres astres parcourent les ellipses de Kepler. On tient compte ensuite de la petite masse qui va, on l'espère, seulement légèrement perturber les trajectoires elliptiques des deux autres astres. Si c'est le cas, on peut ensuite raffiner la description en calculant comment la petite masse perturbe les ellipses déformées, puis comment elle perturbe les ellipses « doublement » déformées, etc. Ce procédé s'appelle un « développement ordre par ordre » des équations de la « théorie des perturbations ».

Grâce à cette théorie des perturbations élaborée puis développée par Lagrange, Laplace, Gauss... (pour en savoir plus sur leurs prouesses, voir « La théorie des perturbations » p. 117), la stabilité du système solaire, c'est-à-dire le fait que les planètes ne s'éloignent guère de leurs orbites elliptiques, fut démontrée jusqu'à des ordres de plus en plus élevés, c'est-à-dire pour des durées de plus en plus longues.

Mais Urbain le Verrier jette un doute en 1856, en se demandant si la série des corrections ajoutées les unes après les autres « converge ». Autrement dit, est-on sûr que le deuxième terme est plus petit que le premier, le troisième plus petit que le second, etc. et, surtout, que la somme de tous ces petits termes reste finie ? (Pour sa découverte de Neptune et sa tentative d'explication de l'« anomalie » de la trajectoire de Mercure, voir p. 119.)

Une trentaine d'années après les interrogations de Le Verrier sur la stabilité à long terme du système solaire, la question est reformulée de toute autre manière par Poincaré. Il montre d'abord que les méthodes utilisées jusqu'alors par les astronomes, conçues pour donner des séries de corrections convergeant rapidement (pour limiter les calculs), ne sont pas fiables (les séries divergent) après des durées plus ou moins longues (cela lui valut le prix du roi Oscar II de Suède, voir p. 120).

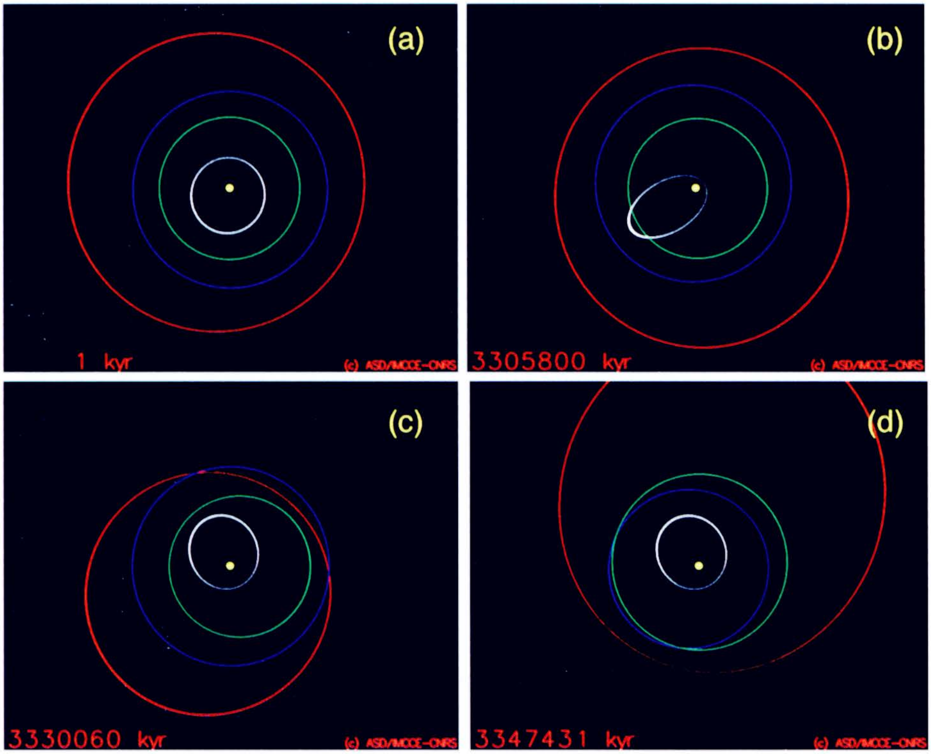
Cette découverte fut une ouverture vers tout un monde nouveau des mathématiques, car Poincaré avait mis le doigt sur le fait que, souvent, les solutions des équations qui gouvernent les mouvements des corps soumis à des forces diverses, la gravitation de Newton étant l'une d'elle, sont « chaotiques » : il est impossible, sauf à connaître les positions et vitesses initiales des corps avec une précision diabolique, de prédire où ils seront dans le futur.

La théorie du chaos, dont Poincaré jeta ainsi les premiers jalons, qui cherche à définir des quasi-régularités dans les trajectoires et à prédire les temps caractéristiques de la perte de prédictibilité par exemple, s'est développée prodigieusement tout au long du XX^{e} siècle et a été popularisée sous le nom d'« effet papillon » : un coup d'aile d'un papillon en Europe peut parfois changer le temps qu'il fait en Australie...

De nos jours le problème de la stabilité du système solaire peut être étudié numériquement, mais ce n'est que depuis les années 1990 que les ordinateurs sont suffisamment puissants pour donner des résultats fiables. Comme l'avait prédit Poincaré, les mouvements des planètes se sont avérés chaotiques (surtout le groupe interne, Mercure, Vénus, la Terre et Mars)[2]. Cela signifie que si l'on fait une erreur de 15 m, par exemple, sur la position de la Terre aujourd'hui, alors elle sera à 150 m de sa position exacte au bout de 10 millions d'années (ce qui est encore raisonnable !), mais à 150 millions de kilomètres au bout de 100 millions d'années. Comme la position de la Terre ne peut, bien sûr, pas être connue parfaitement (comme le disait Pythagore...), il est donc impossible de prédire sa position dans 100 millions d'années.

On peut néanmoins se faire une idée de l'éventail des différents sorts qui l'attendent en simulant numériquement l'évolution de milliers de configurations initialement légèrement différentes, et ce

2. Voir Jacques Laskar, « Le système solaire est-il stable », *séminaire Poincaré XIV*, 2010, p. 221, dont je résume ici les grandes lignes.



2 La figure **a** représente les dispositions actuelles des planètes intérieures, Mercure, Vénus, La Terre et Mars. Les figures **b**, **c** et **d** sont trois exemples d'évolutions différentes au bout de quelques milliards d'années (simulation numérique de J. Laskar et M. Gastineau, *Nature*, 459, 2009)[3].

sur quelques milliards d'années – durée qui correspond à l'espérance de vie du Soleil avant qu'il ne se transforme en géante rouge. Ces calculs gigantesques ont pu être menés à bien en 2009 : ils ont requis cinq millions d'heures de calcul (divisées par le nombre de processeurs !) sur l'un des plus puissants ordinateurs au monde de l'époque.

Pour la plupart des configurations initiales, rien de dramatique ne survient… mais dans 1 % des cas, les planètes se déstabilisent brutalement et l'on observe (numériquement toujours !) soit des collisions entre Mercure et Vénus, soit l'éjection de Mars, soit l'engloutissement d'une planète par le Soleil, etc. (Fig. 2).

Comme l'écrit avec une manifeste fierté Jacques Laskar à la fin de son article (voir note 2) : « *Ces résultats répondent à la question posée il y a plus de 300 ans par Newton, en montrant que les collisions entre planètes ou les éjections sont possibles en moins de 5 milliards d'années.* »

Quel intérêt, diront certains, de savoir – pire, de ne pas être capable de prédire –, au bout de trois cents ans d'efforts, ce qui arrivera à notre planète Terre dans cinq milliards d'années ? La réponse est évidente : ces trois cents ans d'efforts ont montré la « déraisonnable efficacité » des mathématiques.

Récapitulons en effet quelques résultats obtenus au cours de ces trois siècles.

Partis de la loi en $1/r^2$ formulée par Newton à l'aide d'outils façonnés par Euclide deux mille ans plus tôt, les mathématiciens, astronomes et physiciens ont pu expliquer le mouvement des astres dans notre système solaire, qui rapidement se comptèrent par centaines, mais aussi dans les 2 000 systèmes extrasolaires découverts au cours de ces 25 dernières années. Ils commencent aussi à comprendre comment des « nébuleuses », comme les appelaient Kant et Laplace, peuvent évoluer pour former

3. Notons que les calculs tiennent compte des corrections apportées par la relativité générale, qui reculent considérablement l'époque de déstabilisation des trajectoires.

des systèmes planétaires, et comment des milliards d'étoiles se regroupent en galaxies, spirales ou autres.

En reformulant les lois de Newton, ils ont également bâti des modèles pour rendre compte d'autres phénomènes que la gravitation : le mouvement des fluides, des gaz ou des électrons autour du noyau des atomes, par exemple.

Ils ont enfin compris que, comme le disait Laplace en 1814 (dans son *Traité des probabilités*) : « *L'ignorance des différentes causes à l'origine des événements et leurs complexités nous empêchent d'atteindre la certitude dans la plupart des phénomènes.* »...

Seules en lice pendant plus de deux siècles, les lois de Newton changèrent donc notre vision du cosmos.

Rappelons-nous en effet comment un Copernic, un Kepler ou un Galilée, voyaient le ciel. Au centre d'une gigantesque sphère fixe piquée d'étoiles immobiles, permettant comme de lointains phares de se repérer, siégeait le Soleil. Dans son voisinage, six planètes orbitaient autour de lui telles de petites toupies, certaines, comme la Terre, Jupiter ou Saturne, accompagnées de quelques satellites. Pourquoi de tels mouvements ? Mystère ; on ne pouvait que se taire ou invoquer Dieu.

Le « déraisonnable » succès des lois de Newton balaya cette image : des Lagrange, Laplace ou Poincaré voyaient le ciel tout autrement. Dans un espace pré-existant illimité, balisé de loin en loin par le scintillement d'étoiles quasi immobiles, se trouvait quelque part notre système solaire ; autour de son centre, fixe lui aussi et souvent assimilé au Soleil lui-même, orbitait le cortège, enrichi au fil des perfectionnements des télescopes, de ses planètes, satellites, comètes et astéroïdes.

Les étoiles étant sans influence car lointaines (on le savait grâce aux mesures de parallaxes entre autres), l'« Univers » se réduisait en pratique au système solaire, le ballet de ses astres s'avérant parfaitement réglé par la force en $1/r^2$ de la gravitation universelle de Newton, à l'action bien comprise. Seule la planète Mercure n'avait pas encore tout à fait réintégré le rang...

Construire une « réalité physique »

Si je viens d'exposer un peu en détail quelques-uns des spectaculaires succès des lois de Newton en astronomie, c'est d'abord pour la beauté de la chose, mais aussi pour que nous touchions du doigt le fait que la puissance d'une théorie est liée à la « désincarnation » des phénomènes et objets matériels qu'elle mathématise.

Depuis Galilée, les planètes sont certes les cousines de notre familière Terre, mais pour les astronomes, elles se réduisent dans leurs calculs à des points géométriques où à des sphères plus ou moins déformées. Par ailleurs, pour découvrir Neptune, par exemple, Le Verrier n'a pas eu à épiloguer sur les vertus ou attributs de l'attraction universelle, ni à visualiser cette force par une sorte d'invisible élastique reliant les astres les uns aux autres ; il n'a pas eu non plus à se demander comment et dans quel milieu cette force se propageait, ni même à s'inquiéter du fait que les planètes, séparées pourtant de distances astronomiques, répondent instantanément aux mouvements des autres... La raison en est simple : les géomètres étant devenus analystes, la loi de Newton s'était réduite à une équation différentielle ($d^2\mathbf{r}/dt^2 = -GM\mathbf{r}/r^3$) dont la résolution ne soulève aucun problème métaphysique !

Mais, pour abstraire l'attraction gravitationnelle de ses connotations animistes, un travail d'élagage avait d'abord été nécessaire...

Les concepts que les physiciens utilisent sont toujours lourds de sens, imprégnés qu'ils sont de leur histoire : des mots comme « inertie », « gravité », « action », « potentiel » ou « impulsion » pour n'en citer que quelques-uns, si évocateurs,

Qu'importe ce qu'« est » la gravité

C'est là le sens du célèbre « *hypotheses non fingo* » (« *je n'imagine point d'hypothèses* ») de Newton -du moins c'est l'interprétation que j'en ai- qu'il est utile de replacer dans son contexte :

« *La gravité vers le Soleil est composée des gravités vers chacune des ses particules, & elle décroît éxactement, en s'éloignant du Soleil, en raison doublée des distances, & cela jusqu'à l'orbe de Saturne, comme le repos des aphélies des planétes le prouve, & elle s'étend jusqu'aux dernières aphélies des cométes, si ces aphélies sont en repos.*

Je n'ai pû encore parvenir à déduire des phénomènes la raison de ces propriétés de la gravité, & **je n'imagine point d'hypothèses**. *Car tout ce qui ne se déduit point des phénomènes est une hypothèse, & les hypothèses, soit métaphysiques, soit physiques, soit mécaniques, soit celles des qualités occultes, ne doivent pas être reçues dans la philosophie expérimentale.*

Dans cette philosophie, on tire des propositions des phénomènes, & on les rend ensuite générales par induction. C'est ainsi que l'impénétrabilité, la mobilité, la force des corps, les loix du mouvement, & celles de la gravité ont été connues. Et il suffit que la gravité éxiste, & qu'elle puisse expliquer tous les mouvemens des corps célestes & ceux de la mer. »

Principia, 1687, Livre III, Scolie général, traduction d'Émilie du Châtelet.

Les attaques ne cessant pas, Newton redonne son point de vue à la fin de son Optiks :

« *How these Attractions may be perform'd, I do not here consider. What I call Attraction may be perform'd by impulse, or some other means unknown to me. I use that Word to signify only in general any Force by which Bodies tend towards one another, whatsoever be the Cause. For we must learn from the Phaenomena of Nature what Bodies attract one another, and what are the laws and Properties of the Attraction, before we enquire the Cause by which Attraction is perform'd [...]* »

Opticks, Book III, Part 1, in Query 31, 1704.

Que je traduis par :

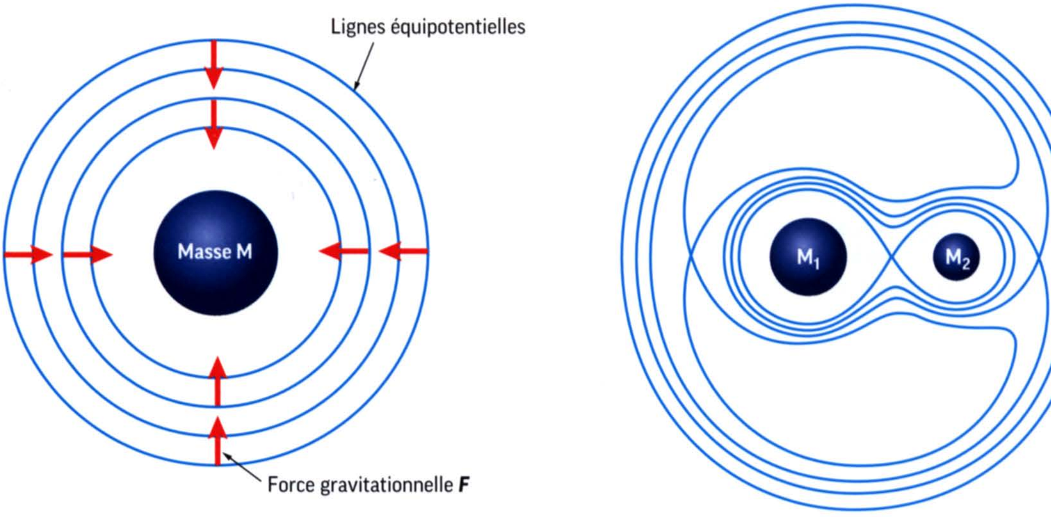
« *Comment ces Attractions agissent, je ne veux pas le savoir. Ce que j'appelle Attraction peut être actionnée par contact, ou tout autre moyen que j'ignore. J'utilise ce Mot seulement pour désigner de manière générale toute Force par laquelle les Corps s'attirent, quelqu'en soit la Cause. Car ce que nous devons tirer des Phénomènes c'est quels Corps attirent quels Corps et quelles sont les lois et Propriétés de cette Attraction, avant de nous questionner sur la Cause de cette Attraction.* »

avaient pour les scolastiques du Moyen Âge les mêmes connotations que pour tout un chacun, d'alors ou de nos jours ; mais ils servaient aussi à *expliquer* l'enchaînement des phénomènes – de manière qualitative seulement car le monde sublunaire, comme je l'ai souligné à l'envi, n'était pas mathématisé. Le concept de force était lui aussi sublunaire : il est issu de la physique d'Aristote et non de la géométrie d'Euclide qui, elle, régissait le ciel.

Or, rappelons-nous l'ambition de Galilée : ayant amorcé l'unification du ciel et de la Terre en dévoilant, d'une part, le caractère « terrestre » des planètes et en montrant, d'autre part, que le mouvement de ses fameuses boules d'ébène obéissait, comme les astres, à des lois mathématiques, il appelait de ses vœux une description de la Nature en termes purement géométriques, d'où des notions telles que la « force » seraient bannies... sauf à leur donner un sens mathématique précis.

Descartes, ayant voulu pousser, comme on l'a vu, l'intuition galiléenne dans ses derniers retranchements, ne pouvait bien sûr pas admettre l'intervention d'une quelconque « force » mal définie pour décrire les mouvements des corps (rappelons ce qu'il disait : « *Tout ce que Galilée a dit de la vitesse des corps qui descendent dans le vide est bâti sans fondement car il aurait dû auparavant déterminer ce que c'est que la pesanteur* »). Lui n'admettait que les « interactions de contact » dont il pensait pouvoir rendre compte par ses lois sur les chocs.

Quand donc Newton fonda *toute* sa physique sur la notion de force, qui détermine l'accélération des corps ($F = ma$), les cartésiens s'insurgèrent contre ce qu'ils estimaient être un retour à l'obscurantisme médiéval – l'irréductible Bernard le Bovier de Fontenelle entre autres : « *Si l'on dit que l'attraction mutuelle est une propriété essentielle aux corps,*



3 À gauche : les lignes équipotentielles du potentiel d'une masse sphérique ($U = -GM/r$) ; ce sont les cercles dont le centre est la masse considérée ; la force de Newton (le gradient de U) est représentée par le vecteur radial $\mathbf{F}$, dont la valeur varie en $1/r^2$ ($\mathbf{F} = -GmM\mathbf{r}/r^3$). **À droite :** les lignes équipotentielles d'un système de deux corps en orbite circulaire, sur lesquelles un troisième corps, de masse négligeable, peut orbiter.

quoique nous ne l'apercevions pas, on pourra dire autant des sympathies, des horreurs, de tout ce qui a fait l'opprobre de l'ancienne Philosophie Scholastique. » (In Section IV de ses *Réflexions sur l'attraction* qui concluent sa *Théorie des tourbillons* de 1752.)

Newton lui-même était parfaitement conscient des attaques qu'on ne manquerait pas de lancer contre lui et les esquiva en disant en substance : qu'importe ce qu'*est* la gravité, ce qui importe c'est que l'objet mathématique que j'introduis (« en un sur *r* deux ») rende compte des observations (encadré p. précédente).

Ce point de vue fut celui des mécaniciens qui lui succédèrent, Laplace entre tête, car, en fait, la question de savoir quel objet tangible est la gravitation ne se posa plus... : la gravitation c'*est* la loi en $1/r^2$, rien d'autre. On peut la représenter par divers objets mathématiques, un « potentiel », par exemple, c'est-à-dire une fonction des distances aux différents points qui, affectés d'un paramètre appelé masse, représentent la position des astres dans l'espace d'Euclide, ou, tout aussi bien, par un « vecteur », « gradient » de ce potentiel, ensemble de trois fonctions des mêmes distances, représentés depuis leur invention par Hamilton et Heaviside par une flèche devenue familière (Fig. 3).

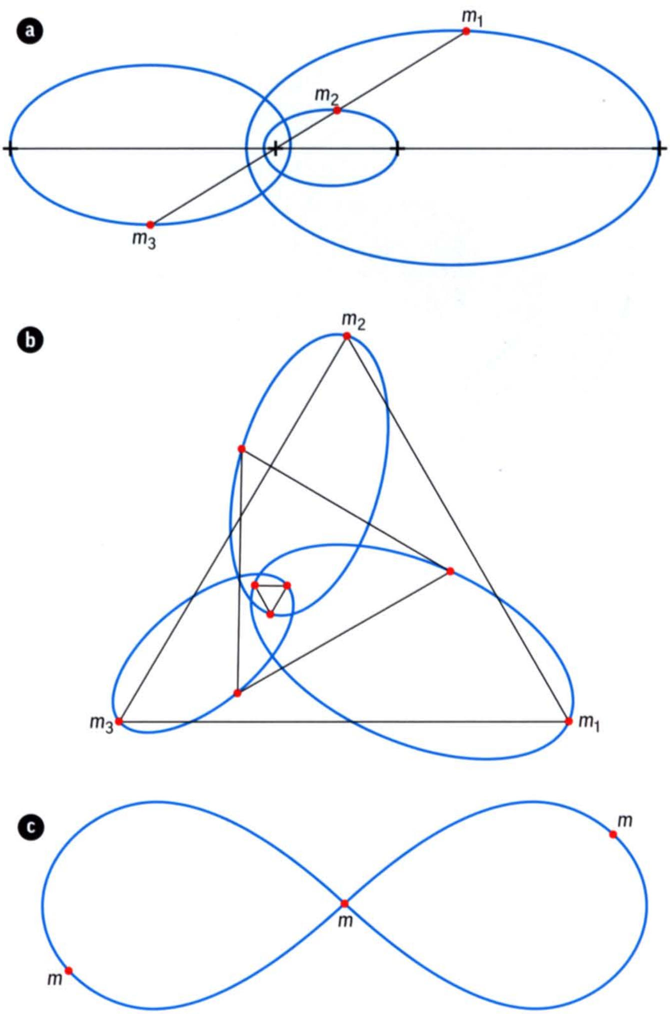
Ainsi, de même que pour les Grecs les astres *étaient* les sphères de la géométrie d'Euclide, de même, pour les mécaniciens de l'ère classique, l'attraction universelle *était* un vecteur – une petite flèche que l'on associe à chaque point de l'espace d'Euclide.

Pour aller plus loin

De la force au potentiel

Laplace, puis Poisson, montrèrent au début du XIXe siècle que la force de Newton ($F = -GmM\mathbf{r}/r^3$) dérive d'un être mathématique plus simple, appelé le « potentiel » ($U(r) = -GM/r$, de sorte que $F = -m\mathrm{d}U/\mathrm{d}\mathbf{r}$). Il était alors à la fois plus élégant et souvent plus utile de réécrire la loi de Newton sous la forme $\mathrm{d}^2\mathbf{r}/\mathrm{d}t^2 = -\mathrm{d}U/\mathrm{d}\mathbf{r}$, le potentiel $U(r)$ étant lui-même solution d'une autre équation différentielle, dite de Poisson (que les initiés reconnaîtront : $\Delta U = 4\pi G\rho$, où $\Delta \equiv \mathrm{d}^2/\mathrm{d}\mathbf{r}^2$ est l'opérateur laplacien et ρ la densité de masse).

Cette reformulation de la loi de Newton a de multiples vertus : même si le mot « potentiel » a lui aussi des connotations diverses, elle permet d'abord d'évacuer moult commentaires superflus sur la



4 Les solutions du problème à trois corps d'Euler (a), de Lagrange (b) et de Moore (c).

« nature » de la gravitation ; elle permet par ailleurs de construire beaucoup plus facilement des modèles d'étoiles (dans sa forme généralisée par Euler pour tenir compte de la pression) ; elle va, enfin, plus loin que la formulation originelle de Newton et permet de construire des modèles de l'Univers tout entier où la densité de masse n'est jamais nulle.

Nous verrons plus loin que cette formulation servit aussi de modèle mathématique de phénomènes tout autres que la gravitation : l'électricité et le magnétisme.

Le problème à trois corps

Léonard Euler, le plus grand mathématicien de son temps, fut le premier, en 1765, à trouver une solution au problème à trois corps, dans le cas où ils sont alignés et parcourent des ellipses, leurs distances gardant un rapport constant (Fig. 4a). Lagrange, en 1772, trouva une deuxième configuration, très spéciale elle aussi : les trois masses parcourent des ellipses tout en restant aux sommets d'un triangle équilatéral (Fig. 4b).

Après une éclipse de plus de deux siècles, quelques autres solutions ont été découvertes récemment, par exemple celle de Chris Moore (1993), et Alain Chenciner et Richard Montgomery (2001), généralisée par Moore et Mikael Nauenberg, où trois corps (ou plus), de masses égales, décrivent un huit (Fig. 4c).

Mais tous ces systèmes sont instables : il existe toujours des perturbations d'un genre ou d'un autre qui peuvent détruire le fragile équilibre des mouvements. Le « huit » de Moore *et al.*, par exemple, ne reste à peu près inchangé que si les masses restent presqu'égales, avec comme conséquence qu'il n'y a guère de chance de trouver un tel huit dans notre galaxie, ni peut-être même dans tout l'Univers...

La théorie des perturbations

Expliquer les mouvements relatifs du Soleil, de Saturne et de Jupiter à l'aide des équations de Newton fut, je l'ai mentionné, un grand défi scientifique du XVIII^e^ siècle et l'Académie de Paris offrit plusieurs prix pour inciter les Savants à s'atteler à ce problème. Kepler avait en effet noté en 1625 que les observations astronomiques des siècles passés montraient que Jupiter se rapprochait du Soleil, alors que Saturne s'en éloignait –à tout jamais ?– : la question de la stabilité du système solaire était posée. Newton se demanda même (à la fin de son *Optiks*) si Dieu n'était pas appelé à intervenir de temps à autre pour remettre de l'ordre dans tout cela...

Euler (en 1748 et 1752) et Lagrange (en 1766) s'attaquent à la question, sans grand succès (leurs résultats sont faux...), mais introduisent de nouveaux outils pour résoudre les équations (le « calcul des variations »).

Puis, entre 1774 et 1778, et enfin en 1785, Laplace, s'appuyant sur les travaux de Lagrange, résout le problème. Dans un premier temps il argue que le trio Soleil-Saturne-Jupiter obéit aux lois de Newton… à condition cependant de tenir compte de l'influence de comètes. En poussant ensuite ses calculs plus avant (à des ordres plus élevés dans les excentricités des trajectoires), il montre en 1785 que Jupiter et Saturne ne s'éloignent pas indéfiniment l'un de l'autre : leur mouvement relatif est en fait modulé par un terme de très longue période, 900 ans. Il peut alors, partant des observations de son temps, remonter à celles de Ptolémée et trouve un accord quasi parfait (ce qui montre au passage que les masses des comètes sont suffisamment petites pour avoir un effet négligeable). C'est là un exploit qui sans conteste hisse Laplace au rang de « second Newton ». La question de la stabilité du système solaire semble donc réglée… en tout cas sur des échelles de temps de l'ordre du million d'années.

C'est d'ailleurs parce qu'il pensait avoir prouvé la stabilité du système solaire que Laplace put dire à Bonaparte – qui remarquait qu'il n'était jamais question de Dieu dans son *Exposition du système du monde* de 1796 – que, contrairement à Newton, « *il n'avait pas eu besoin de cette hypothèse* ». (Cette anecdote célèbre, mais souvent citée hors contexte, est rapportée par Hervé Faye, qui la tenait de François Arago, dans son *Origine du Monde* de 1884.)

Cette autre anecdote est hors sujet mais irrésistible : Laplace, aux opinions politiques fluctuant au gré des pouvoirs en place de cette époque mouvementée, sollicita un poste auprès du premier consul qui le nomma ministre de l'intérieur en 1799. Au bout de six semaines, il fut remercié et Bonaparte écrivit : « *Géomètre de première catégorie, Laplace n'a pas tardé à se montrer un administrateur plus que médiocre ; de son premier travail nous avons immédiatement compris que nous nous étions trompés. Laplace ne traitait aucune question d'un bon point de vue : il cherchait des subtilités de partout, il avait seulement des idées problématiques et enfin il portait l'esprit de l'infiniment petit jusque dans l'administration.* » : une autre illustration que « *nobody is perfect* » !

En 1808, Denis Poisson, qui avait été élève de Lagrange à l'École polytechnique, présente, à 27 ans, un Mémoire à l'Académie, dans lequel il pousse les calculs de Laplace plus loin (« au deuxième ordre dans les masses », pour être précise), ce qui renforce la démonstration de la stabilité du système solaire.

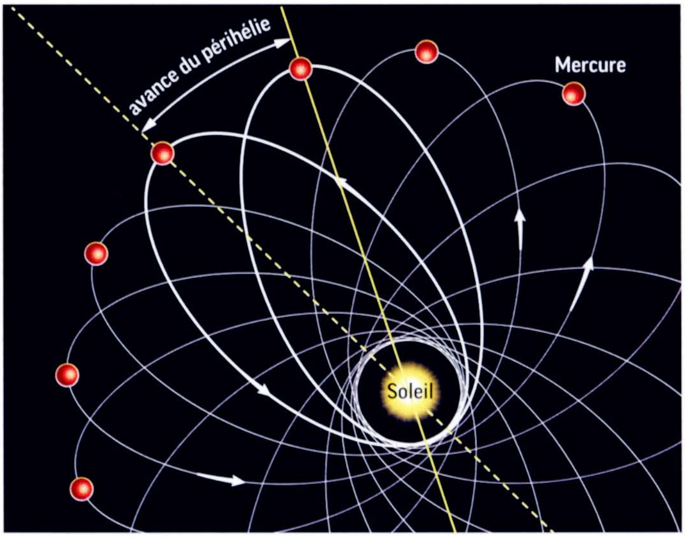
La réaction de Lagrange, qui a alors 72 ans, est racontée avec brio par François Arago dans le passage du tome 2 de ses *Mémoires* consacré à Poisson : « *Vers la fin de 1808, un événement complètement inattendu jeta le monde scientifique dans une surprise enthousiaste. Lagrange se reposait depuis longtemps dans sa gloire. Il assistait assidûment à nos séances, mais sans y proférer un seul mot […]. Tout à coup, Lagrange sort de sa léthargie, et son réveil est celui du lion. Le 17 août 1808, il lit au Bureau des longitudes, et le lundi suivant 22, à l'Académie des sciences, un des plus admirables Mémoires qu'ait jamais tracés la plume d'un mathématicien.* »

Dans ce mémoire et le suivant, ainsi que dans la seconde édition de son traité de mécanique qu'il ne put achever avant sa mort en 1813, Lagrange simplifie considérablement les calculs de Laplace et Poisson, mais aussi et surtout peut-être introduit l'espace des phases dont nous avons parlé plus haut, et parachève la formulation de sa méthode de variations des constantes, dans laquelle l'effet des forces perturbatrices, dû à la présence de Saturne, par exemple, fait lentement varier les paramètres (grand axe, excentricité, etc.), de l'ellipse que parcourrait

Jupiter autour du Soleil en l'absence de Saturne.
À cette liste prestigieuse, il faut bien sûr ajouter Carl Friedrich Gauss, le « prince des mathématiciens », tête de file de l'école de Göttingen, qui prédit en 1801 le retour du premier planétoïde découvert, Cérès, à l'endroit où il fut effectivement observé, et publia son *Theoria motus corporum coelestium* en 1809. (Il fut aussi le premier à s'interroger sur la nécessité logique du « postulat des parallèles » : nous y reviendrons !)

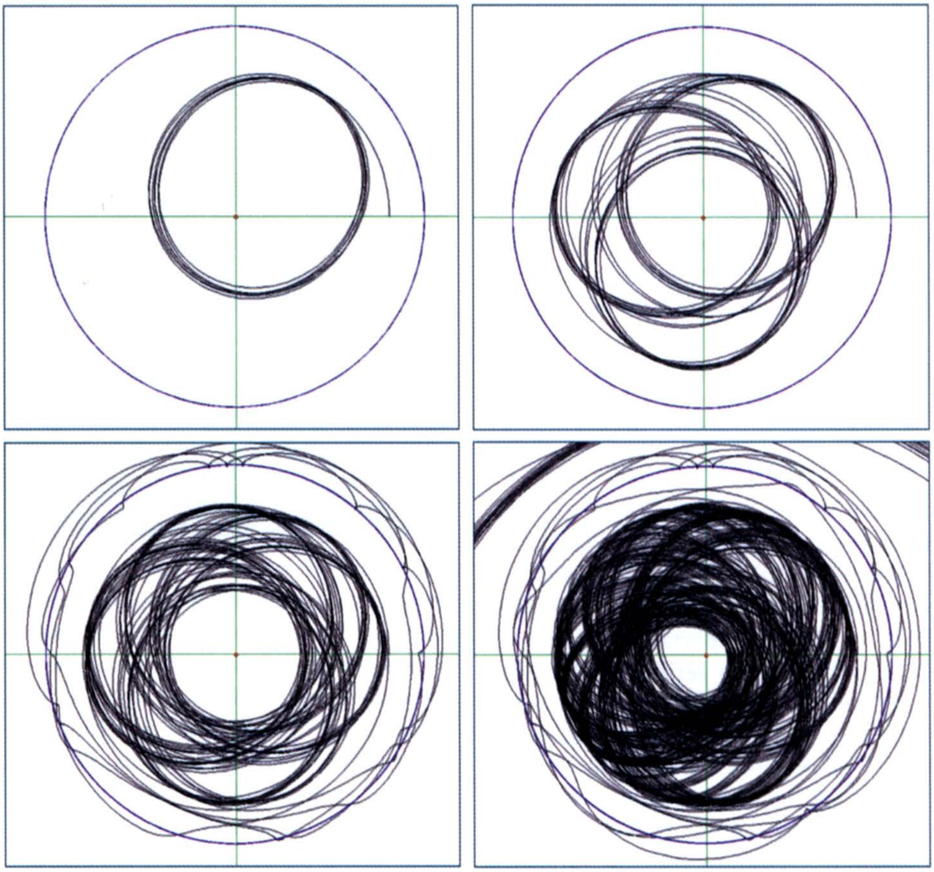
Le Verrier, Neptune et Vulcain

Urbain Le Verrier (1811-1877) est plus célèbre pour sa découverte de la planète Neptune et sa tentative d'explication des anomalies du mouvement de Mercure que pour l'importante question de la convergence des séries perturbatives, dont il est question dans le texte, ou son *opus magnum*, à savoir la révision des tables planétaires qui lui prit plus de 35 ans de travail ininterrompu.
Réconcilier calculs et observations de la trajectoire d'Uranus était un problème qui défiait les astronomes. (Uranus est un astre connu peut-être depuis Hipparque, mais identifié à une planète seulement après les observations de William Herschel, effectuées en 1781 de son jardin à Bath à l'aide d'un télescope de sa conception.)
En 1846, encouragé par Arago, Le Verrier postula pour expliquer les « errances » de cet astre l'existence d'une planète supplémentaire, Neptune, qui fut découverte par Johann Galle à l'observatoire de Berlin le jour même où il reçut la lettre de Le Verrier lui disant où pointer son télescope. Ce spectaculaire succès valut à Le Verrier une séance triomphale à l'Académie, où Arago alla jusqu'à s'exclamer : « *M. Le Verrier a trouvé un nouvel astre au bout de sa plume* ».
Cela étant, John Adams avait fait des calculs similaires à Cambridge, mais, plus timide et moins bien entouré peut-être, il rendit ses résultats publics trop tard.



5 Avance du périhélie de Mercure. La trajectoire de cette planète autour du Soleil défia les astronomes du XIXe siècle, en particulier Le Verrier.

Ses calculs cependant s'avérèrent moins précis et il ne contesta jamais la priorité de Le Verrier. Notons aussi qu'expliquer le mouvement d'Uranus en postulant l'existence d'une planète supplémentaire avait été suggéré par Alexis Bouvard en 1821 et Friedrich Bessel en 1840 ; le mérite de Le Verrier est d'avoir mené de main de maître les calculs jusqu'au bout.
Quant à l'avance observée du périhélie de Mercure (Fig. 5), elle est de l'ordre de 5 600" d'arc par siècle. L'effet de précession des équinoxes en explique la plus grande part, soit 5 026". Les perturbations dues à la présence des autres planètes en expliquent 531. Restent 43" d'arc par siècle, inexpliquées en théorie newtonienne (l'année mercurienne étant de 88 jours, 43" d'arc par siècle représentent un tour complet du périhélie autour du Soleil en 3 millions d'années).
De nombreuses hypothèses furent avancées. Le Verrier en particulier, fort de sa découverte de Neptune, postula l'existence d'une nouvelle planète proche du Soleil, à laquelle il donna même un nom, Vulcain. Mais ces hypothèses, si elles permettaient d'expliquer l'anomalie de Mercure, soit invoquaient des objets qui ne furent pas détectés, soit induisaient des perturbations inacceptables aux orbites des autres planètes.



6 Les trajectoires du problème à trois corps résolu par Poincaré, obtenues par calcul numérique.
Un minuscule changement dans les positions initiales des trois corps aboutirait à une évolution complètement différente (figures de François Béguin).

Le problème ne fut résolu qu'en 1915, par Einstein, dans le cadre de la relativité générale. Nous y reviendrons bien sûr.

Pour l'anecdote, rappelons que Le Verrier est célèbre aussi pour avoir été un président de l'Observatoire de Paris (à la suite d'Arago, mort en 1853) si odieux que Napoléon III fut obligé de le révoquer 17 ans plus tard, en 1870. Il fut remplacé par son ennemi juré Charles-Eugène Delaunay, mais, après la mort accidentelle de celui-ci, renommé au bout de deux ans par Thiers, encadré cette fois par un conseil de surveillance : les grands hommes ne sont pas toujours d'aimable caractère…

Le prix du roi Oscar II de Suède

L'histoire de la découverte de l'instabilité du système solaire par Poincaré est restée dans les annales.

Karl Weierstrass avait soumis, en 1889, la question suivante à la communauté scientifique lors d'un concours à l'occasion des soixante ans du roi Oscar II de Suède : « *Pour un système quelconque de points massifs s'attirant mutuellement selon les lois de Newton, donner en fonction du temps les coordonnées des points individuels sous la forme d'une série uniformément convergente dont les termes s'expriment par des fonctions connues.* »

Le jury décerna le prix à Poincaré, dont le mémoire surpassait de loin ceux des autres concurrents et dont la conclusion était : « *En ce qui concerne le problème des trois corps, je ne suis pas sorti du cas suivant : Je considère trois masses, la première très grande, la seconde petite mais finie, la troisième infiniment petite ; je suppose que les deux premières décrivent un cercle autour de leur centre de gravité commun et que la troisième se meut dans le plan de*

ces cercles [...] *Dans ce cas particulier, j'ai démontré rigoureusement la stabilité.* »
L'éditeur du mémoire, ne comprenant pas certains points de la preuve, écrivit à Poincaré qui s'aperçut... qu'il avait fait une erreur, qu'il avait en fait prouvé l'*instabilité* du système. L'éditeur, qui avait déjà imprimé le mémoire et commencé à le diffuser, s'empressa de récupérer tous les exemplaires et de les détruire... aux frais de Poincaré (Fig. 6).

Cela dit, il existe des solutions du problème posé sous forme de séries absolument convergentes. Elles furent découvertes entre 1907 et 1912 par Karl Sundman. Elles convergent cependant si lentement qu'il faut sommer des millions de termes pour faire progresser pas à pas le corps sur sa trajectoire, ce qui, en un sens, confirme le résultat de Poincaré, mais sans ouvrir comme il le fit des perspectives nouvelles.

CHAPITRE 6

La lumière insaisissable

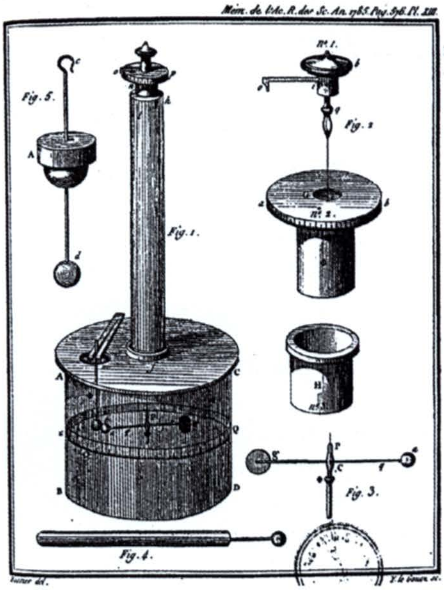
Pour extraire une théorie des phénomènes électriques et magnétiques, pour remplacer un discours par un jeu cohérent d'équations où des mots comme « fluides électriques » ou « aimants » sont sublimés en symboles mathématiques, un long élagage fut nécessaire. Des équations obtenues jaillirent les ondes électromagnétiques, si semblables à la lumière qu'elles furent unifiées en une même réalité. Mais saisir ces insaisissables ondes obligea à de telles contorsions que le cadre newtonien se fissura.

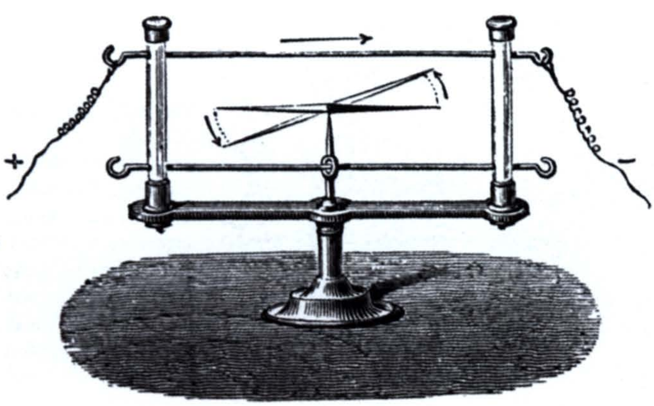
◄ L'insaisissable lumière.

L'invention de l'électromagnétisme

Les propriétés attractives ou répulsives des aimants et de l'ambre frotté sont connues depuis l'Antiquité. William Gilbert, au début du XVII^e^ siècle, Descartes également, en donnèrent de premières descriptions systématiques. Au XVIII^e^ siècle, les « expériences amusantes », comme s'électrocuter en touchant une bouteille de Leyde, étaient devenues l'attraction des salons, et un abbé Nollet donnait sur ces sujets de très populaires leçons de physique expérimentale, techniquement très élaborées, mais desquelles toute mathématique était exclue.

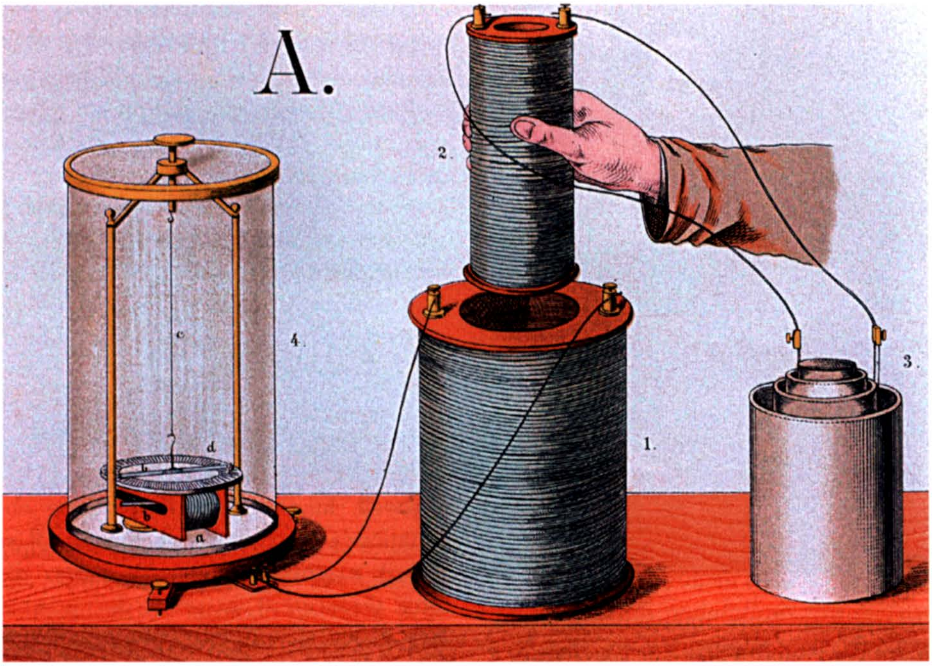
En 1784, le lieutenant du génie Charles-Augustin Coulomb (un ingénieur qui aurait été cher au cœur de Galilée), prenant pour guide la loi de l'attraction universelle de Newton, vérifiait, par des expériences refaites depuis par de nombreux lycéens (en principe... car elles sont en fait très délicates), que deux petites boules chargées d'électricité s'attirent aussi en raison inverse du carré de leur distance (Fig. 1). Ainsi, de même que Galilée avait vu une parabole dans le mouvement des projectiles, Coulomb vit l'armature mathématique de l'électrostatique derrière le fil de soie de sa balance et ses petites boules chargées. Dans un second Mémoire, il montrait que les pôles opposés d'aimants s'attirent eux aussi selon une loi en $1/r^2$. C'était là de nouvelles conquêtes de l'empire newtonien qui pénétrait ainsi dans un territoire encore inconnu, laissé jusqu'alors aux friches des descriptions qualitatives.





1 Les premières expériences sur les propriétés de l'électricité et du magnétisme. Ci-contre : la balance de Coulomb (in *Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme*, 1785). **Ci-dessous : l'expérience d'Œrsted** (dessin de A. Privat-Deschanel, 1876).

En 1820, Hans Christian Œrsted remarquait, en préparant une leçon à Copenhague, qu'un fil métallique relié aux deux pôles d'une pile électrique (inventée par Alessandro Volta en 1800) faisait dévier l'aiguille d'une boussole, établissant ainsi un premier lien entre électricité et magnétisme (Fig. 1). Son interprétation de l'expérience, qualitative, « dynamiste », tout empreinte du syncrétisme de la *Naturphilosophie* chère aux Romantiques allemands, Schiller en particulier, agaça bien sûr les « mécanistes » (tout comme les « énergies positives » New Age censées tout expliquer agacent les physiciens d'aujourd'hui !). Mais, bientôt, Jean-Baptiste Biot et Félix Savart d'un côté, André-Marie Ampère de l'autre, remettaient de l'ordre, Ampère surtout – qui introduisit la notion de courant électrique et donna l'expression de la force agissant entre deux courants en fonction de leur distance et orientations. En 1831, Michael Faraday découvrait le phénomène inverse, à savoir qu'un

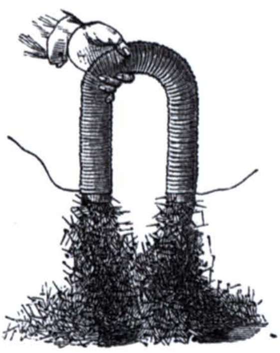


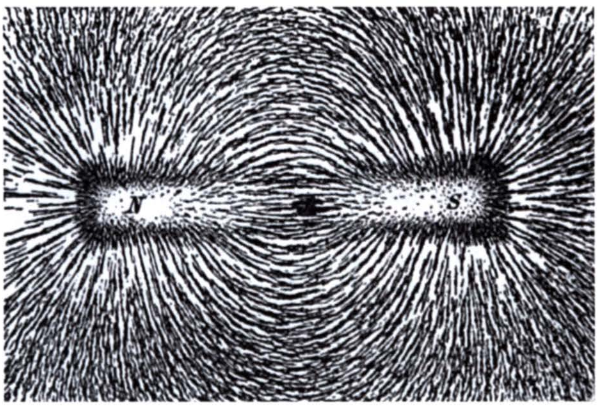
2 L'expérience de Faraday sur les courants induits, gravure de 1882. La bobine intérieure, mobile, est connectée à une pile. Lorsque cette bobine (agissant comme un électroaimant) est rapidement plongée dans la seconde bobine, l'aiguille du galvanomètre signale une variation de l'intensité du courant qui y circule.

aimant en mouvement engendre un courant électrique dans un fil métallique placé à proximité (Fig. 2). Faraday, apprenti libraire à 14 ans, assistant et valet de chambre d'un éminent chimiste à 20, Fellow de la Royal Society à 32, fut l'un des plus grands expérimentateurs de l'histoire. Sans culture mathématique (il n'y a aucune équation dans son *Experimental researches in electricity*), il avait une façon très intuitive, presque naïve, d'appréhender les phénomènes naturels, mais qui s'avéra extraordinairement fructueuse. Il inventa en effet le concept de *champ* : chacun se rappelle avoir fait au lycée l'expérience illustrée par la figure 3 où l'on voit de la limaille de fer s'aligner telles des gerbes de blé le long des « lignes du champ magnétique » créé par un aimant.

L'idée derrière cette notion est, d'une part, que les corps matériels, par leur constitution interne (i.e. leur charge), imprègnent l'espace d'une sorte d'entité potentielle, leur champ, qui ne se révèle que par la présence d'autres corps possédant le même type de charge ; et que, d'autre part, les interactions entre les corps chargés,

Fig. 53.





3 À gauche : de la limaille de fer attirée par un aimant –un phénomène connu depuis l'Antiquité–, in Michael Faraday, *Various forces of matter*, Christmas Lectures, 1859. **À droite :** les « lignes de force d'un champ magnétique » créées par un aimant (in N. Henry Black et Harvey N. Davies, *Practical Physics*, 1913).

4 James Clerk Maxwell (1831-1869) à l'époque de ses 30 ans et de son Mémoire *Physical lines of force* (1861).

déterminant leurs mouvements, s'effectuent par l'intermédiaire de ces champs.
Pour Faraday, ces lignes de force ou de champ étaient aussi substantielles que les aimants et les fils de cuivre qu'il manipulait. Pour lui, comme pour tous les tenants de la méthode expérimentale théorisée plus tard par Claude Bernard, le rôle d'une expérience était de dévoiler des phénomènes (le champ en étant un) et non, à la grecque, des objets mathématiques, essentiels, sous-jacents. Les « dynamistes » donc menaçaient de l'emporter sur les « mécanistes » !
Comme l'écrivit James Clerk Maxwell (Fig. 4) :

« Faraday voyait par les yeux de son esprit des lignes traversant tout cet espace, là où les mathématiciens ne considéraient que des centres de forces agissant à distance[1] ; Faraday voyait un milieu où ils ne voyaient rien que la distance ; Faraday cherchait le siège des phénomènes dans des actions réelles, se produisant dans ce milieu, tandis qu'ils se contentaient de l'avoir trouvé dans une puissance d'action à distance particulière aux fluides électriques. »

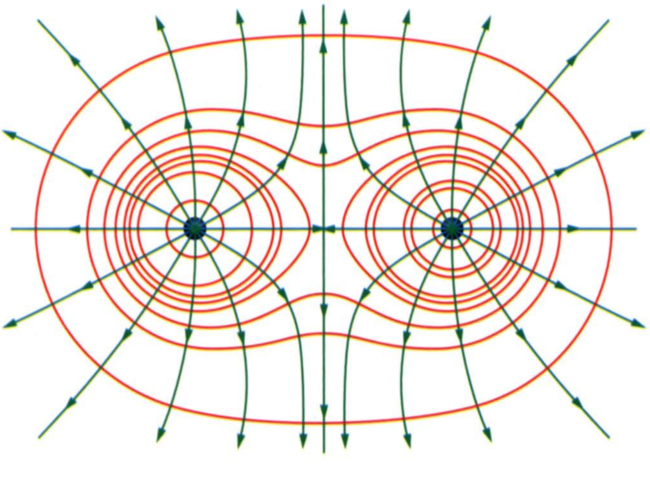
in Introduction au *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, 1873.

Maxwell, lui, entreprit de « mettre en équations » les champs de Faraday. Il y réussit magnifiquement : les lignes de force disparurent au profit de vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ (Fig. 5), qui, tout comme la force de gravitation, sont des objets mathématiques obéissant à des équations différentielles. Après simplification par Olivier Heaviside et Heinrich Hertz, et réinterprétées par Hendrik Anton Lorentz en 1878, voici à quoi ces équations ressemblent :

$$\nabla.\boldsymbol{B} = 0 \ ; \ \nabla \wedge \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \ ; \nabla.\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \ ;$$

$$\nabla \wedge \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \ ; \boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$$

Si j'écris explicitement les équations de Maxwell – version épurée, platonisée, de lois dégagées d'observations immédiates – c'est parce qu'elles ont, je trouve, la beauté graphique d'un poème écrit en kanji... et, aussi, pour insister sur le fait que, de même que la gravitation de Newton *est* la loi en $1/r^2$, l'électromagnétisme *est* ce jeu d'équations, qui, lorsqu'on l'interprète comme une partition, nous ouvre des horizons nouveaux. Une théorie physique a, on l'a vu à l'envi, ses racines dans l'observation de phénomènes accessibles à nos sens (que ce soit la course des astres, les pommes qui tombent ou des aimants qui tournent). Le scienti-



5 Une représentation graphique d'un champ *E* (lignes vertes), perpendiculaire aux équipotentielles (lignes rouges), solution des équations de Maxwell, créé par deux charges.

1. Maxwell fait probablement allusion ici à la théorie mécaniste de Wilhem Eduard Weber, oubliée maintenant, qui bannissait la notion de champ.

Les théories créent la réalité physique

Emmanuel Kant écrivait en 1787, soit peu après la découverte de Coulomb (son quasi contemporain) :
« Il faut que la raison se présente à la nature tenant, d'une main, ses principes qui seuls peuvent donner aux phénomènes concordant entre eux l'autorité de lois, et de l'autre, l'expérimentation, qu'elle a imaginée d'après ces principes, pour être instruite par elle, non pas comme un écolier qui se laisse dire tout ce qu'il plaît au maître, mais au contraire, comme un juge en fonction qui force les témoins à répondre aux questions qu'il leur pose. »

In *Critique de la raison pure*, préface à la 2e édition, traduction d'André Tremesaygues, Alcan, 1912, p. 20.

Einstein dira des choses similaires :
« C'est seulement la théorie qui décide ce qui peut être observé [...] C'est seulement la théorie, c'est-à-dire la connaissance des lois naturelles qui nous permet de déduire, à partir de l'impression sensorielle, le phénomène qui se trouve à la base de notre observation. »

In Werner Heisenberg, *La partie et le tout*, Albin Michel, 1972, p. 94.

« La physique est une tentative pour appréhender ce qui est de façon conceptuelle, comme quelque chose de pensé indépendamment du fait qu'il soit perçu. C'est en ce sens qu'on parle de « réel physique. » In *Documents autobiographiques*.

fique, comme tout un chacun, se forge de ces phénomènes des images mentales qui soutiennent son intuition physique (telle celle de « champ ») ; mais arrive le moment où ces images laissent place à des symboles mathématiques (qui souvent ont le même nom –$\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$, par exemple, sont des *vecteurs champs*). L'intuition mathématique prend alors le relais, la théorie se bâtit et, devenue un tout cohérent, elle prend son envol et crée une réalité autre que celle des phénomènes : la *réalité physique* – objets mathématiques qui se substituent aux phénomènes dont ils sont issus–, réalité qui suggère de nouvelles questions à la Nature et forge une représentation du monde (encadré ci-dessus).

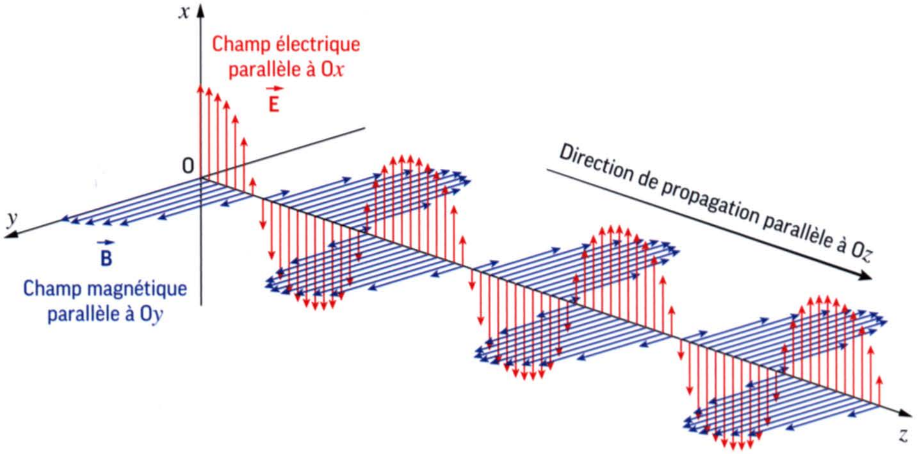
Qu'est-ce que la lumière ?

Maxwell, après avoir unifié électricité et magnétisme en un tout cohérent, fit une découverte inattendue qui, de fait, retarda l'envol de sa théorie et – il en aurait probablement été choqué – finit par détrôner Newton. Il put extraire en effet de ses équations, au-delà des vecteurs champs électriques et magnétiques, un nouvel objet mathématique, les *ondes électromagnétiques*, qui bientôt devinrent une nouvelle réalité physique lorsque Heinrich Rudolph Hertz les mit en évidence expérimentalement en 1888.

Ces ondes se propageaient à la vitesse de la lumière ; elles *étaient* donc la lumière : *« La vitesse des ondulations transverses dans notre milieu hypothétique, déduite des expériences électromagnétiques de MM. Kohlrausch et Weber, coïncide si exactement avec la vitesse de la lumière déduite des expériences optiques de M. Fizeau, que nous pouvons difficilement échapper à la conclusion que la lumière consiste en des ondulations transverses du même milieu que celui qui est la cause des phénomènes électriques et magnétiques. »*

James Clerk Maxwell, « On physical lines of force », *Phil. Magazine*, Prop. XVI, 1861.

C'était là une découverte majeure – en dehors du fait qu'elle est à l'origine de la radio, de la télévision, etc. (pour en savoir plus sur les équations de Maxwell, voir p. 139).
En effet, sans la lumière qui nous provient des astres, pas d'astronomie. Si donc la lumière est faite d'électricité et de magnétisme, alors la théorie de Maxwell devient universelle, telle la loi de Newton de la gravitation ; elle doit valoir non seulement dans les laboratoires sublunaires *mais aussi, et d'abord !*, dans les espaces intersidéraux, zébrés de rayons lumineux matérialisant les droites de l'espace d'Euclide et se propageant au temps d'une horloge universelle : de la table



$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d}{dx}\mu\alpha+\frac{d}{dy}\mu\beta+\frac{d}{dz}\mu\gamma\right)=m=0,\quad e=\frac{1}{4\pi E^2}\left(\frac{dP}{dx}+\frac{dQ}{dy}+\frac{dR}{dz}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dQ}{dz}-\frac{dR}{dy}&=\mu\frac{d\alpha}{dt},\\ \frac{dR}{dx}-\frac{dP}{dz}&=\mu\frac{d\beta}{dt},\\ \frac{dP}{dy}-\frac{dQ}{dx}&=\mu\frac{d\gamma}{dt}.\end{aligned}\right\}\qquad \left.\begin{aligned}p&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}-\frac{1}{E^2}\frac{dP}{dt}\right),\\ q&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}-\frac{1}{E^2}\frac{dQ}{dt}\right),\\ r&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}-\frac{1}{E^2}\frac{dR}{dt}\right),\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}P&=\mu\gamma\frac{dy}{dt}-\mu\beta\frac{dz}{dt}+\frac{dF}{dt}-\frac{d\Psi}{dx},\\ Q&=\mu\alpha\frac{dz}{dt}-\mu\gamma\frac{dx}{dt}+\frac{dG}{dt}-\frac{d\Psi}{dy},\\ R&=\mu\beta\frac{dx}{dt}-\mu\alpha\frac{dy}{dt}+\frac{dH}{dt}-\frac{d\Psi}{dz}.\end{aligned}\right\}$$

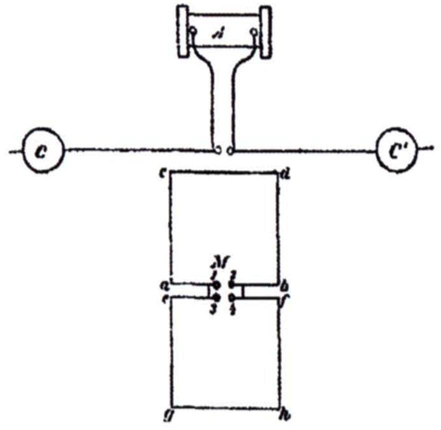
6 De la réalité physique à l'expérience. Ci-contre : les équations de Maxwell sous leur forme originelle (1861). **Ci-dessus :** une représentation graphique d'une onde électromagnétique.

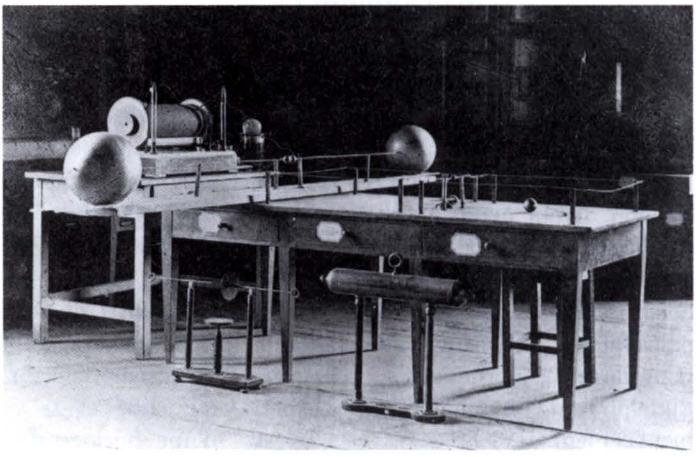
d'expérience de Hertz à l'espace absolu de Newton tout entier, quel élargissement de territoire (Fig. 6 et 7) !

De plus les propriétés de la lumière – objet particulièrement insaisissable, et dont j'ai à peine parlé jusqu'à présent – avaient dérouté pendant deux siècles astronomes et physiciens. La théorie de Maxwell en faisait enfin une réalité physique satisfaisante pour l'esprit, quel progrès !

Mais l'identification de la lumière et des ondes électromagnétiques se heurta en fait à tout un corpus de connaissances qui, vu avec le recul de l'histoire, apparaît aujourd'hui presqu'aussi insatisfaisant qu'un discours aristotélicien. C'était, comme nous allons le voir, une suite de calculs ingénieux qui ne s'assemblaient pas en un tout cohérent – sans correspondance solide donc entre objets mathématiques et phénomènes. Il fallut ainsi dans un premier temps réinterpréter tous ces résultats accumulés en termes de charges électriques, courants, champs électriques et magnétiques. Cette première étape nécessita près de quarante ans...

7 De la réalité physique à l'expérience. À gauche : le schéma expérimental de Hertz (1887). **À droite :** son expérience.





Galilée, Römer et la vitesse de la lumière

Galilée avait tenté de mesurer la vitesse de la lumière: installé de nuit sur une colline, un de ses élèves sur une autre, il découvrait brièvement une lanterne, l'élève découvrait la sienne dès le signal vu, et Galilée évaluait le temps écoulé entre le moment où il avait découvert sa lanterne et celui où il voyait le signal renvoyé par son élève. On sait de nos jours que la lumière parcourt quelque 300 000 km en une seconde... Galilée ne mesura aucun laps de temps et en déduisit sagement que la vitesse de la lumière était sûrement très grande... (*Discorsi*, Première Journée, 1638). (Descartes, lui, affirmait qu'elle se propageait instantanément: « *Cogitat sed errarat* ».)

En 1676, l'astronome Ole Römer, lors de son séjour à Paris comme précepteur du dauphin, en fit la première mesure quantitative: le satellite Io de Jupiter n'obéissait apparemment pas comme il l'aurait dû aux lois de Kepler; ces anomalies étaient d'autant plus importantes que la Terre était éloignée de Jupiter. Römer fit l'hypothèse qu'elles pouvaient s'expliquer par la finitude de la vitesse de la lumière; il put ainsi mettre Io « au pas de Kepler » en conférant à la lumière une vitesse de l'ordre de 215 000 km.s^{-1} (avec les données actuelles sur la taille du système solaire).[2]

Pour écourter la longue histoire de la lumière, je ne m'arrêterai pas sur les idées que les Grecs s'en faisaient et la commencerai avec Newton.

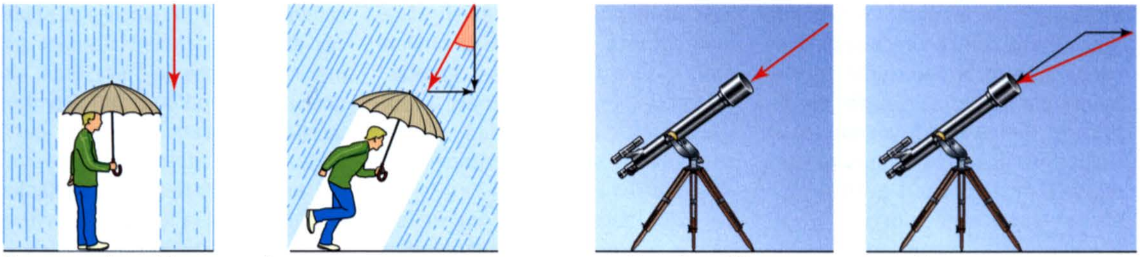
Guidé par de nombreuses expériences effectuées dès ses jeunes années (décrites dans son *Optiks* de 1704), Newton fit l'hypothèse que la lumière était formée de petits corpuscules de masses et de formes diverses, qui se déplacent, tels des paquets de mitraille ou en flot continu, pour former les éclairs de lumière ou les rayons lumineux. Son ingéniosité étant hors du commun, il développa une théorie suffisamment performante pour expliquer les lois de réflexion et de réfraction de Snell et Descartes, arguer que la lumière blanche est un mélange de corpuscules de toutes les couleurs, expliquer aussi les anneaux (dits « de Newton ») que l'on observe lorsque la lumière est réfléchie sur un plan après être passée au travers d'une lentille, etc.

Principe d'inertie oblige: ces grains de lumière se propagent en ligne droite (tant que rien ne leur arrive et si l'on suppose qu'ils échappent à l'attraction universelle), mais à quelle vitesse fut longtemps matière à débats (encadré ci-dessus).

En 1728, James Bradley observa que les étoiles, au lieu d'être fixes, parcouraient en un an un petit cercle dans le ciel, mais dans le sens opposé à ce que donnerait un effet de parallaxe. Il eut l'idée de l'expliquer, non par la position, mais par la *vitesse* de la Terre dans son mouvement autour du Soleil: l'étoile serait bien fixe sur la sphère céleste, le petit cercle ne serait alors qu'une « aberration » – le reflet dans le ciel de l'orbite de la Terre en quelque sorte. Le calcul lui montra en effet que le diamètre angulaire de ce cercle (une ellipse plus exactement), d'une vingtaine de secondes d'arc, dépendait du rapport de la vitesse relative de la Terre et de l'étoile avec celle de la lumière (Fig. 8). Cela le satisfit et, de plus, comme ce petit cercle était le même pour toutes les étoiles, il en déduisit, d'une part, que la lumière traversait les immensités intersidérales avec une inaltérable vitesse et, d'autre part, que la vitesse d'émission de la lumière était la même pour toutes les étoiles, que donc elle ne dépendait pas de la vitesse de la source.

Or il aurait dû en être surpris. On savait en effet, depuis que Edmund Halley l'avait remarqué une dizaine d'années auparavant, que les étoiles ne sont pas vraiment fixes si elles sont suffisamment proches, qu'elles ont donc un mouvement propre. Bradley, tout comme

2. Les mesures actuelles sont si précises que le mètre est maintenant défini comme la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière en 1/299 792 458 seconde.



8 L'anecdote raconte que Bradley eut l'idée de son explication de l'aberration des étoiles en voyant le fanion d'un voilier voguant sur la Tamise changer d'orientation lors des virements de bord. Le dessin ci-dessus illustre la même idée.

Newton mort l'année précédente, concevait la lumière comme formée de petits corpuscules, dont la vitesse par conséquent devait en principe s'additionner avec celle de la Terre *mais aussi* avec celles des étoiles. Il aurait donc dû s'étonner qu'elle ne dépendît point de celles des étoiles ; mais il en resta là, et personne n'épilogua...

En 1810, François Arago a 24 ans et cherche à son tour à mesurer la vitesse de la Terre en faisant passer la lumière en provenance d'une étoile au travers d'un prisme. La théorie newtonienne de la lumière prédisait en effet que l'angle de réfraction devait dépendre de la vitesse des corpuscules à l'entrée du prisme. Or, du fait du mouvement de la Terre, cette vitesse devait varier au cours de l'année et même de la journée mais, malgré la précision de son dispositif expérimental, Arago ne mesure aucune déviation... Non seulement la vitesse de la lumière ne dépendait pas de celle de la source, comme l'avait observé Bradley et comme il l'avait déjà vérifié lui-même quatre ans plus tôt, mais ne dépendait pas non plus de celle du récepteur, c'est-à-dire de son prisme lié à la Terre...

Dérouté par ce résultat, Arago ne le publie pas. Quelques années plus tard, il se lie d'amitié avec son contemporain Augustin Fresnel et lui demande ce qu'il en pense. Or Fresnel est convaincu, comme Huygens au siècle précédent, que la lumière ne doit pas être conçue comme un flot de corpuscules, mais comme une onde.

Huygens, en effet, du vivant même de Newton (en 1678), avait fait l'hypothèse que la lumière était une onde se propageant comme des vagues sur l'eau (Fig. 9) et montré qu'on pouvait ainsi expliquer les lois de réflexion et réfraction tout aussi bien, voire mieux, qu'en la supposant constituée de corpuscules. L'idée avait été écartée par les « newtoniens », mais les expériences d'interférences de Thomas Young au début du XIX^{e} siècle (Fig. 10) puis, peu après, celles de diffraction de Fresnel lui-même avaient remis cette hypothèse ondulatoire sur le devant de la scène.

Fresnel répond finalement à Arago par une lettre publiée par l'Académie en 1818, dans laquelle il propose une explication très ingénieuse du résultat négatif de son expérience, explication que l'on peut résumer ainsi : les ondes lumineuses se propagent dans l'éther ; les prismes entraînent partiellement cet éther, de sorte qu'on ne peut pas détecter leur mouvement autour du Soleil (pour en savoir plus, voir « Fresnel et l'entraînement partiel de l'éther » p. 138).

Pour confirmer cette formule d'entraînement partiel de l'éther, il fallait faire mieux qu'expliquer pourquoi on ne détectait pas un effet auquel on s'attendait ; il fallait monter une expérience qui le mît en évidence.

C'est chose faite trente ans plus tard par Hippolyte Fizeau, qui confirme en 1851 la formule de Fresnel. Son expérience, qui ne fait pas intervenir la vitesse de la Terre, est donc surtout interprétée comme la preuve d'une interaction très spécifique entre l'éther et les milieux transparents. L'expérience de Markus Hoek de 1868 est, elle, plus proche conceptuellement de celle d'Arago, car elle fait intervenir la vitesse de la Terre, qu'elle aurait dû pouvoir mesurer mais ne mesure pas, ce qui implique que le coefficient d'entraînement est bien celui de Fresnel (pour plus de détails sur ces expériences, voir p. 139).

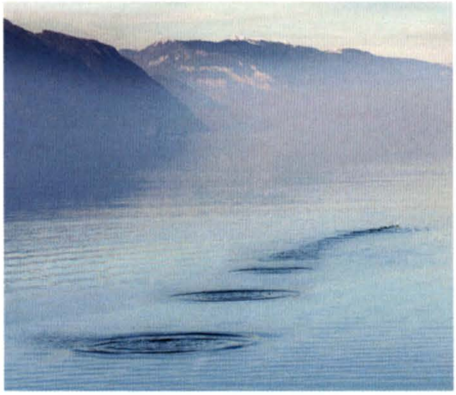
Tout allait donc pour le mieux, même si l'hypothèse de Fresnel ne laissait pas de paraître contournée. Il ne restait plus, croyait-on, qu'à étudier les propriétés de l'éther « luminifère ».

Elles s'avérèrent étonnantes : c'était un solide très rigide, mais qui ne ralentissait pas la marche de la Terre ; la lumière le faisait vibrer transversalement, contrairement au son qui fait vibrer l'air dans le sens de sa propagation, etc. (tout cela d'ailleurs découragea Arago et insupporta Laplace qui ne se rallia jamais à l'hypothèse ondulatoire).

C'est dans ce contexte historique chargé que Maxwell développe sa théorie, en extrait les ondes électromagnétiques et les identifie à la lumière.

Il n'est donc guère étonnant que, bien qu'aucune « réalité physique » assimilable à un quelconque éther n'émerge de ses équations, Maxwell lui-même, ainsi que ses successeurs immédiats, tels Oliver Lodge, Oliver Heaviside ou George FitzGerald, essaient de donner corps à l'« éther maxwellien » et comparent ses propriétés à celui de Fresnel.

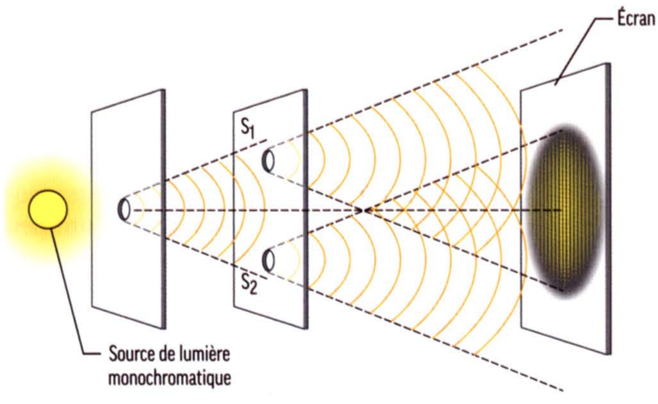
Inutile d'entrer dans les détails, aussi passionnants soient-ils pour l'historien : les physiciens du XIXe siècle (aussi grands furent-ils, tel George Stokes), en cherchant à emprisonner la lumière dans le carcan de l'éther, s'égarèrent là dans des chemins de traverse, comme des Descartes avant eux s'étaient perdus dans des tourbillons. Mais c'est une facilité, bien sûr, d'ironiser avec le recul du temps ; il faut plutôt admirer l'ingéniosité déployée pour saisir cette insaisissable lumière...

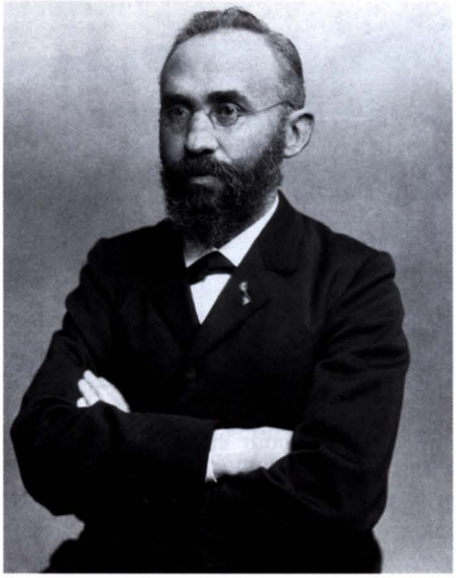


9 La vitesse d'élargissement des ronds dans l'eau ne dépend pas de la vitesse des galet qui les a produits. De même, la vitesse de la lumière dans l'éther ne dépend pas de la vitesse de l'étoile qui l'a émise.

Heureusement, la théorie de Maxwell peu à peu se décante. Lorentz en donne à la fin du siècle la version moderne « microscopique », où la source des champs électriques et magnétiques (ainsi donc que de la lumière) sont des charges élémentaires, appelées « ions » depuis Faraday. Ces ions se déplacent – c'est la signification de « ion » en grec – tout comme la Terre dans l'éther, c'est-à-dire sans en être aucunement gênés. L'éther perd ainsi de sa matérialité pour s'identifier à nouveau, comme du temps de Newton, à l'espace absolu lui-même, c'est-à-dire à l'espace d'Euclide dont les points représentent des objets que l'on postule immobiles, les étoiles lointaines, par exemple. Ainsi, les équations de Maxwell devenues universelles s'écrivent dorénavant, tout comme la loi de Newton de la gravitation, en

10 Expérience des trous d'Young. Les rayons lumineux sont les droites perpendiculaires aux ondulations de la lumière.





11 Hendrick Anton Lorentz (1853-1928).

termes des positions des charges dans le repère absolu de Newton, et non plus dans le repère des laboratoires où elles avaient été établies.

La première étape peut donc être franchie : lumière et ondes électromagnétiques sont désormais clairement identifiées et se propagent dans un éther immobile dans le référentiel absolu des étoiles lointaines. Restait, dans le cadre de cette reformulation de la théorie, à retrouver toutes les propriétés connues de la lumière, en particulier le coefficient d'entraînement de Fresnel. Restait aussi à « faire parler » la théorie de Maxwell pour savoir si elle avait des choses nouvelles à dire sur la propagation de la lumière.

Cette seconde étape rencontra des difficultés inattendues...

Un jeu de cache-cache

En 1905, date symbolique – un peu comme l'an 1592 que nous avions pris comme charnière entre le monde gréco-médiéval et l'ère classique –, Hendrik Anton Lorentz a 52 ans (Fig. 11). Récipiendaire du tout nouveau prix Nobel en 1902 (c'est la seconde fois qu'il est attribué), il est au sommet de sa gloire[3]. Professeur depuis près de trente ans à l'université de Leyde, il est le plus grand expert de l'époque de la théorie de Maxwell de l'électromagnétisme, qu'il a dégagée du plus gros de ses échafaudages et reformulée pour la rendre plus lisible.

Rappelons ce que cette théorie dit : dans un éther que tout apparente au vide et qui est postulé être immobile dans le repère absolu incarné par les étoiles lointaines, des charges électriques élémentaires se meuvent au rythme d'une horloge universelle. Les équations de Maxwell déterminent le champ électromagnétique que chacune d'elles génère ; ce champ se propage sous forme d'ondes lumineuses vers les autres charges et détermine la force (dite « de Lorentz ») qui s'exerce sur elles. De par la loi de Newton « $F = ma$ », cette force détermine en retour le mouvement des charges – bouclant ainsi la boucle[4].

C'est une théorie qui « marche », tourne même à plein régime, prédisant de nombreux nouveaux phénomènes que les ingénieurs exploitent (Guglielmo Marconi, par exemple, invente la télégraphie sans fil en 1899) et que les expérimentateurs vérifient dans leurs laboratoires (*l'effet Zeeman* par exemple, pour lequel Lorentz et Pieter Zeeman partagent le prix Nobel).

Bien sûr tous ces laboratoires sont terrestres...

Or – les astronomes le savent bien ! – la Terre n'est pas immobile par rapport à cet éther dans lequel se propagent les ondes électromagnétiques. Identifié qu'il

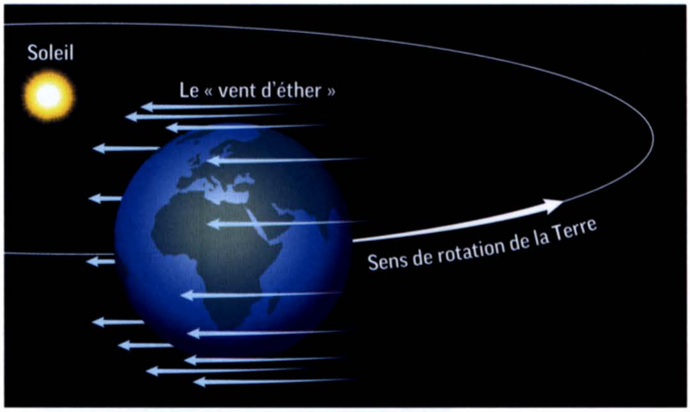
3. 1905 est l'année de la guerre russo-japonaise et de la mutinerie du cuirassé Potemkine ; le *Pelléas et Mélisande* de Schönberg et les *Kindertoten lieder* de Malher sont créés à Vienne, la *Mer* de Debussy à Paris ; *Le partage de midi* de Claudel est joué à Paris, Bernard Shaw triomphe à Londres ; Matisse expose au salon d'automne, Picasso peint le *Garçon à la pipe* ; Rainer Maria Rilke publie *Das Stunden-Buch*...

4. Pour un exposé détaillé de l'électromagnétisme voir, par exemple, Nathalie Deruelle et Jean-Philippe Uzan, *Théories de la Relativité*, livre II, Belin, 2014.

est à l'espace absolu, lui-même assimilé au référentiel où le système solaire est au repos, elle s'y déplace à environ 30 km par seconde, soit au 10 000^e de la vitesse de la lumière. Puisque les équations de Maxwell-Lorentz sont maintenant censées être écrites en termes des positions des charges par rapport au repère absolu, les ingénieurs et expérimentateurs ont-ils le droit de les utiliser en repérant les charges non par rapport aux étoiles lointaines, mais par rapport aux murs de leurs laboratoires ? Ne devraient-ils pas y apporter des corrections (de l'ordre du 10 000^e) tenant compte de la vitesse de la Terre ? Si oui, ces corrections devraient être *mesurables* en laboratoire lors d'expériences suffisamment précises !

Ces questions, maintenant que la théorie est élaguée, en posent une autre, qui revient en force : les laboratoires terrestres, tout comme les barges de la lagune de Venise chères à Galilée (chapitre 3), sont en mouvement quasi rectiligne uniforme dans l'Univers – le temps du moins que durent les expériences d'électromagnétisme. On peut donc les assimiler à des *référentiels inertiels* (une expression tardive, due à Ludwig Lange en 1885). Leur vitesse par rapport à la rive (ici les étoiles lointaines) est bien sûr mesurable lorsque le ciel est dégagé (en observant l'aberration des étoiles au cours de l'année, par exemple) ; mais est-il possible de la mesurer au moyen d'expériences d'optique en laboratoire par « temps de brouillard », c'est-à-dire sans faire appel à l'astronomie ? Oui, si les ingénieurs et expérimentateurs doivent apporter des corrections aux équations de Maxwell ; non, si elles sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels.

La question est d'importance, car Galilée, le fondateur de la physique moderne, l'a décrété avec conviction : la réponse est non, « *il moto è come nullo* », les ingénieurs n'ont pas à s'inquiéter du mouvement uniforme de la Terre, ils n'ont pas à apporter de corrections aux équations de Maxwell, « *finito e basta* ». Une fois de plus, Galilée a raison, mais le *montrer* fut loin d'être une simple affaire !



12 Le « vent d'éther ». Pour les physiciens du XIX^e siècle, la lumière devait se propager dans un milieu (comme le son se propage dans l'air). Ce milieu était considéré comme au repos par rapport aux étoiles lointaines. La Terre se déplaçant à environ 30 km.s^{-1}, il devait donc y régner un « vent d'éther ».

La plupart des physiciens de la fin du XIX^e siècle, y compris Lorentz lui-même, pensent en fait, contrairement à Galilée, que cette détection du mouvement de la Terre est devenue possible car, en quelque sorte, l'espace absolu est « présent » dans les laboratoires, sous forme d'éther, cette subtile substance support de la lumière au travers de laquelle la Terre se déplace. Après tout, la lumière, une onde se propageant dans l'éther, doit bien avoir des points communs avec le son, onde se propageant dans l'air. Or, un pilote peut mesurer la vitesse de son aéroplane par rapport à l'air, pourquoi ne pourrait-il pas, de même, mesurer la vitesse de la Terre (Fig. 12) !

Bien sûr, la lumière est spéciale puisque les expériences d'Arago, de Fizeau ou de Hoek n'ont pu mesurer la vitesse de l'aéroplane-Terre par rapport à l'air-éther... Mais Lorentz, tel un second Fresnel, montre à partir des équations de Maxwell que tout se combine pour que, en fin de compte, la force qui s'exerce sur les charges soit la même dans tous les repères inertiels, en tout cas si les vitesses restent petites par rapport à celle de la lumière. En première approximation donc, les propriétés du mouvement des charges et de propagation des ondes électromagnétiques en laboratoire ne permettent *pas* de détecter le mouvement de la Terre par rapport à l'éther, c'est-à-dire par rapport aux étoiles lointaines : au « premier ordre », le mouvement de la Terre est effectivement « comme rien » ; Galilée et les ingénieurs peuvent être rassurés (pour plus de détails, voir « Principe de relativité, invariance de Galilée et équations de Maxwell » p. 141).

Au tournant du siècle l'affaire se corsa... On pouvait légitimement penser, en effet, que si la vitesse de la Terre par rapport à l'éther avait échappé aux mesures, en accord avec l'interprétation de Lorentz, cela était dû à une compensation fortuite d'effets variés, fort probablement valable pour les petites vitesses seulement. Maxwell lui-même, Lorentz à sa suite, tous s'attendaient donc à ce que des expériences plus fines, mettant en jeu le carré du rapport de la vitesse de la Terre à celle de la lumière (des effets du cent millionième), permettraient de mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport au repère absolu.

Or, Albert Michelson, un grand spécialiste d'interférométrie (ce qui lui valut le prix Nobel de 1907), monta en 1887 avec Edward Morley une expérience capable de mesurer ces effets et... ne détecta rien (voir « L'expérience de Michelson-Morley » p. 141).

C'était à nouveau une déconfiture « à la Arago », mais au carré cette fois !

Lorentz vint à nouveau à la rescousse en proposant une hypothèse ingénieuse : supposons que les charges, soumises dans leur laboratoire au vent d'éther, se contractent dans le sens du mouvement de la Terre d'un facteur bien choisi ; alors, le bras de l'interféromètre de Michelson se contracte aussi et il est normal qu'il n'ait pas pu détecter le mouvement de la Terre. Cette hypothèse (que George FitzGerald avait aussi avancée en 1889) est *a priori* aussi biscornue que celle de l'entraînement de l'éther faite en son temps par Fresnel. En effet, elle revient à dire que les objets (les tout nouveaux électrons, par exemple) sont plus courts lorsqu'on mesure leur longueur d'un référentiel en mouvement. Cela est éventuellement acceptable si l'on peut montrer que ce phénomène est compatible avec le comportement des charges et des champs qu'elles créent, c'est-à-dire compatible avec les équations de Maxwell. En d'autres termes, il faut que la force de Lorentz reste la même dans tous les repères inertiels « au deuxième ordre » et non plus seulement au premier, compte tenu de cette contraction des longueurs. Lorentz réussit à nouveau à le montrer ; Galilée et les ingénieurs sont à nouveau rassurés.

Lorentz est parfaitement conscient de toutes les questions que ses travaux posent : « *Certainement il reste quelque chose d'artificiel à l'échafaudage de nouvelles hypothèses spéciales pour chaque nouveau résultat d'expérience. Il serait bien plus satisfaisant de pouvoir montrer au moyen de certaines hypothèses de base, que beaucoup de processus électromagnétiques sont indépendants du mouvement du système de référence, dans un sens fort, c'est-à-dire sans négliger aucun des membres du plus haut degré.* »

C'est là l'introduction de son article de 1904 qui parachève son œuvre : il y montre en effet de façon exacte, c'est-à-dire sans supposer petite la vitesse de la Terre par rapport à l'éther, que les équations de Maxwell – ou, plus précisément, les propriétés des charges à l'origine des champs électromagnétiques – sont telles que le mouvement de la Terre est indétectable.

Pour réussir ce tour de force, Lorentz a toutefois été conduit à formuler un discours qui pour nous, les « enfants d'Einstein », paraît assez confondant :

• il part des équations de Maxwell, relations entre objets mathématiques qui définissent une « réalité physique » dans le repère absolu (à savoir les vecteurs champs et les vecteurs vitesses des charges, mesurées bien sûr au temps de l'horloge universelle) ;

• il définit alors de nouveaux objets mathématiques, qu'il appelle *états correspondants*, combinaison des anciens et de la vitesse de la Terre, qui dépendent non pas du temps universel et absolu de Newton, mais d'un *temps local* différent du temps « vrai », car il est lié à la position des charges ;

• écrites en termes de ces états correspondants et de ce temps local, les équations de Maxwell et l'expression de la force qui s'exerce sur les charges s'avèrent être les mêmes que les équations de départ (c'est là le tour de force technique) ;

• Lorentz transforme alors états correspondants et temps local en « réalité physique », en décrétant qu'ils doivent être identifiés, pour les uns aux champs électrique et magnétique mesurés en laboratoire et, pour l'autre, *au temps mesuré par une horloge terrestre*.

On se doute que ces développements, élaborés de 1892 à 1904 au fil d'une longue série de travaux, suscitent des débats dans tout le monde savant, mais cette formulation de Lorentz est couronnée de divers succès. Entre autres, et cela emporte l'adhésion, il retrouve le coefficient d'entraînement de Fresnel ; il lui apporte même une correction (dépendant de la longueur d'onde de la lumière) mise en évidence expérimentalement par Zeeman en 1911.

Cela étant, le prix payé, on le voit, est très lourd : il est déjà difficile d'« avaler » qu'une sphère (un électron, par exemple) se transforme en ellipsoïde lorsqu'elle se meut dans l'éther ; mais que dire de ce « temps local » différent du temps universel ? Est-ce une simple astuce mathématique (un bon « changement de variable ») ; est-il mesurable, par qui et comment ?

Un compromis fin de siècle

En 1905, Henri Poincaré (Fig. 13), 51 ans, est l'un des plus grands mathématiciens de son temps, nous l'avons vu. Considéré comme l'un des derniers « savants universels », il s'intéresse aussi à la physique de son époque et suit en particulier de très près les travaux de Lorentz dont il

13 Henri Poincaré (1854-1912) vers 1905.

corrige les imperfections mathématiques – sans en tirer gloire, car, pour lui, ce ne sont que des peccadilles.

Parmi ses toujours très nombreuses activités, il envoie en juillet au Cercle mathématique de Palerme un long article qui résume sa compréhension de la « Dynamique de l'électron », qui sera publié dans les *Rendiconti* en 1906.[5]

C'est dans ce texte majeur qu'il baptise *transformations de Lorentz* les manipulations à effectuer pour faire rentrer l'électromagnétisme dans le cadre newtonien. En mathématicien chevronné qu'il est, il les décortique et en dévoile toutes les propriétés qui en font un tout satisfaisant pour l'esprit : de « bricolage » de physicien, elles accèdent ainsi au noble statut de « groupe d'invariance quadridimensionnel » des équations de Maxwell. Cet article, de plus, ne se limite pas à faire le tour de la question du point de vue mathématique. Pour un mathématicien, en effet, les grandeurs (x, t) et

5. En plus d'une quinzaine de communications en mathématiques pures et géodésie, ainsi que des articles de vulgarisation, Poincaré publie cette année-là le tome 1 de ses *Leçons de mécanique céleste,* ainsi que son ouvrage populaire *La valeur de la Science* ; Poincaré a été un auteur prolifique : sa bibliographie compte plus de 700 titres...

(x', t') qui apparaissent dans les transformations de Lorentz ne sont que des « variables » sans signification autre que « platonicienne ». Poincaré, lui, précise la correspondance entre ces objets mathématiques et le monde des phénomènes, même si ce n'est qu'en passant : « *(x, y, z) sont les coordonnées et t est le temps avant la transformation, (x', y', z') et t' après la transformation* ». Par ailleurs, la vitesse de la lumière apparaissant comme une constante dans les équations, il la pose égale à un, en passant également, pour simplifier ses notations.
La raison pour laquelle Poincaré ne s'appesantit pas sur le fait que t' n'est autre que le « temps local » de Lorentz, sur le fait que ce temps est celui mesuré par des horloges en mouvement et non le temps absolu t, sur le fait que la vitesse de la lumière est une constante universelle est... qu'il en a déjà parlé auparavant.

Étant donné les querelles de priorité que suscite encore la naissance des théories d'Einstein de la relativité, il est, je crois, important de laisser la parole à Poincaré lui-même.
Lors d'une conférence donnée en 1904 à Saint-Louis (Missouri), il avait, par exemple, expliqué comment synchroniser des horloges à l'aide de signaux lumineux et avait conclu que si ces horloges n'étaient pas « fixes », mais en mouvement uniforme, alors : « *Les montres réglées de la sorte ne marqueront donc pas le temps vrai, elles marqueront ce qu'on peut appeler le temps local, de sorte que l'une d'elles retardera sur l'autre.* »[6]
Et il avait poursuivi par : « *Peu importe, puisque nous n'avons aucun moyen de nous en apercevoir. Tous les phénomènes qui se produiront en A par exemple, seront en retard, mais tous le seront également, et l'observateur ne s'en apercevra pas puisque sa montre retarde ; ainsi, comme le veut le principe de relativité, il n'aura aucun moyen de savoir s'il est en repos ou en mouvement absolu.* » (Ibidem.)
Un fil directeur en effet guide la réflexion de Poincaré depuis des années. Il a toujours pensé et soutenu que les théories physiques devaient obéir à certains principes, en particulier le *principe de relativité* (c'est d'ailleurs lui qui forge l'expression, en référence à Newton, mais curieusement, jamais à Galilée), d'après lequel, selon ses propres termes : « *[...] les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes, soit pour un observateur fixe, soit pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme ; de sorte que nous n'avons et ne pouvons avoir aucun moyen de discerner si nous sommes, oui ou non, emportés dans un pareil mouvement.* » (Ibidem.)
On lit de même dans la Note de juin 1905 (Fig. 14) envoyée à l'Académie et qui annonce l'article des *Rendiconti* : « *Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques et électriques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Il n'en est rien [...] Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu de la Terre soit une loi générale de la Nature.* »
Dans l'introduction de l'article lui-même il précise : « *Nous sommes naturellement portés à admettre cette loi, que nous appellerons le Postulat de Relativité et à l'admettre sans restriction. Que ce postulat, jusqu'ici d'accord avec l'expérience, doive être confirmé ou infirmé plus tard par des expériences plus précises, il est en tout cas intéressant de voir quelles en peuvent être les conséquences.* »
Cette confiance dans le principe de relativité ou, plutôt, ce désir de le pousser dans ses derniers retranchements ne sont donc pas nouveaux. Il a écrit à ce sujet de nombreux textes, repris et étoffés dans des livres qui sont des « best-sellers » –

6. In « L'État actuel de la physique mathématique », conférence de Saint-Louis, septembre 1904, publiée dans le *Bulletin des sciences mathématiques*, 2ᵉ série, tome XVIII, décembre 1904, p. 22 (reprise dans *Science et méthode*, Flammarion, 1908).

la *Science et l'hypothèse* en particulier, publié en 1902 (et traduit en allemand en 1904), dans lequel on lit, entre autres, ces passages :

« *[...] On a fait bien des recherches sur l'influence du mouvement de la Terre. Les résultats ont toujours été négatifs. Mais si l'on a entrepris ces expériences, c'est qu'on n'en était pas sûr d'avance, et même, d'après les théories régnantes, la compensation ne serait qu'approchée, et l'on devrait s'attendre à voir des méthodes précises donner des résultats positifs. Je crois qu'une telle espérance est illusoire [...]* » (p. 201) ;

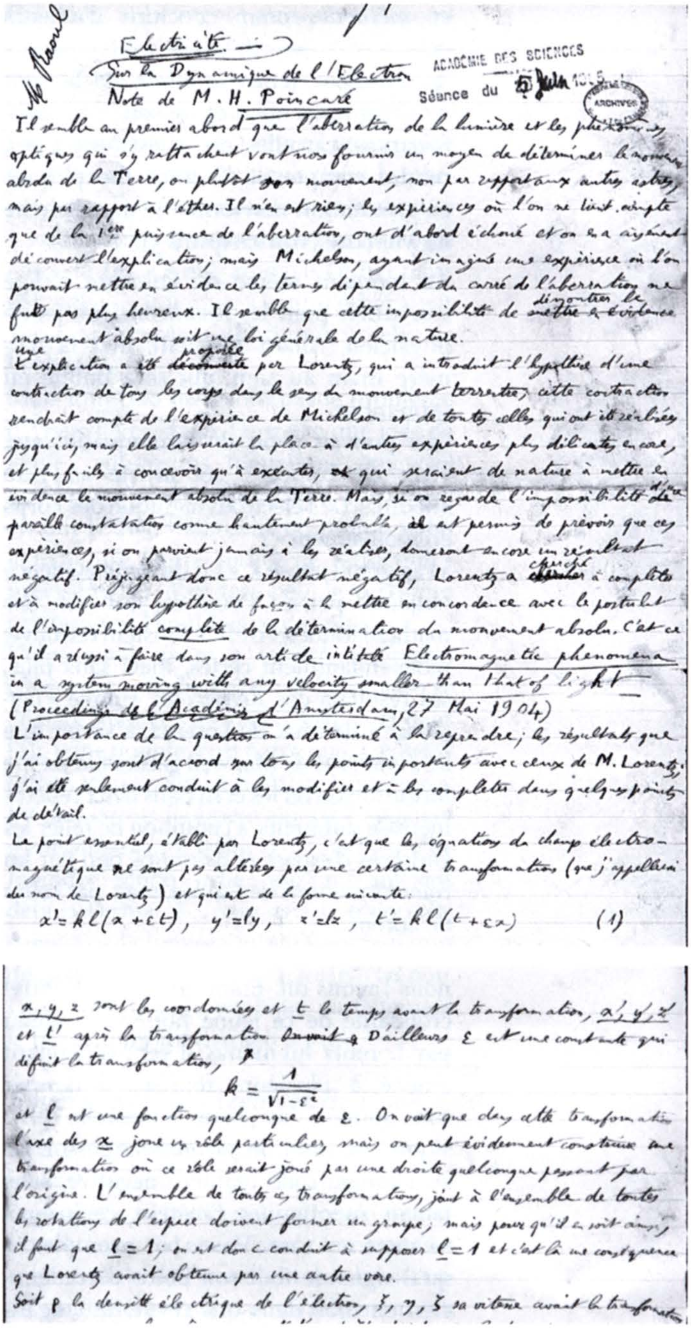
« *Peu nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens ; l'essentiel pour nous c'est que tout se passe comme s'il existait et que cette hypothèse est commode pour l'explication des phénomènes. [...] un jour viendra sans doute où l'éther sera rejeté comme inutile* » (p. 245, repris de la préface de son *Théorie mathématique de la lumière* de 1889) ;

« *[...] L'édifice de l'électrodynamique semble, au moins dans ses grandes lignes définitivement construit ; tout se présente sous l'aspect le plus satisfaisant [...]* » (p. 281).

Son article des *Rendiconti* clôt à ses yeux le débat : ainsi qu'il le dit lors de sa conférence de Saint-Louis, reprise dans la *Valeur de la science* en 1905 : « *Ainsi le principe de relativité a été vaillamment défendu, mais l'énergie même de la défense prouve combien l'attaque était sérieuse.* »

Il va même plus loin, car il préfigure aussi qu'il faudra probablement changer la loi fondamentale de la dynamique de Newton ($F = ma$) pour qu'elle reste la même non pas dans les transformations de Galilée, mais dans celles de Lorentz : « *Peut-être aussi devrons-nous construire toute une mécanique nouvelle que nous ne faisons qu'entrevoir, où, l'inertie croissant avec la vitesse, la vitesse de la lumière deviendrait une limite infranchissable. La mécanique vulgaire, plus simple, resterait une première approximation.* » (ibidem).

Il conclut enfin son mémoire des *Rendiconti* en donnant les conditions que doit satisfaire une théorie de la gravitation qui se réduirait à celle de Newton pour les petites vitesses, mais dont les équations, comme celles de Maxwell, seraient invariantes dans les transformations de Lorentz. Il reprend ces considérations dans son livre de 1908, *Science*



1

Electricité —
Sur la Dynamique de l'Electron
Note de M. H. Poincaré

ACADÉMIE DES SCIENCES Séance du 5 Juin 1905

Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la Terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Il n'en est rien; les expériences où l'on ne tient compte que de la 1ère puissance de l'aberration, ont d'abord échoué et on en a aisément découvert l'explication; mais Michelson, ayant imaginé une expérience où l'on pouvait mettre en évidence les termes dépendant du carré de l'aberration ne fut pas plus heureux. Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature.

Une explication a été proposée par Lorentz, qui a introduit l'hypothèse d'une contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre; cette contraction rendrait compte de l'expérience de Michelson et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici, mais elle laisserait la place à d'autres expériences plus délicates encore, et plus faciles à concevoir qu'à exécuter, qui seraient de nature à mettre en évidence le mouvement absolu de la Terre. Mais, si on regarde l'impossibilité d'une pareille constatation comme hautement probable, il est permis de prévoir que ces expériences, si on parvient jamais à les réaliser, donneront encore un résultat négatif. Préjugeant donc ce résultat négatif, Lorentz a cherché à compléter et à modifier son hypothèse de façon à la mettre en concordance avec le postulat de l'impossibilité complète de la détermination du mouvement absolu. C'est ce qu'il a réussi à faire dans son article intitulé Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light (Proceedings de l'Académie d'Amsterdam, 27 Mai 1904)

L'importance de la question m'a déterminé à la reprendre; les résultats que j'ai obtenus sont d'accord sur tous les points importants avec ceux de M. Lorentz; j'ai été seulement conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail.

Le point essentiel, établi par Lorentz, c'est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation (que j'appellerai du nom de Lorentz) et qui est de la forme suivante:

$$x' = kl(x+\varepsilon t), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = kl(t+\varepsilon x) \qquad (1)$$

x, y, z sont les coordonnées et t le temps avant la transformation, x', y', z' et t' après la transformation. D'ailleurs ε est une constante qui définit la transformation,

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$$

et l est une fonction quelconque de ε. On voit que dans cette transformation l'axe des x joue un rôle particulier, mais on peut évidemment construire une transformation où ce rôle serait joué par une droite quelconque passant par l'origine. L'ensemble de toutes ces transformations, joint à l'ensemble de toutes les rotations de l'espace doivent former un groupe; mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que $l = 1$; on est donc conduit à supposer $l = 1$ et c'est là une conséquence que Lorentz avait obtenue par une autre voie.

Soit ρ la densité électrique de l'électron, ξ, η, ζ sa vitesse avant la transformation

14 Début de la Note publiée dans les *Comptes Rendus de l'Académie* du 6 juin 1905, où Poincaré résume l'article, publié l'année suivante, dans lequel il dévoile toutes les propriétés mathématiques des « transformations de Lorentz ».

et méthode, pour conclure d'ailleurs que toutes les théories « relativistes » du moment (entre guillemets, le mot n'existant pas encore) ne sont pas satisfaisantes, car elles ne réussissent pas à rendre compte de l'avance inexpliquée en gravitation newtonienne du périhélie de Mercure (voir chapitre 5).

Au moment même où Poincaré rédige son article pour les *Rendiconti*, un jeune physicien, Albert Einstein, met la dernière main au sien, qui sera publié en septembre.

Que pouvait avoir de remarquable, aux yeux de Poincaré, cet article au titre anodin, « De l'électrodynamique des corps en mouvement » ?

« Pas grand-chose », a-t-il de toute évidence toujours pensé. Pour ce qui est des mathématiques, en effet, Einstein retrouve, indépendamment certes, mais sans plus, ses résultats des *Rendiconti*, simple « nettoyage » de ceux de Lorentz, à savoir que les équations de Maxwell gardent la même forme lorsqu'on les écrit dans deux repères inertiels différents, à condition de relier les variables d'espace et de temps non par les transformations de Galilée, mais par celles de Lorentz.

En fait pour Poincaré, le sujet est clos, nous l'avons dit. Étant donné la célébrité croissante de ce jeune homme, soutenu par Lorentz lui-même, il sera cependant amené à plusieurs reprises à donner son opinion sur cette « nouvelle physique » en train de prendre son essor. Ce sera toujours de manière négative, sans jamais mentionner Einstein, ce jusqu'à sa mort en 1912. Voici, par exemple, ce qu'il signe de tout son poids d'Académicien en 1908 dans une revue de vulgarisation : « *Les théories nouvelles ne sont pas démontrées, il s'en faut de beaucoup. [...] Supposons qu'elles triomphent ; notre enseignement secondaire courra alors un grand danger : quelques professeurs voudront, sans doute, faire une place aux nouvelles théories. Les nouveautés sont si attrayantes, et il est si dur de ne pas sembler assez avancé ! Au moins, on voudra ouvrir aux enfants des aperçus et, avant de leur enseigner la Mécanique ordinaire, on les avertira qu'elle a fait son temps et qu'elle était bonne tout au plus pour cette vieille ganache de Laplace. [...] [Mais] C'est avec la mécanique ordinaire qu'ils doivent vivre ; c'est la seule qu'ils auront jamais à appliquer ; quels que soient les progrès de l'automobile, nos voitures n'atteindront jamais les vitesses où elle n'est plus vraie. L'autre est un luxe, et l'on ne doit penser au luxe que quand on ne risque plus de nuire au nécessaire.* »

In « La dynamique de l'électron », *Revue générale des sciences pures et appliquée*, 19, 1908.[7]

Pourquoi Poincaré, qui avait toutes les cartes en main, ne s'est-il pas rallié à la voie nouvelle ouverte par Einstein qui fit sortir la physique de l'impasse pour la conduire vers de nouveaux sommets ?

Probablement parce que, de même que Lorentz, il était convaincu que tout cela n'était qu'une question de point de vue, une question sans grande importance de « convention » qui ne méritait pas de changer nos habitudes de pensées. Lors d'une des dernières conférences qu'il donna à Londres en mai 1912 (il mourut en juillet), et qui sera reprise dans son livre posthume *Dernières pensées*, il écrit, avec une certaine lassitude je trouve : « *Quelle va être notre position en face de ces nouvelles conceptions ? Allons-nous être forcés de modifier nos conclusions ? Non certes : nous avions adopté une convention parce qu'elle nous semblait commode, et nous disions que rien ne pourrait nous contraindre à l'abandonner. Aujourd'hui certains physiciens veulent adopter une convention nouvelle. Ce n'est pas qu'ils y soient contraints ; ils jugent cette convention nouvelle plus commode, voilà tout ; et ceux qui ne sont pas de cet avis peuvent légitimement conserver l'ancienne pour ne pas troubler leurs vieilles habitudes. Je crois, entre nous, que c'est ce qu'ils feront encore longtemps.* »

7. Repris la même année dans *Science et méthode*.

Ainsi, l'année 1905 a bien des points communs avec l'an 1592 que nous avions pris comme date charnière entre le monde gréco-médiéval et l'ère classique.
Lorentz, et surtout Poincaré, en ont été les Tycho Brahe. Comme lui, ils avaient tout en main pour franchir le Rubicon, mais ne le firent pas. Le jeune Einstein fut le Galilée, et aussi le Newton du XXᵉ siècle. C'est lui qui bâtit un monde nouveau, qui est aujourd'hui le nôtre.

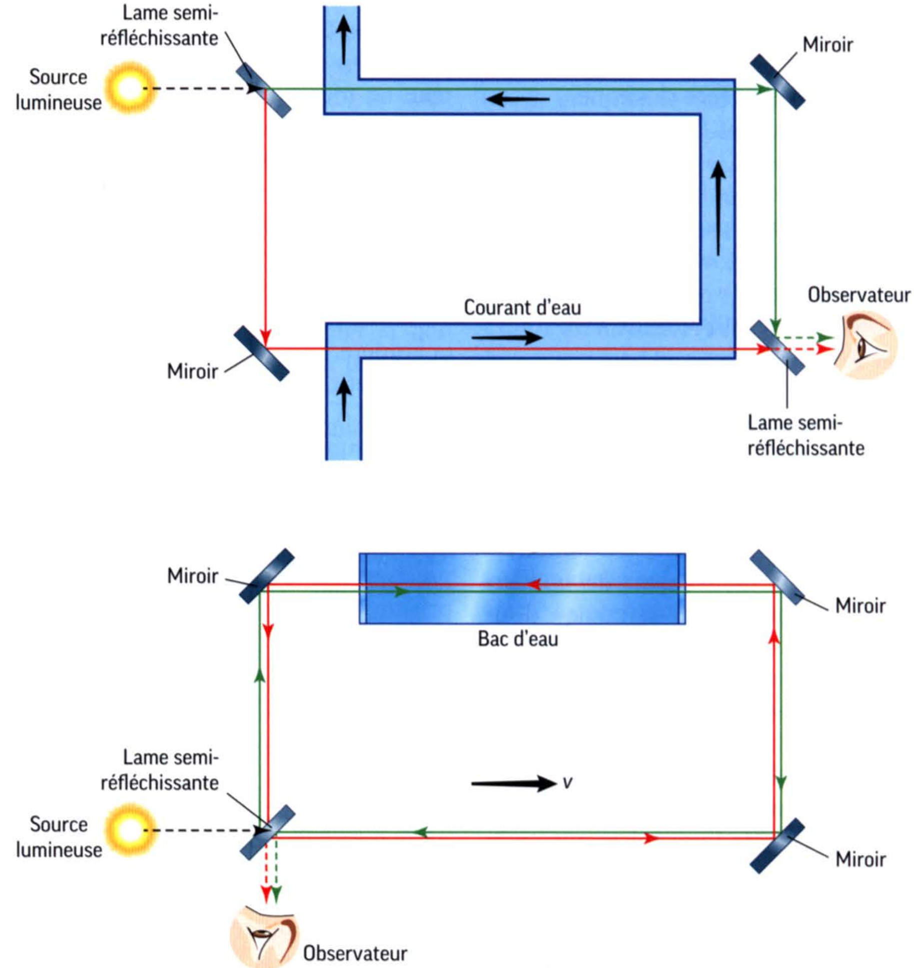
Pour aller plus loin

Fresnel et l'entraînement partiel de l'éther

Arago avait échoué dans ses tentatives de détecter le mouvement de la Terre en mesurant l'angle de réfraction de la lumière en provenance d'étoiles au travers d'un prisme.
Le raisonnement de Fresnel pour expliquer le résultat négatif de l'expérience repose sur le fait que, puisque les ondes sonores, par exemple, sont des vibrations de l'air, alors, si la lumière est une onde, elle *doit* (bien évidemment...) se propager elle aussi dans un milieu, l'éther – ce serpent de mer qui traverse l'histoire de la physique depuis les Grecs, premier épicycle introduit pour faire entrer les ondes lumineuses dans le cadre newtonien.
On ne peut cependant reprocher à Fresnel d'avoir empli à nouveau le vide de cette substance subtile dont les mécaniciens ne parlaient plus (ou peu...) depuis Newton : en l'absence d'une théorie élaborée de la lumière (comme celle à laquelle Maxwell arrivera quarante ans plus tard), l'éther permettait de soutenir l'intuition des physiciens.
Cela posé, Fresnel revient sur les observations de Bradley : la vitesse du son dans l'air est indépendante de celle de la source ; il doit en être de même de la lumière. Si le petit cercle d'aberration est le même pour toutes les étoiles, c'est donc tout à fait normal : la vitesse de la lumière dans l'éther ne dépend pas de la vitesse de l'étoile.
Cela dit... si la vitesse du son ne dépend pas de celle de la source, elle s'additionne en revanche à celle du récepteur, en tout cas si celui-ci ne perturbe pas l'atmosphère et a donc l'impression qu'il y a du vent. Puisque donc le phénomène d'aberration existe, cela signifie – en filant le raisonnement par analogie – que la Terre n'entraîne pas l'éther dans son sillage : il y a un « vent d'éther » sur Terre, sa vitesse s'additionne à celle de la lumière.
Mais tout cela ne résout pas le problème d'Arago ! À ce stade, Fresnel a une idée de génie : supposons (deuxième épicycle) que les corps en mouvement *entraînent* en fait l'éther, mais plus ou moins selon leur nature (leur « indice de réfraction » précisément) : l'air très peu, le verre des prismes (ou l'eau) beaucoup plus...
L'idée aurait prêté à sourire si Fresnel n'avait pu *calculer* l'effet : si la lumière se déplace moins vite dans l'eau que dans l'air, par exemple, c'est parce que, argue-t-il, l'éther, tel un solide d'élasticité constante, y est plus dense. Il obtient alors le coefficient d'entraînement à partir d'un « principe de moindre action » cher aux mécaniciens depuis Fermat, à savoir que la trajectoire suivie par la lumière minimise son temps de parcours, que la Terre se meuve ou non. Le résultat obtenu explique parfaitement le résultat négatif d'Arago.

Expériences de Fizeau et de Hoek

Soit c_1 la vitesse de la lumière dans le laboratoire ; sa vitesse dans de l'eau au repos est c_1/n où n est l'indice de réfraction de l'eau. Si l'eau s'écoule à une vitesse v, la formule de Fresnel dit que la vitesse de la lumière n'est pas simplement c_1/n (ce qui serait le cas si l'éther n'était pas entraîné), mais, pour les petites vitesses, $c_1/n + v(1 - 1/n^2) + \dots$
Dans l'expérience de Fizeau (Fig. 15, en haut), de l'eau circule dans un tube en « U » ; deux faisceaux lumineux le parcourent, l'un dans le sens du courant, l'autre dans le sens opposé, et interfèrent en ressortant ; la position de la



15 Principe des expériences de Fizeau (en haut) **et de Hoek** (en bas).

figure d'interférence dépend du facteur $v(1 - 1/n^2)$, mesurable si on fait varier v. Dans l'expérience de Hoek (Fig. 15, en bas), la lumière traverse un bac d'eau au repos placé sur l'un des deux bras de l'interféromètre. La différence du temps de parcours entre les deux faisceaux vaut, V étant la vitesse de la Terre : $\Delta t = (2LV/c^2)[1 + (\alpha - 1)n^2]$ qui est nulle si le coefficient d'entraînement est celui de Fresnel, $\alpha = 1 - 1/n^2$. Faire pivoter l'appareil de 180° ne modifie alors pas la figure d'interférence.

Les équations de Maxwell-Hertz-Lorentz

Les équations de Maxwell sous leur forme moderne (dite parfois de Hertz-Lorentz) s'écrivent selon :

$$\nabla.\boldsymbol{B} = 0 \; ; \; \nabla \wedge \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \; ; \; \nabla.\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \; ;$$

$$\nabla \wedge \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \; ; \; \boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$$

Pour un mathématicien, les symboles qui figurent dans ces équations sont des vecteurs, des opérateurs différentiels ou des paramètres avec lesquels il peut jongler pour « faire parler » la théorie. Pour un physicien, ils évoquent aussi des *observables*, c'est-à-dire des grandeurs mesurables expérimentalement : $\boldsymbol{v}$ est la vitesse de la charge q soumise aux champs électrique et magnétique $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$, ρ et $\boldsymbol{j}$ sont les densités de charge et de courant créant $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$, ε_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité du milieu. Les équations (de Maxwell) permettent de calculer les champs créés par des charges et des courants ; la force $\boldsymbol{F}$, dite de Lorentz, permet de prédire le mouvement d'une charge q dans ce champ.

On remarque « au passage » que les équations de Maxwell, contrairement à celles de Newton, sont des équations aux *dérivées partielles* ($\partial B/\partial t$ signifiant que la variation du champ magnétique B au cours du temps est prise en un point donné de l'espace ; l'opérateur gradient ∇ mesurant la variation d'une grandeur dans les trois directions d'espace à un instant donné). Mais, contrairement à Newton, Maxwell n'eut pas à agrandir la « maison des mathématiques » pour découvrir les propriétés de ses équations. Les mécaniciens qui l'avaient précédé l'avaient fait pour lui : Euler, Lagrange, D'Alembert, Laplace, Monge, Cauchy, Jacobi...

De ces équations, Maxwell fit jaillir la lumière.

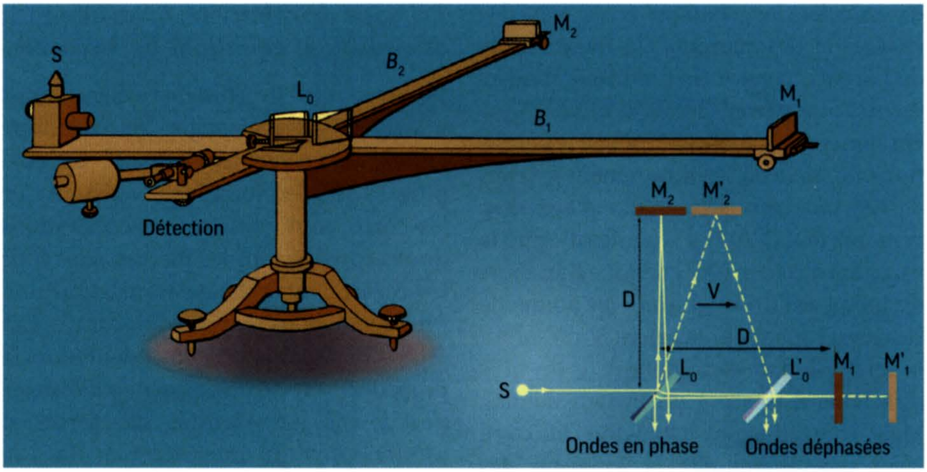
La traduction de la loi d'Ampère est la quatrième équation ci-dessus, tronquée de son dernier terme ($\nabla \wedge \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j}$) ; Maxwell y ajouta un terme nouveau (le « courant de déplacement » $\varepsilon_o\mu_o$ ($\partial \boldsymbol{E}/\partial t$) dont la nécessité est comprise de nos jours par le fait qu'il garantit la « conservation de la charge », à savoir que la diminution du nombre de charges dans un volume donné est compensée par le nombre de celles qui en sont sorties, soit $\partial\rho/\partial t + \nabla\boldsymbol{j} = 0$; or ce terme supplémentaire permet de déduire des équations (après les avoir fait un peu « parler ») que les vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$, c'est-à-dire les champs de Faraday, perpendiculaires l'un à l'autre, peuvent osciller et se propager dans l'espace, un peu comme des ondes à la surface de l'eau. La vitesse de propagation de cet objet nouveau de la réalité physique, les « ondes électromagnétiques », est $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; ε_o et μ_o sont mesurables et, comme Maxwell le découvrit, sont telles que, en dehors de la matière, c'est-à-dire dans le vide, $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c$, où c vaut environ 300 000 km.s^{-1}, soit la vitesse de la lumière. Les ondes électromagnétiques *sont* donc la lumière.

Principe de relativité, invariance de Galilée et équations de Maxwell

Transcrit dans le cadre de l'espace-temps newtonien, le principe de relativité impose, nous en avons parlé au chapitre 4, que les forces qui agissent sur les corps, tout comme les accélérations de ces corps, soient les mêmes dans tous les repères inertiels, en translation uniforme les uns par rapport aux autres. Ces forces et accélérations possèdent alors la propriété dite d'*invariance galiléenne* ; c'est le cas, par exemple, des forces et accélérations qui interviennent dans la loi newtonienne de la gravitation en $1/r^2$. Si toutes les forces, y compris électromagnétiques, satisfont à cette propriété d'invariance et sont donc les mêmes dans tous les repères inertiels, il est alors impossible, comme le voulait Galilée, de savoir – parmi tous ces repères où les lois de la physique newtonienne sont les mêmes – lequel est le repère absolument immobile de Newton – qui reste alors dans les limbes, sauf à l'identifier arbitrairement, comme Newton lui-même le fit, au système solaire et les étoiles lointaines. Pour montrer, dans le cadre de la physique classique, que le mouvement de la Terre par rapport à l'éther ne peut pas être détecté par des expériences d'optique menées en laboratoire, il faut donc montrer que les équations de Maxwell-Lorentz sont, tout comme la force en $1/r^2$, *invariantes de Galilée.*

Que l'entreprise *a priori* ne soit pas simple se lit, par exemple, sur l'expression de la *force de Lorentz* qui s'exerce sur une charge électrique, $\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$: elle n'est pas du type $1/r^2$ car elle met en jeu les vitesses $\boldsymbol{v}$ des charges électriques par rapport à l'éther. Or ces vitesses ne sont pas les mêmes dans un repère en mouvement ($\boldsymbol{v} \rightarrow \boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}$) ; comment faire pour que la force, elle, reste la même ?

Lorentz et Poincaré montrèrent, avec difficulté, que cela était possible, l'un *nolens volens*, l'autre convaincu que cela devait être, mais au prix d'une « gymnastique »



16 L'expérience de Michelson-Morley. Dans la partie droite sont représentés les trajets lumineux dans le cas où le dispositif est immobile par rapport à l'éther (traits pleins) et dans le cas où il se déplace à une vitesse v dans le même sens que le bras B_1.

dont on peut, à raison, questionner le sens et que nous explorons plus loin (voir « Les transformations de Lorentz » ci-dessous).

L'expérience de Michelson-Morley

Dans le référentiel du laboratoire, la vitesse de la lumière, donnée par la physique classique, est $\boldsymbol{c}_L = \boldsymbol{c} - \boldsymbol{v}_T$ où $\boldsymbol{c}$ est sa vitesse par rapport à l'éther (supposé au repos dans le référentiel du système solaire) et $\boldsymbol{v}_T$ la vitesse orbitale de la Terre. Considérons un interféromètre dont un des bras, de longueur l, est parallèle à $\boldsymbol{v}_T$ (pour simplifier l'exposé). Le long de ce bras, le temps que met la lumière pour faire un aller-retour est :

$$T_1 = l/(c - v_T) + l/(c + v_T) = 2lc/(c^2 - v_T^2).$$

Le long de l'autre bras, perpendiculaire au premier, on a $\boldsymbol{c}_L = \boldsymbol{c} - \boldsymbol{v}_T$ où $\boldsymbol{v}_T$ est orthogonal à $\boldsymbol{c}_L$ (et donc $\boldsymbol{c}.\boldsymbol{v}_T = v_T^2$), de sorte que $c_L = \sqrt{c^2 - v_T^2}$; ainsi le temps d'aller-retour est[8] $T_2 = 2l/\sqrt{c^2 - v_T^2}$.

Donc $T_1 - T_2 \approx (l/c)/(v_T^2/c^2)$. Lorsqu'on fait tourner l'interféromètre de 90°, les bras sont interchangés (sauf s'il leur arrive quelque chose !) et la différence de marche double,

8. Et non $T_2 = 2l/c$, une erreur de Michelson (qui augmente l'effet d'un facteur 2) qui invalida sa première expérience effectuée à Potsdam en 1881. L'erreur fut corrigée par Alfred Potier (professeur à l'École polytechnique, qui eut Henri Poincaré comme élève), puis par Lorentz, ce qui incita Michelson à refaire l'expérience avec Morley en 1887, à Cleveland cette fois, et avec une précision dix fois supérieure.

d'où un déplacement attendu Δi de la figure d'interférence de $\Delta i/i \approx (2l/\lambda)(v_T^2/c^2)$ où i est l'interfrange, soit $\Delta i/i \approx 0{,}4$ pour $l \approx 10$ m, $\lambda \approx 0{,}5$ µm et $v_T/c \approx 10^{-4}$.

Aucun déplacement des franges ne fut observé.

Il arrive donc « quelque chose » aux bras de l'interféromètre durant leur rotation : la contraction des longueurs postulée par Lorentz et FitzGerald…

Les transformations de Lorentz

La force de Lorentz, $\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$, dépend de la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la charge par rapport à l'éther, c'est-à-dire par rapport aux étoiles fixes. Dans un autre repère, celui de la Terre par exemple, cette vitesse est, d'après la physique classique de Newton, diminuée d'environ 30 km.s^{-1} et la force n'est *a priori* plus la même (car $\boldsymbol{v} \to \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}$), du moins si les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$, tout comme la force en $1/r^2$ de la gravitation, sont les mêmes dans tous les repères inertiels. Mais il n'en est rien. En effet, les champs électrique et magnétique $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ sont différents dans deux repères différents : une charge immobile, par exemple, crée un champ électrique (celui de Coulomb), mais un observateur en mouvement par rapport à elle détectera *aussi* un champ magnétique (c'est l'effet découvert par Œrsted). Précisément on a : $\boldsymbol{E} \to \boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + \boldsymbol{V} \wedge \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{B} \to \boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B}$. On a bien alors que la force $\boldsymbol{F}$ est inchangée par la transformation, car on voit que $\boldsymbol{E}' + \boldsymbol{v}' \wedge \boldsymbol{B}' = \boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B}$.

Bien sûr, montrer cela ne suffit pas : il faut que les équations de Maxwell (qui déterminent les champs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$) autorisent ces transformations des champs. Or elles l'interdisent : écrites en termes de $\boldsymbol{E}'$ et $\boldsymbol{B}'$, elles n'ont *pas* la même forme qu'écrites en termes de $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$.

Pour comprendre ce que fit Lorentz dans son article de 1904 pour résoudre le problème, reprenons ce que nous avons vu au chapitre 4 sur les transformations de Galilée.

Si OP = $x(t)$ est la trajectoire d'un point matériel (une charge, par exemple) dans un repère inertiel S (l'éther, par exemple), l'accélération de ce point matériel est, par définition : $a = \mathrm{d}^2x(t)/\mathrm{d}t^2$ où t est le temps de l'horloge universelle. Dans un autre inertiel S' (la Terre, par exemple), dont l'origine O' se déplace à la vitesse constante V par rapport à S le long de l'axe des x, de sorte que OO' = Vt, la trajectoire du point est O'P = OO' + OP = $x'(t)$, soit (voir chapitre 4, Fig. 13) :

$$x'(t) = x(t) - Vt.$$

Cette relation entre les trajectoires d'un objet par rapport à deux repères inertiels différents est la transformation de Galilée. On obtient alors que l'accélération dans S', $a' = \mathrm{d}^2x'(t)/\mathrm{d}t^2$ est égale à a car $\mathrm{d}^2(\mathrm{OO'})\mathrm{d}t^2 = 0$. Et si les forces sont les mêmes dans S et S' (comme la loi en $1/r^2$, par exemple), alors il est impossible de savoir si l'un d'eux est absolument immobile.

Pour réconcilier les équations de Maxwell et la force associée, Lorentz fut amené à modifier la transformation de Galilée de la manière suivante (après corrections par Poincaré) :

$$x'(t) = \frac{x(t) - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad \text{et} \quad t'(t) = \frac{t - Vx(t)/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Ce sont là les célèbres transformations de Lorentz (qui se réduisent à celles de Galilée pour les petites vitesses), qui laissent invariantes les équations de Maxwell-Lorentz lorsqu'on passe d'un repère inertiel à un autre. C'est un bon exercice de le vérifier, qui fait toucher du doigt l'aspect artificiel (ou miraculeux, comme on voudra) de tout ce bricolage ! (Pour le faire il faut aussi transformer les champs électrique et magnétique selon :

$$E_x' = E_x \,;\; E_y' = \frac{E_y - VB_z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \,;\; E_z' = \frac{E_z + VB_y}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \,;$$

$$B_x' = B_x \,;\; B_y' = \frac{B_y + VE_z/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \,;\; B_z' = \frac{B_z - VE_y/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \,;$$

il faut enfin corriger la loi de Newton $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ en $\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m\boldsymbol{v}/\sqrt{1 - v^2/c^2}\right)$, ce qui conduisit Lorentz à introduire des masses variables : $m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$; pour plus de détails voir, par exemple, *Théories de la Relativité*, op. cit.)

Ces équations nous disent qu'une règle de longueur L dans le repère S, dont les extrémités ont donc comme trajectoires $x_1(t) = 0$, $x_2(t) = L$ dans S et $x_1'(t) = -Vt'$, $x_2'(t') = -Vt' + L\sqrt{1 - V^2/c^2}$ dans S', aura dans S' une longueur $L' = x_2'(t') - x_1'(t') = L\sqrt{1 - V^2/c^2}$.

C'est le phénomène de contraction des longueurs. La seconde équation définit ce que Lorentz appela le temps local t' qui, pour un objet immobile dans S ($x(t) = 0$) est « dilaté » dans S' : en d'autres termes, dans le référentiel dans lequel on voit la règle défiler sous nos yeux, ce temps local, au statut mal défini, s'écoule plus lentement que le temps de l'horloge universelle.

CHAPITRE 7

Le siècle d'Einstein, 1905

En 1905, Einstein, en faisant l'hypothèse que rattraper la lumière est impossible, remit la physique sur ses rails. Espace rigide et temps universel disparurent, une nouvelle réalité émergea, celle d'un espace-temps absolu dégagé de sa gangue newtonienne, dont une quatrième dimension est le temps et où la durée des phénomènes dépend du mouvement de qui les observe.

◄ Einstein en bateau, ou la barge de Galilée revisitée.

Fiat lux

En 1905, Albert Einstein a 26 ans (Fig. 1). Diplômé depuis cinq ans du Polytechnikum de Zurich où il a reçu une solide formation, il est alors employé au bureau des brevets de Berne, ce qui, dit-il, lui laisse du temps pour travailler. Il a déjà publié cinq articles dans la prestigieuse revue *Annalen der Physik* – même s'il trouve que les deux premiers ne valent rien. Il n'est donc pas complètement inconnu (contrairement à ce qu'on lit parfois), mais c'est néanmoins un chercheur encore en thèse qui se révèle au monde cette année-là (il obtiendra son premier poste universitaire quatre ans plus tard, à Zurich).

J'ai déjà évoqué l'article qu'il achève en juin et publie en septembre, « De l'électrodynamique des corps en mouvement », pour dire qu'il n'avait visiblement guère impressionné Poincaré (voir chapitre précédent). Lorentz lui aussi, bien qu'admiratif, se demandait ce qu'il y avait de vraiment neuf là-dedans (il écrit par exemple, dans l'édition de 1916 de son livre *The theory of electrons*, que, même s'il reconnaît l'« *aspect fascinant de son point de départ, la grande différence [avec ma théorie] est qu'Einstein postule simplement ce que je déduis* »).

1 Albert Einstein (1879-1955), vers 1905.

Pourtant, c'est cet article d'Einstein, où il fonde ce qui sera plus tard appelé la relativité restreinte, et non ceux de Lorentz ou Poincaré, qui a bouleversé la physique. Pourquoi ?

Einstein débute son texte en élevant au niveau de postulat le principe de relativité – à savoir que toutes les lois de la physique restent inchangées lorsqu'on passe d'un laboratoire à un autre en translation uniforme par rapport au premier – et il en pose un second, à savoir que la vitesse de la lumière est une constante universelle, la même dans tous ces repères.

« Quoi de neuf ? » demanderait Poincaré. Ce qui est neuf, c'est qu'Einstein inverse le point de vue de ses prédécesseurs et pose comme hypothèses ce qui étaient leurs conclusions (comme le dit d'ailleurs Lorentz). Et cela fait toute la différence.

En effet, si l'on prend comme point de départ que la vitesse de la lumière est invariable, cela implique immédiatement que la loi d'addition des vitesses, appliquée les yeux fermés depuis toujours, est fausse : si la barge de Galilée avance à $10\,\mathrm{km.h^{-1}}$ par rapport à la rive et si le passager marche sur le pont à la vitesse c de la lumière (admettons !), sa vitesse par rapport à la rive n'est *pas* c plus $10\,\mathrm{km.h^{-1}}$ car cela est contraire au postulat. Par conséquent, si sa vitesse sur le pont n'est que de, disons, $5\,\mathrm{km.h^{-1}}$, sa vitesse par rapport à la rive ne sera pas non plus $10 + 5 = 15\,\mathrm{km.h^{-1}}$ (pas tout à fait en tout cas).

Qu'est-ce donc qui ne va pas dans cette loi d'addition des vitesses, si bien assimilée depuis trois siècles qu'on ne la questionnait plus ? Einstein nous l'explique en nous rappelant de manière opérationnelle comment, dans la pratique, on *mesure* une vitesse.

La vitesse de la barge par rapport à la rive (voir chapitre 4 et Fig. 2 ci-contre ; Einstein, lui, parle plutôt de trains) s'évalue à l'aide d'horloges régulièrement espacées sur la berge, disons tous les kilomètres. Si la barge met 6 minutes pour aller d'une horloge à l'autre, sa

Annus mirabilis

En 1905, Einstein publie quatre articles dans les *Annalen der Physik*: un premier, soumis le 18 mars, intitulé « Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière »; un deuxième le 11 mai, « Sur le mouvement de petites particules en suspension dans un liquide immobile, comme requis par la théorie cinétique moléculaire de la chaleur »; un troisième le 30 juin, « De l'électrodynamique des corps en mouvement », et le dernier le 21 novembre, « L'inertie d'un corps dépend-elle de l'énergie qu'il contient ? ».

Dans le premier article, inspiré par l'hypothèse de « quantum » d'énergie avancée par Max Planck en 1900, il réinvente la notion de corpuscules lumineux (qui prendront plus tard le nom de « photons ») et explique ainsi les propriétés de l'effet dit « photo-électrique », à savoir l'éjection d'électrons d'une plaque métallique éclairée par de la lumière de fréquence suffisamment élevée -un phénomène observé dès 1839 par le patriarche d'une dynastie, Antoine Becquerel, et étudié par Hertz en 1887. C'est ce résultat qui vaudra en 1922 à Einstein le prix Nobel de 1921. Cela fait de lui l'un des fondateurs de la physique quantique, née en 1900 avec l'hypothèse de Planck pour expliquer les propriétés du rayonnement des « corps noirs » (c'est-à-dire, en bref, de la chaleur « micro-onde » dégagée par les fours), propriétés inexplicables dans le cadre de la théorie de Maxwell. Le rôle joué par Einstein dans le développement, ainsi que l'interprétation de la physique quantique a été essentiel. Je n'en parlerai pas du tout dans ce livre.

Dans le deuxième article, il s'intéresse au mouvement erratique des particules dans un liquide -dit « brownien », du nom de Robert Brown qui l'avait observé un siècle plus tôt- qu'il explique comme une marche au hasard dans un environnement de molécules en mouvement contre lesquelles la particule se heurte. La formule qu'il obtient donnant la taille typique des sauts effectués par la particule sera vérifiée expérimentalement par Jean Perrin en 1908, ce qui confortera l'hypothèse de l'existence des atomes et vaudra à Perrin le prix Nobel en 1926.

Mais, on s'en doute, c'est l'article de juin (publié en septembre) qui va nous occuper ici -celui de novembre aussi, car c'est là qu'apparaît la formule la plus célèbre de la physique: $E = mc^2$.

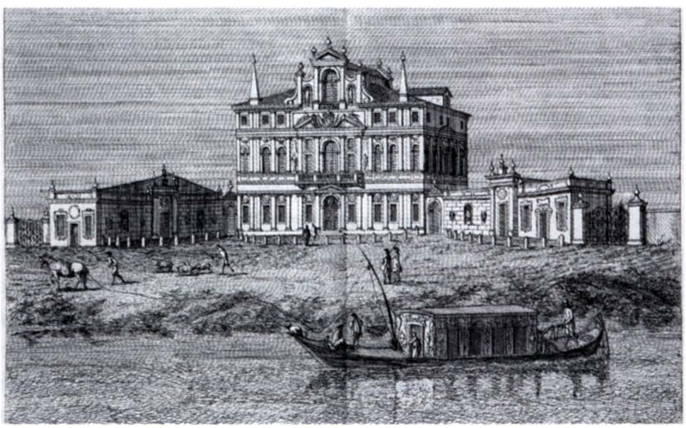
vitesse est de 10 km.h^{-1}; en d'autres termes, la distance entre l'embarcadère et la barge (son mât, par exemple) est: 1 km au bout de 6 min, 2 km au bout de 12 min, etc., soit $X = Vt$ où X est la position du mât à l'instant t des horloges de la rive et $V = 10$ km.h^{-1} sa vitesse. « *So far, so good.* »

La vitesse du passager sur le pont se mesure de même, à l'aide d'horloges disposées sur la barge; s'il a avancé de 500 mètres – c'est une grande barge – en 6 minutes, alors sa vitesse est de 5 km.h^{-1}. Si donc x' est sa position par rapport au mât à l'instant t des horloges du pont et v' sa vitesse, alors $x' = v't$. « *Zehr gut ? Zehr gut.* »

La position du passager par rapport à la rive est donc au bout de 6 minutes: 1 km + 500 m = 1 500 m (soit $x = x' + X = v't + Vt$; voir chapitre 4, Fig. 13), et sa vitesse par rapport à la rive est la somme de sa vitesse par rapport à la barge et de celle de la barge par rapport à la rive: 5 + 10 = 15 km.h^{-1} ($v = v' + V$).

Tout cela a l'air si simple qu'on se demande pourquoi entrer dans de tels détails... mais ! Mais tout cela ne vaut que si le temps « t » sur la rive et sur la barge est le même, c'est-à-dire à condition que les horloges sur la rive et sur la barge (toutes identiques et de bonne qualité) donnent la même heure –auquel cas, d'ailleurs, n'importe quelle montre, y compris celle du passager, fait l'affaire.

2 Le « burchiello » sur les eaux du Brenta, gravure du XVIII^{e} siècle par Gianfranco Costa. La « transformation de Lorentz » permet de relier la position x' d'un promeneur sur une barge à sa position x par rapport à la rive... lorsque la vitesse de la lumière est une constante universelle.



Or, puisque nous avons décidé que les vitesses ne s'additionnent pas – et que nous ne questionnons pas (pour l'heure...) la façon de mesurer les distances – cela veut dire que les horloges, celles sur la rive d'une part et celles sur la barge d'autre part, ne marquent *pas* le même temps : le temps, contrairement à ce que Newton avait décrété, n'est *pas* universel ; il dépend du mouvement relatif des horloges. Et il ne s'agit pas ici d'un temps « local » au statut ambigu ; il s'agit du temps « *pur et simple* », comme le dira Einstein plus tard, mesuré par l'avance des aiguilles de montres bien réelles !

Einstein cherche alors quelle est la loi de passage d'un repère inertiel à un autre, c'est-à-dire la relation entre la position du promeneur sur la barge et sa position par rapport à la rive, qui respecte les deux postulats qu'il a posés. Au lieu de la transformation de Galilée $x = x' + Vt$ d'où découle la loi d'addition des vitesses que nous avons obtenue plus haut ($v = v' + V$), il trouve une solution, unique : celle de Lorentz – qui donne $v = \frac{v' + V}{1 + v'V / c^2}$ où la vitesse v est mesurée au temps t des horloges de la rive, v' au temps t' des horloges de la barge et où c est la vitesse de la lumière (pour plus de détails voir p. 155).

Einstein trouve ces lois de transformation indépendamment de Lorentz (dont il ne connaît pas le mémoire de 1904) et de Poincaré (dont il n'a lu que la *Science et l'hypothèse*). Le calcul ne fait pas appel à des mathématiques très sophistiquées, mais n'est pas une trivialité non plus car il nécessite une analyse fine de la synchronisation d'horloges en mouvement relatif à l'aide de signaux lumineux (les seuls dont la vitesse ne dépend pas du repère, c'est pour cette raison que « petit c » apparaît dans la formule) – et si Poincaré ne fait aucun commentaire, Lorentz, lui, louera ouvertement la prouesse effectuée.

Einstein peut alors déduire des formules obtenues le phénomène de contraction des longueurs : les distances sont mesurées sur la rive, d'une part, ou sur la barge, d'autre part, à l'aide du théorème de Pythagore (que l'on ne questionne pas pour l'instant), mais une distance qui, mesurée sur la rive, vaut L sera plus courte si elle est mesurée de la barge à l'aide de signaux lumineux (et vice versa) : $L' = L\sqrt{1 - V^2 / c^2}$.

Einstein déduit aussi des formules la dilatation du temps : « *Si en A,* écrit-il, *il y a deux horloges synchronisées et si nous déplaçons l'une d'elles [...] selon une courbe fermée qui revient en A, [...] alors à son arrivée en A elle retardera sur l'horloge immobile* ». C'est là, avant l'heure, ce que Paul Langevin appellera le « paradoxe des jumeaux », un phénomène vérifié maintenant chaque jour dans les accélérateurs de particules et les satellites : la durée d'un quelconque périple est plus courte à la montre de Bob le voyageur qu'à celle d'Alice la sédentaire.

Ce qui est remarquable, ce n'est pas tant d'avoir trouvé des résultats connus de Lorentz et de Poincaré, c'est de les obtenir sans mentionner les équations de Maxwell. Ils ne sont plus la conséquence d'interactions compliquées entre électrons et éther, ni une propriété curieuse de la structure de la théorie, ils découlent dorénavant de la seule représentation mathématique de l'espace et du temps déduite de deux postulats clairement énoncés. Quelle bouffée d'air !

Ce n'est d'ailleurs qu'une fois les transformations de Lorentz établies qu'Einstein montre que les équations de Maxwell sont bien les mêmes dans deux repères inertiels différents. Enfin, parmi les « exercices d'application » qui concluent son article, il retrouve et généralise à n'importe quelle vitesse, aussi proche soit-elle de celle de la lumière, les formules d'aberration de Bradley et les effets dits Doppler.

L'espace et le temps désanctuarisés

Le renversement de point de vue effectué par Einstein dans son article de 1905 met en lumière ce qui manquait aux analyses de ses prédécesseurs.

Une théorie physique (c'est du moins l'idée que j'essaie de défendre dans ce livre) est un objet mathématique dont les éléments – par exemple les sphères d'Euclide ou les vecteurs de Hamilton – créent une « réalité physique », c'est-à-dire des grandeurs identifiées à des phénomènes – par exemple, les astres identifiés à des sphères ou la gravitation et l'électricité identifiées à des vecteurs forces ou champs.

Parmi les éléments mathématiques qui apparaissent dans les théories, il en est cependant certains qui étaient jusqu'à Einstein considérés comme à part. Notés en général x, y, z et t, ils ne sont pour les géomètres-analystes depuis Descartes que de simples « variables » : en changeant de valeur, ils nous disent comment des vecteurs, par exemple, évoluent le long de courbes $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. Mais le physicien-géomètre doit en plus établir une correspondance entre ces courbes et les trajectoires observées d'objets matériels, que ce soit un astre ou un électron.

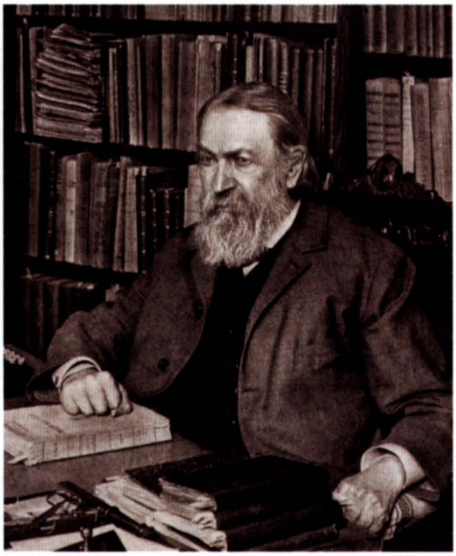
Pour ce faire Newton, on l'a vu, avait décidé par *fiat* de conférer une existence, c'est-à-dire un statut mathématique, à l'espace et au temps « absolus, vrais et mathématiques » – l'espace étant celui d'Euclide (quoi d'autre ?) et le temps la suite des nombres. Les variables x, y, z devinrent alors les coordonnées (cartésiennes, par exemple) des points de cet espace dont les distances relatives sont données par le théorème de Pythagore ; quant à la variable t, elle devint le « temps absolu », variable privilégiée avec laquelle écrire les trajectoires.

Kant cependant (Fig. 3), on l'a vu aussi, constata que si nous pouvons, comme Newton l'avait fait, matérialiser le temps par des horloges et les points de l'espace d'Euclide par des objets décrétés absolument immobiles, nous ne pouvons pas, en revanche, appréhender par nos sens l'espace et le temps eux-mêmes (contrairement au vecteur force de gravitation qui fait tomber les pommes !). Il en avait, rappelons-nous, conclu que la structure de l'espace et du temps, non déductible donc de l'expérience, ne pouvait pas en retour définir une réalité physique, ne pouvait pas s'incarner dans le monde des phénomènes. Elle était un « cadre *a priori* de notre entendement », ce qui veut dire en clair que, du fait de leur statut ambigu, l'espace et le temps étaient intouchables. Les physiciens vécurent ainsi sous la férule d'un dogme pendant plus de deux siècles : l'espace est euclidien, le temps est universel.

Einstein, qui avait lu Kant à 16 ans, rejette ce diktat (et, plus tard, ne se privera pas de remarques assassines, comme nous l'avons vu au chapitre 4, lorsque j'ai – hardiment – résumé la *Critique de la Raison Pure*) : la structure de l'espace et du temps peut *elle aussi* être choisie librement dans l'édifice des mathématiques. Dans son article de 1905, il s'attaque au temps universel, bientôt c'est l'espace euclidien qu'il va détrôner...

Ce nouveau statut donné par Einstein à l'espace et au temps est un saut conceptuel majeur, une vraie révolution scientifique en fait ! (Max Planck ne s'y trompa d'ailleurs pas, qui le compara en 1913 à un nouveau Copernic.) Dorénavant, la structure mathématique de l'espace-temps n'est plus imposée, elle découle

3 La statue d'Emmanuel Kant (1724-1804) à Königsberg (maintenant Kaliningrad).



4 Ernst Mach (1836-1916) en 1905.

des postulats à la base de la théorie ou de la théorie elle-même – la première approche est la sienne, la seconde celle de Lorentz et Poincaré... à condition d'aller jusqu'au bout du chemin, ce qu'ils ne firent pas.
Une conséquence de ce nouveau statut prêté à l'espace et au temps est de taille : dans tout l'article de 1905, le mot « éther » – qui avait fait verser tant d'encre – n'apparaît qu'une fois pour dire que... le concept est superflu. Car l'espace étant maintenant partie intégrante des théories, il n'est plus besoin de faire appel à cette notion d'« espace physique » à mi-chemin entre maison des mathématiques et réalité concrète, rempli pendant deux siècles de cet encombrant éther. Einstein replace la physique dans la grande tradition héritée des Grecs : c'est la théorie qui définit le filigrane des phénomènes qu'elle rend intelligibles ; ce filigrane doit être débarrassé des oripeaux qui ne correspondent à rien dans les équations. Ainsi l'éther connaît sous la plume d'Einstein le même sort que les sphères cristallines grecques sous celle de Galilée. La « forêt du Réel » des phénomènes a peut-être une existence pérenne indépendante de l'esprit humain, mais *pas* la « réalité physique », c'est-à-dire les représentations que l'on s'en fait et que, à une époque donnée, on identifie aux phénomènes : pour les Grecs les sphères cristallines *existaient*, pour les physiciens du XIX^{e} siècle, l'éther *existait*. L'un et l'autre ont disparu, preuve s'il en est que la physique crée, modifie, transforme le réel ou, plutôt, ce que nous en percevons.
À l'opposé de Kant se situe Ernst Mach (Fig. 4), physicien, mais, surtout, épistémologue « positiviste ». Il soutenait que les lois de la physique émergeaient des sensations, c'est-à-dire de l'appréhension directe des phénomènes, et que leur rôle était de les relier dans un discours cohérent. Ainsi que le résuma Planck en 1909, pour Mach *« il n'est pas d'autre réalité que nos perceptions et les sciences de la nature ne sont en dernière analyse qu'une adaptation économique de la pensée aux perceptions »*.
En conséquence, Mach bannissait toute référence à des concepts autres que ceux auxquels on pouvait faire correspondre directement un élément de la réalité concrète. Par exemple, il ne croyait pas à la réalité des atomes, trop petits pour être observés. Il critiquait aussi vivement les notions d'espace et de temps absolus introduites par Newton, non reliées à des mesures concrètes. Bref, sa philosophie était tout le contraire de celle dont nous avons suivi le déroulement depuis les Grecs...
Einstein a toujours insisté sur le rôle important que Mach a joué dans la formation de sa pensée. Dans l'article fondateur de la relativité restreinte, son influence est certaine car Einstein définit très minutieusement les correspondances entre les grandeurs mathématiques introduites et des phénomènes concrets. Certaines de ses phrases d'ailleurs surprennent par leur apparente naïveté, par exemple : *« Si nous disons "qu'un train arrive ici à 7 heures", cela signifie "que la petite aiguille de ma montre qui pointe exactement le 7 et l'arrivée du train sont des événements simultanés". »*

En fait, Einstein s'était convaincu que les deux postulats qui fondaient sa théorie étaient directement tirés de l'expérience sensorielle. En 1921, il disait encore à l'occasion d'une conférence donnée à Londres : « *Je tiens vivement à attirer l'attention sur le fait que cette théorie [la relativité restreinte] n'est pas d'origine spéculative ; elle doit d'avoir été découverte uniquement au désir de rendre la théorie physique conforme autant que possible aux faits observés.* »

Mais bien sûr cela n'est pas le cas ! Arguer que le principe de relativité émerge de l'expérience peut, à la rigueur, se justifier par une familiarité de trois siècles avec le mouvement des barges de Galilée, mais affirmer sa valeur universelle, c'est faire une généralisation pour le moins audacieuse (rappelons que même Poincaré, qui pourtant défendait ce principe, pensait qu'il fallait le vérifier au cas par cas). Quant à prétendre que le postulat de la constance de la vitesse de la lumière découle directement de l'expérience sensorielle, c'est encore plus « culotté ».

D'ailleurs, Mach lui-même ne s'y est pas trompé. Il soutint d'abord la nouvelle théorie mais, dans un écrit posthume de 1921 dont la préface remontait à 1913, il la rejeta violemment, la trouvant « dogmatique ».

Einstein, de son côté, s'aperçut que sa vision de la science était en fait aux antipodes de celle de Mach – d'ailleurs, en fin de compte, il n'en avait retenu que les attaques iconoclastes et libératrices contre l'espace et le temps de Newton. Il critiqua alors sa philosophie, au désespoir de son ami Michele Besso, qui la lui avait fait découvrir et y resta toujours fidèle, et à qui il écrivait en 1948 : « *Mach s'est efforcé de montrer comment les conceptions surgissent de l'expérience [...]. À mon avis sa faiblesse, c'est qu'il croyait peu ou prou que la science consistait en une simple mise en ordre du matériel empirique, c'est-à-dire qu'il ne reconnaissait aucun rôle à l'élément d'élaboration libre dans la formation des concepts. En un certain sens Mach pensait que les théories naissent grâce aux découvertes, et non grâce aux inventions [...]. S'il en avait tiré toutes les conséquences, il aurait dû rejeter non seulement l'atomisme mais l'idée même de réalité physique.* »

Einstein donna donc finalement aux deux postulats fondateurs de la relativité restreinte le statut qui leur convient – mais, il est vrai, après avoir construit sa nouvelle théorie de la gravitation – à savoir que, même s'ils sont suggérés par l'expérience, ils sont, comme tous les concepts de la physique, librement inventés.

Ainsi, si Einstein rejette le « cadre » que Kant a imposé à l'espace et au temps, en revanche il est kantien lorsqu'il affirme, avec de plus en plus de force au fil des années, que ce sont les théories qui déterminent ce que nous entendons par la réalité :

« *La nature est la réalisation des idées mathématiques les plus simples qu'on puisse imaginer. Je suis convaincu qu'on peut découvrir, grâce à des constructions purement mathématiques, les concepts et les lois raccordés les uns aux autres qui donnent la clé des phénomènes naturels. L'expérience peut suggérer les concepts mathématiques idoines, mais il est très certainement impossible de les en déduire. Certes, l'expérience demeure le seul critère de l'utilité d'une construction mathématique en physique ; mais le principe créateur réside dans la mathématique. En un certain sens donc, je tiens pour avéré que la pensée pure est capable d'appréhender le réel, comme les Anciens l'ont rêvé.* »

Conférence d'Oxford, 1933.

« *La physique est un système conceptuel logique en développement dont les fondements ne peuvent être obtenus par distillation de l'expérience sensible, selon une méthode inductive, mais seulement par la libre invention de l'esprit humain.* »

In « Physik und realität », *Journal of the Franklin Institute*, CCXXI, 1936, pp. 349-382, traduction de Maurice Solovine, 1952.

« *Les concepts physiques sont de libres créations de l'esprit humain et ne sont* *pas comme il semble, seulement déterminés par le monde extérieur.* »

In *L'évolution des idées en Physique*, Flammarion, 1938.

Le temps géométrisé

En 1909, deux jeunes normaliens acquis à la « nouvelle physique » traduisaient le texte d'une conférence donnée à Cologne l'année précédente par le mathématicien Hermann Minkowski, véritable manifeste qui débute par un exorde resté célèbre : « *Messieurs ! La conception de l'espace et du temps que je voudrais développer devant vous a grandi sur le sol de la Physique expérimentale. C'est ce qui fait sa force. La tendance est radicale. Dès maintenant, l'espace indépendant du temps, le temps indépendant de l'espace ne sont plus que des ombres vaines : une sorte d'union des deux doit seule leur subsister encore.* »

Conférence de Cologne, « Raum und Zeit », 21 septembre 1908, *Physikalische Zeitschrift*, 10, 1909, p. 104. Traduction de Aimé Hennequin et Jacques Marty, *Annales Scientifiques de l'E.N.S.*, 3e série, 26, 1909, p. 499.

Minkowski annonçait là en fanfare (avec des accents machiens – témoin ce « *sol de la Physique expérimentale* ») l'entrée dans le monde de la « quatrième dimension »[1]. De quoi s'agit-il ? « D'une trivialité », « D'un nouveau dogme » ont probablement songé Poincaré et Mach... : ils avaient tort. Car cette quatrième dimension permit de reformuler la théorie de la relativité de manière transparente et ainsi de lui donner des ailes. On se souvient des réécritures si fructueuses des équations de Newton par Lagrange ou Hamilton que j'ai mentionnées au chapitre 5 : Minkowski fit de même pour celles de la relativité restreinte (voir encadré ci-contre).

Minkowski transforma donc le temps « absolu, vrai et mathématique » de Newton en une quatrième dimension d'un espace, non plus euclidien, mais « minkowskien » – dans lequel un théorème de Pythagore modifié définit les propriétés géométriques des figures. Or, de même qu'on peut orienter les axes d'un solide de référence pour mesurer la longueur d'une tige, on peut dorénavant orienter l'axe du temps en conférant un mouvement de translation au solide et à l'horloge qui lui est associée (Fig. 5). Minkowski mit ainsi en pleine valeur la nouvelle réalité physique conférée par Einstein au temps : le fait que les durées entre deux événements dépendent de la vitesse de l'horloge qui les mesure est un effet de perspective (comme le dit joliment Jean-Marc Lévy-Leblond) analogue à celui qui nous fait voir une règle plus courte si elle n'est pas perpendiculaire à notre regard.

Poincaré, qui pourtant avait introduit la quatrième dimension avant tout le monde, trouvait qu'elle n'était qu'une « convention » ou un choix de commodité : « *Il semble bien en effet qu'il serait possible de traduire notre physique dans le langage de la géométrie à quatre dimensions ; tenter cette traduction ce serait se donner beaucoup de mal pour peu de profit, et je me bornerai à citer la mécanique de Hertz où l'on voit quelque chose d'analogue. Cependant, il semble que la traduction serait toujours moins simple que le texte, et qu'elle aurait toujours l'air d'une traduction, que la langue des trois dimensions semble le mieux appropriée à la description de notre monde, encore que cette description puisse se faire à la rigueur dans un autre idiome.* »

« La relativité de l'espace », *L'année psychologique*, XIII, 1906.

Comment reprocher à la génération montante d'avoir pensé qu'il avait, comme physicien, tout d'un éteignoir...

Einstein lui-même fut d'abord un peu réticent devant cette nouvelle formulation, mais s'y rallia rapidement tant elle rendait sa théorie lumineuse. Puisque, par exemple, passer d'un référentiel inertiel à un autre (comme, disons, de la rive

---

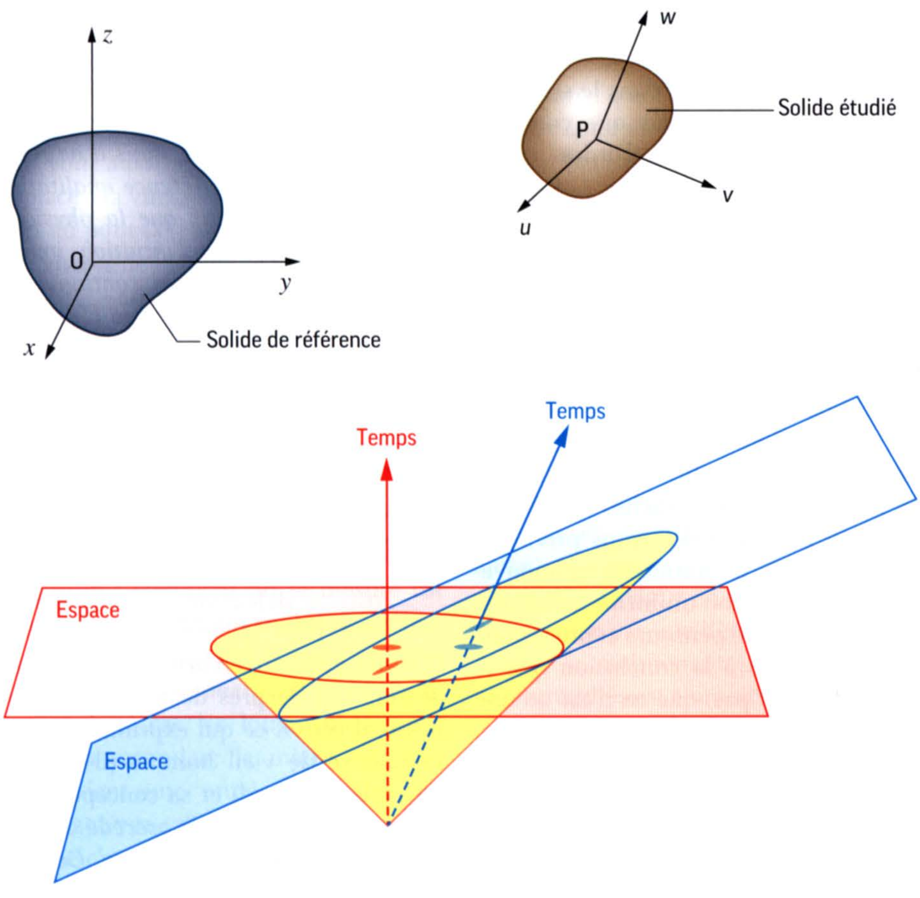
1. Minkowski était professeur au Polytechnikum à l'époque où Einstein y était étudiant ; il mourut peu après cette conférence, en 1909, à 44 ans, foudroyé par une péritonite.

Un aperçu de la quatrième dimension

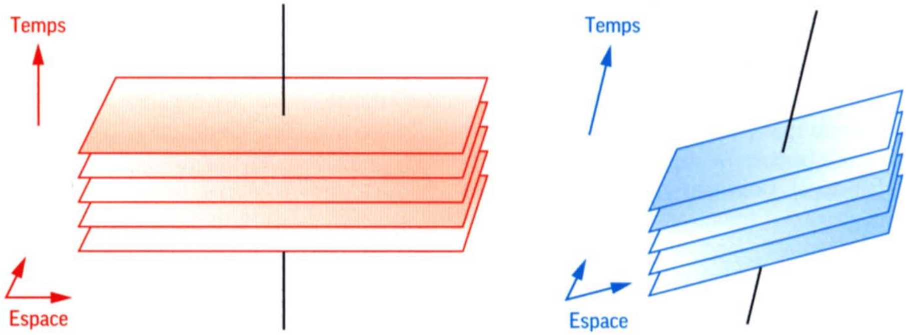
Fermons à nouveau les yeux pour revoir avec ceux de l'esprit cette pièce obscure parsemée de points lumineux à laquelle j'ai déjà plusieurs fois fait appel. Dessinons-y mentalement quatre axes : trois blancs, disons, qui représentent longueur, largeur et hauteur, et un bleu, qui représente le temps.

Décrétons maintenant, à la suite de Minkowski (et de Poincaré), que le carré ds^2 de la distance entre deux points voisins est donné par un « pseudo » théorème de Pythagore comme la somme des carrés des longueurs, largeur et hauteur (divisées par le carré de la vitesse de la lumière) *diminuée* du carré du temps ($ds^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2)/c^2 - dt^2$). Cette distance « minkowskienne » est interprétée comme le temps, mesuré à sa montre, qu'il faut à un voyageur (ou une particule élémentaire) pour aller en ligne droite d'un lieu à un autre. Il peut arriver, à cause du signe « moins », que ce temps soit nul : le voyageur est alors un photon ; pour un photon, le temps ne s'écoule plus. Einstein adolescent se demandait comment il verrait le monde s'il chevauchait un rayon de lumière : eh bien, sa pensée se serait figée… (Pour explorer plus avant les intrigantes propriétés de l'espace-temps quadridimensionnel, voir « La quatrième dimension » p. 155.)

d'un canal à une barge) n'est dorénavant plus qu'une rotation d'axes dans l'espace-temps, il devient évident pour l'esprit que, pas plus qu'il n'y a d'orientation privilégiée à donner à une feuille quadrillée pour mesurer la longueur d'une tige, il ne peut y avoir non plus de référentiel privilégié pour mesurer la durée d'un périple à la montre du voyageur : le référentiel absolu de Newton, formé



5 De même que l'on peut repérer la position d'un objet par rapport à divers repères (en haut), on peut utiliser divers « axes du temps » (en bas), c'est-à-dire diverses horloges en mouvement les unes par rapport aux autres, dont les aiguilles se décalent progressivement.



6 Le bloc d'espace-temps. L'axe du temps peut être incliné *ad libitum* (mais pas à plus de 45°, car les vitesses ne peuvent dépasser celle de la lumière).

du système solaire et des étoiles lointaines, ainsi que l'éther dont on l'avait meublé, disparurent définitivement de notre imaginaire collectif.

On voit ainsi, à nouveau, comment une vision du monde se transforme grâce aux mathématiques, l'intuition mathématique prenant le relais de l'intuition physique, elle-même ayant décollé de ses racines expérimentales ou observationnelles.

Un tel bouleversement dans le statut du temps ne peut bien sûr que conduire à des considérations d'ordre philosophique.

Vu ses ressemblances avec l'espace euclidien, l'espace-temps de Minkowski peut être appréhendé comme un « bloc » dont les « tranches » sont l'espace tridimensionnel habituel (celui du laboratoire, par exemple) et l'axe perpendiculaire est le temps des horloges immobiles dans cette tranche (le laboratoire, par exemple ; Fig. 6). Comme on peut incliner les tranches *ad libitum*, puisqu'il n'y a pas de temps privilégié (cela revient à communiquer un mouvement de translation uniforme au laboratoire), nombre de penseurs et physiciens en sont arrivés à la conclusion que le temps n'existe pas, que ce n'est qu'une illusion, le fruit de notre imagination, une « ombre vaine » comme l'écrit Minkowski.

Hermann Weyl, grand mathématicien, écrivit l'un des tout premiers livres de relativité en 1918 et clarifia (entre autres) le fait que chacun avait son temps « propre » donné par la longueur de sa « ligne d'univers » (c'est-à-dire sa trajectoire dans l'espace-temps). Il a très bien exprimé ce sentiment à la fois d'éblouissement et de désarroi devant cette révélation sur la nouvelle nature du temps : « *La scène du monde réel n'est pas un espace euclidien à trois dimensions, mais un univers à quatre dimensions où l'espace et le temps sont enchevêtrés inextricablement. Subjectivement, il y a un abîme entre nos modes de perception du temps et de l'espace, mais il ne reste pas trace de cette différence qualitative dans l'univers objectif, que la physique cherche à épurer de l'intuition immédiate. Cet univers est un continuum à quatre dimensions qui n'est ni l'"espace" ni le "temps" ; c'est la conscience seule qui, se mouvant dans un domaine de cet univers enregistre la section qui vient à elle et la laisse en arrière, comme "histoire", c'est-à-dire comme un processus qui se déroule dans l'espace et se développe dans le temps.* »

Raum, Zeit und Materie, traduction de la 4e édition par Gustave Juvet et Robert Leroy, Albert Blanchard, 1922.

Quant à Einstein, en apprenant le décès de son ami de près de 60 ans, Michele Besso, il écrivit ce qui exprime à la fois sa sagesse de vieil homme (il mourut un mois plus tard) et sa conception du temps : « *Voilà qu'il m'a précédé de peu, en quittant ce monde étrange. Cela ne signifie rien. Pour nous, physiciens dans* *l'âme [gläubige Physiker], cette séparation entre passé, présent et avenir, ne garde que la valeur d'une illusion, si tenace soit-elle.* »

Lettre à M^me^ Besso, 21 mars 1955.

Pour aller plus loin

La vitesse de la lumière

Écrivons à nouveau la transformation de Lorentz :

$$x(t') = \frac{x'(t') + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\text{et} \quad t(t') = \frac{t' + Vx'(t')/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Dans l'exemple d'un passager déambulant à vitesse constante sur le pont d'une barge, distance et temps sont reliés par $x'(t') = vt'$ (t', et non t, car il faut distinguer le temps t des horloges de la rive du temps t' des horloges de la barge). Si les vitesses sont petites par rapport à celle de la lumière (c), la transformation de Lorentz redonne celle de Galilée, $x(t') = vt' + Vt'$ avec $t' = t$.

On voit aussi que si le passager se déplace à la vitesse de la lumière par rapport au pont ($x'(t') = ct'$), alors il va *aussi* à la vitesse de la lumière par rapport à la rive ($x(t) = ct$), en accord avec le postulat d'Einstein. En effet, on a alors :

$$x(t') = \frac{c(1 + V/c)t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\text{et} \quad t(t') = \frac{(1 + V/c)t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

soit, par remplacement, $x(t) = ct$.

La seule vitesse dont il n'est pas besoin de préciser comment on la mesure est celle de la lumière, puisqu'elle vaut *toujours* 299 792,458 $km.s^{-1}$ (ou... 1 tout simplement, comme l'avait posé Poincaré, auquel cas les longueurs s'expriment en secondes ; le mètre, quant à lui, devient une unité secondaire qui vaut 1/299 792 458 « seconde lumière » – comme c'est le cas officiellement depuis 1984).

Einstein donna aussi la loi de composition des vitesses (qui se déduisent des formules de Lorentz ci-dessus) :

$$v = \frac{v' + V}{1 + v'V/c^2}$$

où $v = dx/dt$ et $v' = dx'/dt'$ sont les vitesses dans les deux repères. On retrouve bien la formule galiléenne, $v = v' + V$ pour les petites vitesses et, si $v' = c$: $c' = c$.

On retrouve aussi (ainsi que le remarqua Max von Laue en 1907) la « formule d'entraînement » de Fresnel qui ne fait dorénavant intervenir aucune interaction entre milieux transparents et éther. Reprenons l'expérience de Fizeau par exemple (voir chapitre 6) : si c/n est la vitesse de la lumière dans l'eau, sa vitesse mesurée dans le laboratoire où l'eau a une vitesse V sera :

$$c' = \frac{c/n - V}{1 - V/nc} \approx c/n + V(1 - 1/n^2),$$

ce qui est la formule de Fresnel. (Si cette formule n'apparaît pas dans l'article d'Einstein de 1905, c'est probablement parce que l'obtenir en décrivant la lumière comme une onde, et non comme une particule comme le fait von Laue, est plus ardu.)

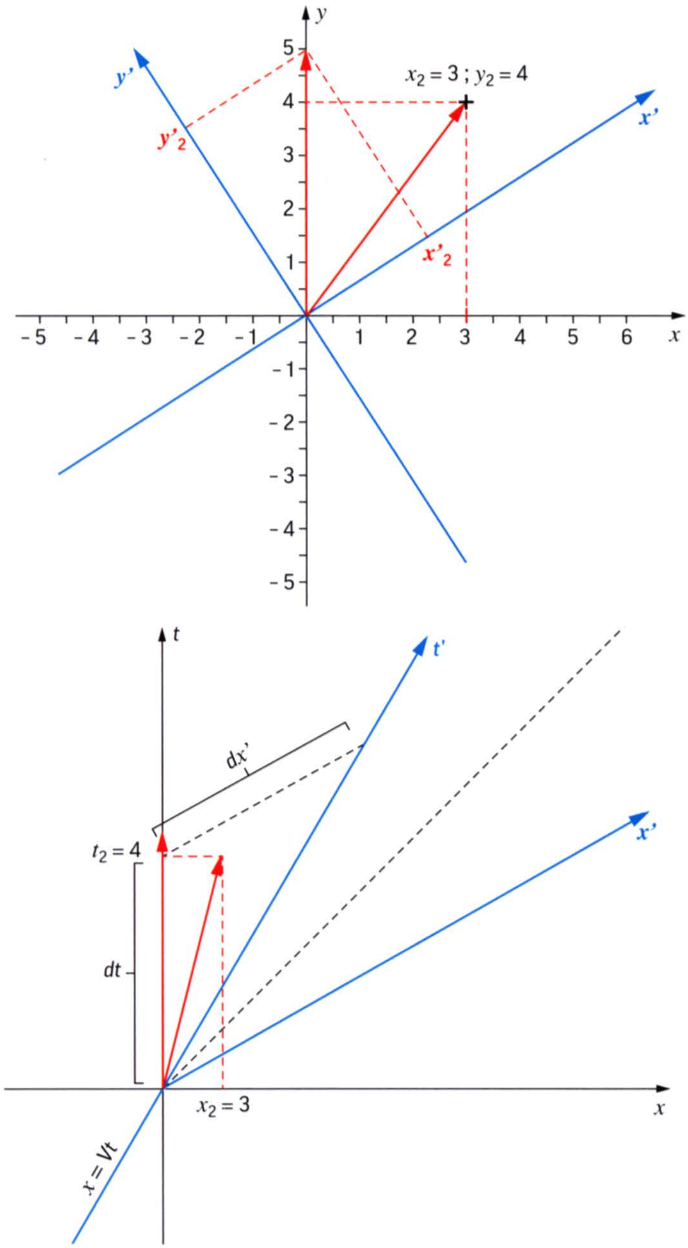
La quatrième dimension

Pour tenter de saisir la quatrième dimension, commençons par rappeler comment on mesure la distance (que nous noterons dl) entre deux points d'une tige à l'aide d'un papier quadrillé.

Plaçons la tige dans un premier temps verticalement (i.e. selon l'axe des ordonnées y) et comptons les centimètres entre ses extrémités : 5 disons, ce qui s'écrit $dl = 5$ (Fig. 7 en haut, la tige étant représentée par une flèche rouge).

Faisons-la maintenant pivoter. Une de ses extrémités est alors située au point de coordonnées (x_1, y_1), l'autre au point de coordonnées (x_2, y_2) ; posons $dx = x_2 - x_1$ et $dy = y_2 - y_1$.

Décrétons maintenant que notre feuille de papier est plane et que le quadrillage matérialise un système de coordonnées



7 Plan euclidien (en haut) **et plan minkowskien** (en bas) où l'on a posé c = 1.

cartésiennes. Nous pouvons alors invoquer le théorème de Pythagore et affirmer que la longueur de la tige est donnée par la formule qui, après les préliminaires des chapitres précédents, devrait être maintenant familière :

$$(\mathrm{d}l)^2 = (\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2.$$

Si, par exemple, la première extrémité est à l'origine ($x_1 = y_1 = 0$) et si $\mathrm{d}x = x_2 = 3$, alors, puisqu'on connaît la longueur de la tige, $\mathrm{d}l = 5$, on peut prédire l'ordonnée de l'autre extrémité : $y_2 = \mathrm{d}y = 4$, car $(\mathrm{d}y)^2 = (\mathrm{d}l)^2 - (\mathrm{d}x)^2 = 25 - 9 = 16$. Si ce n'est pas le cas, cela signifie que nous avons fait une erreur (en comptant mal les carreaux, par exemple), ou que le quadrillage est mal fait, ou que la tige a subi des déformations pendant sa rotation. Si en revanche un grand nombre de mesures avec des tiges différentes confirme la pertinence du théorème de Pythagore, alors on pourra conclure que le « filigrane » de notre feuille de papier est bien la géométrie d'Euclide !

Plutôt que faire pivoter la tige, nous pouvons, à l'inverse, la laisser en place et faire tourner dans l'autre sens la feuille de papier. Les coordonnées des extrémités de la tige ne seront alors plus les mêmes, elles deviendront (x'_1, y'_1) et (x'_2, y'_2), mais ce qui est sûr c'est qu'on aura (Fig. 7 en haut) :

$$(\mathrm{d}l)^2 = (\mathrm{d}x')^2 + (\mathrm{d}y')^2 = (\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2$$

et ce parce que les coordonnées (x', y') sont aussi cartésiennes et que le théorème de Pythagore s'applique toujours.

Passons à la relativité. Les transformations de Lorentz relient, rappelons-le, un événement ayant lieu dans un repère inertiel (la position x, par exemple, d'un promeneur sur une barge par rapport à la rive, à l'instant t mesuré par des horloges sur la berge) à sa position x' dans un autre repère inertiel (celui de la barge par exemple, à l'instant t' d'une horloge de la barge). Je les écris à nouveau :

$$\sqrt{1 - V^2/c^2}\, x = x' + Vt'$$

$$\text{et} \quad \sqrt{1 - V^2/c^2}\, t = t' + Vx'/c^2 .$$

La distance $\mathrm{d}x$ parcourue par le promeneur le long de la rive pendant le temps $\mathrm{d}t$ des horloges de la rive est donc reliée à la distance $\mathrm{d}x'$ parcourue sur la barge pendant le temps $\mathrm{d}t'$ des horloges de la barge par les mêmes formules :

$$\sqrt{1 - V^2/c^2}\, \mathrm{d}x = \mathrm{d}x' + V\,\mathrm{d}t'$$

$$\text{et} \quad \sqrt{1 - V^2/c^2}\, \mathrm{d}t = \mathrm{d}t' + V\,\mathrm{d}x'/c^2$$

L'illumination de Minkowski fut de découvrir (comme Poincaré l'avait remarqué avant lui) une propriété de ces formules, qui est « élémentaire mon cher Watson » une fois qu'on l'a vérifiée, à savoir que :

$$(dx)^2 - (cdt)^2 = (dx')^2 - (cdt')^2.$$

La ressemblance avec la formule de Pythagore saute aux yeux : il suffit de rebaptiser « axe du temps ct » l'axe des ordonnées y et de changer un signe pour que les deux formules soient les mêmes :

$$(dl)^2 = (dx')^2 + (dy')^2 = (dx)^2 + (dy)^2$$

$$(cds)^2 = (dx)^2 - (cdt)^2 = (dx')^2 - (cdt')^2$$

où $(dl)^2$ et $(ds)^2$ sont les éléments de longueur respectivement euclidien et minkowskien.

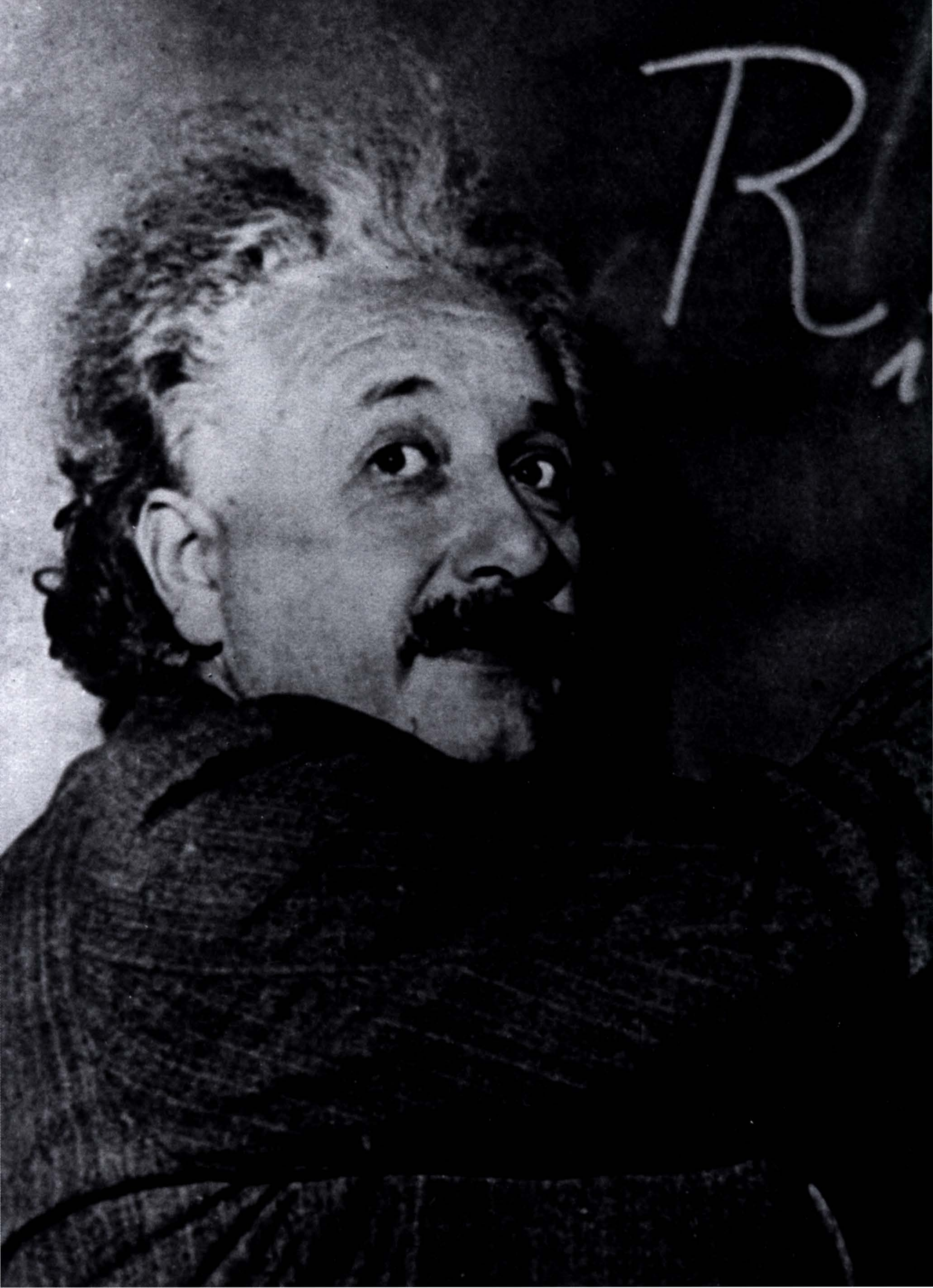
Le temps de la relativité restreinte est donc une *coordonnée*, tout comme l'ordonnée y en est une : c'est la quatrième dimension.

Bien sûr cette nouvelle coordonnée de l'*espace-temps* n'est pas tout à fait comme les trois autres (x, y, z) à cause de la présence du signe « moins » dans l'expression de l'élément de longueur $(ds)^2$. La géométrie de la feuille de papier n'est donc *pas* celle d'Euclide, mais celle de Minkowski (Fig. 7 en bas) et les coordonnées (ct, x, y, z) sont de ce fait appelées « coordonnées pseudo-euclidiennes » ou, plus communément, « minkowskiennes » – c'est pour cela que les axes ct' et x', orthogonaux au sens minkowskien, mais non euclidien du terme, sont symétriques par rapport à la droite de longueur nulle $(ct = x)$.

Une fois ces notions en place, on peut faire des merveilles avec ces diagrammes d'espace-temps.

Par exemple : supposons que la longueur minkowskienne de la flèche verticale est donnée par $(cds)^2 = -25$. Cela s'interprète ainsi : puisque dans ce cas $(cds)^2 = -(cdt)^2 = -25$, le temps écoulé aux horloges immobiles sur la rive ont égrené 5 (minutes, par exemple). Cette longueur minkowskienne, $(cds)^2 = -25$, est la même quel que soit le système de coordonnées, c'est-à-dire quelle que soit la vitesse de la barge de laquelle on la mesure : les temps peuvent se dilater, les longueurs spatiales se contracter, cet invariant demeure.

Considérons maintenant la flèche inclinée (Fig. 7 en bas) qui représente la « ligne d'univers » du promeneur sur la barge, depuis l'embarcadère – de coordonnées $(x_1 = ct_1 = 0)$ – jusqu'à l'endroit distant de $dx = x_2 = 3$ sur la rive qu'il atteint au temps $cdt = cdt_2 = 4$ des horloges de la rive, mais de coordonnées $dx' = x'_2$ et $dt' = t'_2$ dans le référentiel lié à la barge. La longueur minkowskienne de la flèche vaut, qu'on la mesure de la rive ou de la barge : $(cds)^2 = (3)^2 - (4)^2 = -7$ (et non 25, comme précédemment, à cause du signe « moins » : les deux flèches de la figure 7 du bas, contrairement à l'intuition « euclidienne » n'ont pas la même longueur minkowskienne) ; elle vaut également -7 dans le repère lié au promeneur, *c'est-à-dire à sa montre*. La longueur minkowskienne (ce -7) donne donc la durée de la promenade au temps « propre » du promeneur, numériquement égale à $\sqrt{-(ds)^2} = \sqrt{7}$, c'est-à-dire approximativement 2,6 (minutes, par exemple), alors que les horloges de la rive donnent, elles, une durée de 4 minutes.



CHAPITRE 8

Le siècle d'Einstein, 1915

En 1915, en une seconde étape de ses réflexions sur la nature de l'espace et du temps, Einstein, s'étant approprié les géométries non-euclidiennes, fit de la gravitation la trame de l'espace-temps, et de l'Univers un réceptacle modelé par la matière qu'il contient – une vision du Cosmos qui depuis cent ans est la nôtre.

◄ Einstein au Collège de France, 1922.

Au-delà d'Euclide

L'irruption des mathématiques, au début du XX^e siècle, dans les théories physiques et la philosophie, sous la forme d'un espace-temps quadridimensionnel pseudo-euclidien, n'était pas le fruit du hasard mais celui d'un prodigieux agrandissement de la maison des mathématiques au cours du siècle précédent. À l'époque en effet où Maxwell inventait l'électromagnétisme, son contemporain Bernhard Riemann, à la suite de Gauss, Bolyai et Lobachevsky, découvrait de son côté un nouveau territoire dans le monde des mathématiques, celui des géométries non-euclidiennes.

J'ai retracé brièvement au début de ce livre l'apport de la science grecque en géométrie, mise en forme par Euclide et enseignée pendant plus de deux-mille ans dans toutes les écoles. J'ai aussi évoqué l'un des postulats dont on déduit les propriétés des figures moins évident que les autres, celui dit « des parallèles », ainsi que les efforts poursuivis sans faiblir siècle après siècle pour déterminer son statut exact : peut-on le déduire des autres postulats ? Si non, peut-on s'en passer ? Si non, peut-on le changer ?

1 Carl Friedrich Gauss (1777-1855) en 1840. Portrait peint par Christian Albrecht Jensen, Musée Pouchkine, Moscou.

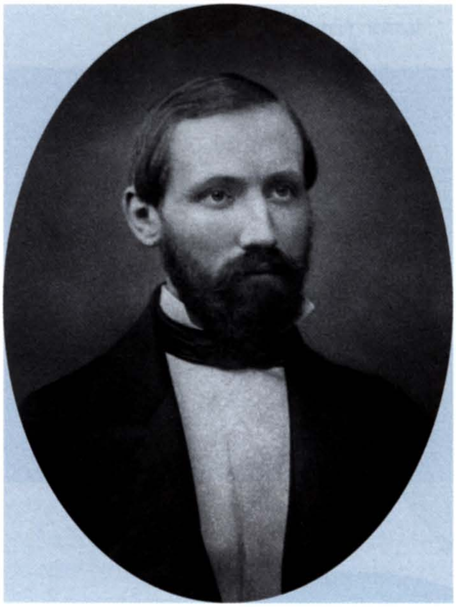
Au début du XIX^e siècle, le prince des mathématiciens, Carl Friedrich Gauss (Fig. 1), fut probablement le premier à questionner sérieusement son intangibilité – ses prédécesseurs, tels Saccheri au début du XVIII^e siècle, cherchant toujours à le démontrer même si c'était par l'absurde. En 1799, à 22 ans, il écrivait en effet déjà que ses vains efforts pour le démontrer « *rendaient douteuse la vérité de la géométrie* » et, en 1817 : « *Je suis de plus en plus convaincu que la nécessité de notre géométrie ne peut pas être prouvée* ». Il cherchait alors si une modification du 5^e postulat le mènerait à une impasse. En 1824, il s'était déjà avancé très loin dans ce nouveau territoire puisqu'il écrivait à son correspondant Franz Taurinus, intéressé par ce qu'on appelait alors la théorie des parallèles : « *L'hypothèse que la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180° conduit à une géométrie très différente de la nôtre (celle d'Euclide), qui est cohérente et que j'ai développée de façon satisfaisante au point que je peux résoudre n'importe quel problème à l'exception de la détermination d'une constante [il s'agit de la « courbure de Gauss »] [...]. Tous mes efforts pour trouver une contradiction, une incohérence, dans cette géométrie non-euclidienne ont été vains [...]* »

Il précisait aussi : « *J'y réfléchis depuis plus de trente ans, plus que personne au monde je pense, même si je n'ai rien publié sur le sujet* ». Cette frilosité à publier ses résultats par peur des « *hurlements des béotiens* » (comme il l'écrivit à son élève Friedrich Bessel) rappelle Copernic... et lui joua un mauvais tour.

Gauss s'était lié d'amitié lors de ses études à Göttingen avec Farkas Bolyai, qui était retourné en Transylvanie en 1799, mais avec qui il était resté en correspondance. En 1823, Janos Bolyai, qui maîtrisait calcul intégral et différentiel depuis l'adolescence, écrivit à son père, avec l'enthousiasme du bouillant cadet viennois de 21 ans qu'il était : « *J'ai créé un autre monde totalement nouveau à partir de rien* » ; il s'agissait des géométries, qu'on appelle aujourd'hui « hyperboliques », pour lesquelles on postule que, par un point, il passe une infinité de parallèles à une droite donnée. Ce n'est que neuf ans plus tard qu'il publia sa découverte dans un appendice d'un livre de son père (qui, lui, cherchait toujours à démontrer le 5e postulat). Ce livre fut envoyé à Gauss qui, pour diverses raisons (une épidémie de choléra, entre autres, qui retarda l'acheminement du courrier...), n'en accusa réception qu'un an plus tard en ces termes : « *Et maintenant quelques remarques sur le travail de votre fils. Si je commence en disant « je ne le porte pas aux nues » vous serez bien sûr surpris ; mais le louer serait me louer moi-même ; car le contenu entier du travail, la méthode suivie, les résultats obtenus coïncident pour l'essentiel avec mes propres réflexions, qui m'occupent depuis 30-35 ans. En vérité je suis stupéfait. Mon intention était de ne pas rendre mes résultats publics de mon vivant. [...] Mais c'était mon intention de les mettre un jour sur papier pour qu'ils ne disparaissent pas avec moi. Je suis donc très surpris de me voir épargner cet effort et vraiment ravi que ce soit le fils de mon vieil ami qui me double de façon si remarquable.* »

Cette fin de non-recevoir blessa profondément le jeune Janos, qui laissa vingt-mille pages de notes à sa mort une trentaine d'années plus tard, mais ne publia plus rien (il ne sut probablement jamais que Gauss avait pourtant dit un jour de lui : « *Je considère ce jeune géomètre Bolyai comme un génie de première catégorie.* »).

De plus, Bolyai apprenait en 1848 (Gauss, lui, le savait depuis 1840) que Nicolai Lobachevsky, professeur de mathématiques à Kazan de dix ans son aîné, formé par un élève de Gauss, avait publié trois ans avant lui (en 1829 dans un journal russe peu diffusé), des résultats quasiment identiques aux siens. Comme le disait Bolyai père : « *Il semble qu'il y ait des époques pour certaines découvertes, qui sont faites simultanément en divers endroits – tout comme des violettes qui surgissent de partout au printemps.* »...

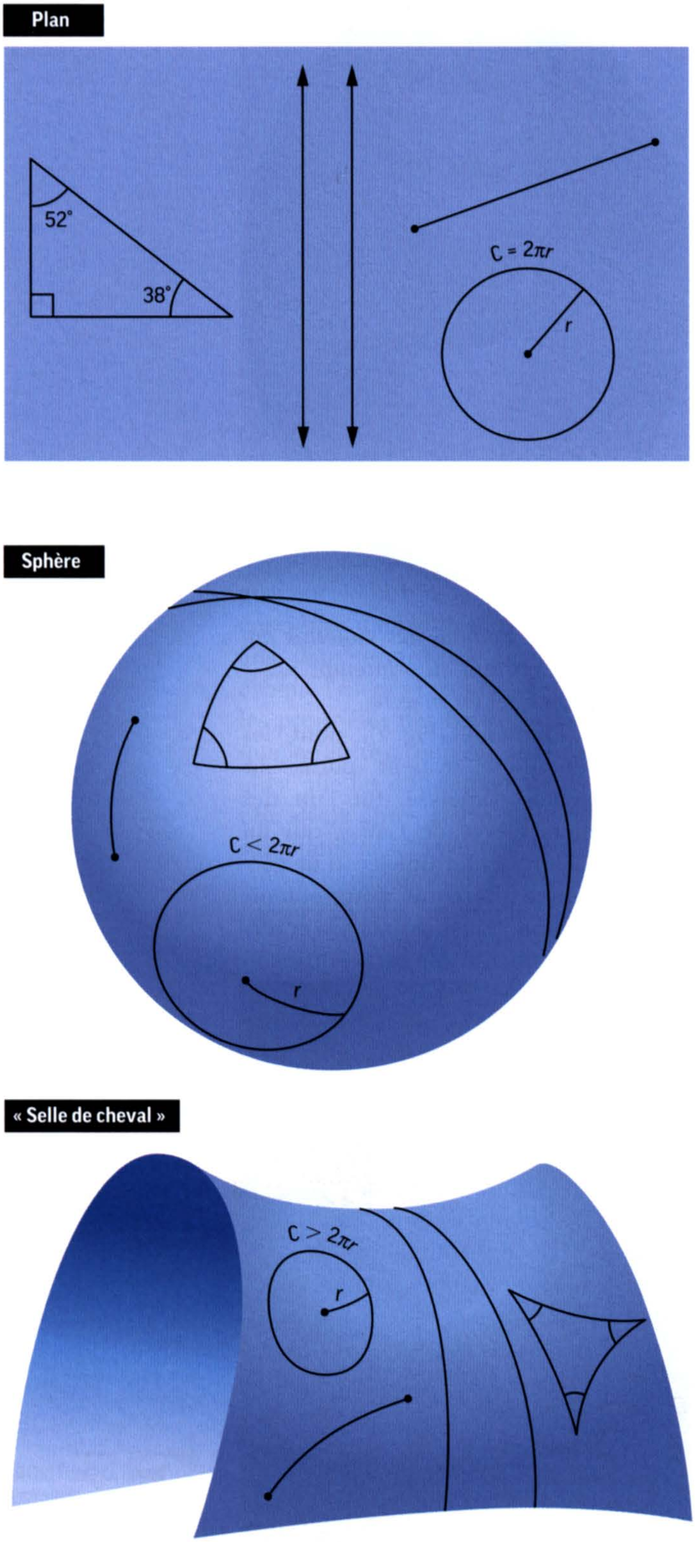


2 **Bernhard Riemann (1826-1866) vers 1850.**

La révolution était en marche.

Bernhard Riemann (Fig. 2), dont les travaux de thèse avaient porté sur des problèmes d'analyse, fut l'un des tout derniers élèves de Gauss, qui lui demanda de présenter une leçon de géométrie comme prérequis pour obtenir son habilitation. Gauss assista à la conférence que Riemann donna à Göttingen le 10 juin 1854 sur ce sujet imposé, intitulée « *Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen* » (« *Sur les hypothèses à la base de la géométrie* »), mais mourut peu après, à 78 ans, et l'on ne sait ce qu'il pensa de cette « leçon » dont il était l'un des seuls au monde à pouvoir comprendre toute la portée. Elle ne fut d'ailleurs publiée qu'en 1868, après la mort de Riemann, emporté par la tuberculose à 40 ans et, si elle est maintenant entrée dans l'histoire, elle ne fut que lentement comprise.

Vingt-cinq ans plus tôt, en 1828, Gauss avait étudié les propriétés des surfaces (l'exemple le plus simple étant une sphère) et découvert que leur courbure (celle d'une sphère de rayon r vaut $2/r^2$) était une grandeur pouvant être obtenue



en effectuant des mesures sur la surface elle-même – sans tenir compte donc de la troisième dimension grâce à laquelle nous la visualisons (Fig. 3). Il avait baptisé ce résultat si « remarquable » : *theorema « egregium »* (pour en avoir une idée un peu plus précise, voir p. 175). Riemann, dans son texte bref qui ne contient que quelques équations, reprend l'idée qu'en chaque point d'une surface courbe on peut construire un plan tangent à la surface. Sur ce plan, le théorème de Pythagore s'applique : le carré de l'hypoténuse d'un triangle est donné par la somme des carrés de ses côtés ; mais il n'en est pas de même *sur* la surface et l'écart au résultat pythagoricien est proportionnel à la courbure de la surface au point de contact, comme l'a montré Gauss (Fig. 4).

Riemann généralise ce résultat à un nombre quelconque de dimensions. L'intuition mathématique doit alors prendre le pas sur la visualisation, mais l'écart à la géométrie euclidienne est défini de manière analogue par la donnée en chaque point de l'espace d'un ensemble de nombres (1 en deux dimensions – c'est la courbure de Gauss –, 6 en trois dimensions, 20 en quatre, etc.) que l'on appelle depuis la *courbure de Riemann*. (Pour en savoir un peu plus voir « Les courbures de Gauss et de Riemann » p. 176.)

Le texte de Riemann, on l'a dit, était en fait sibyllin pour autre que Gauss mais fit son chemin. En 1869, Elwin Bruno Christoffel[1] retourna en quelque sorte

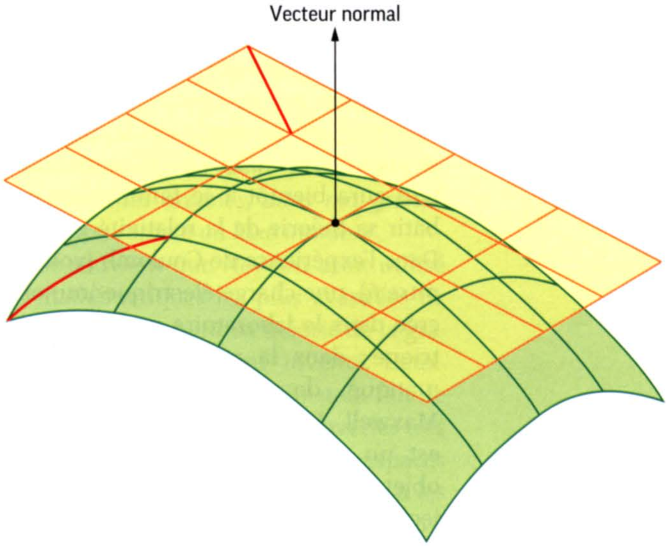
1. Christoffel, né en 1829, est un contemporain de Riemann. Il s'installa à Strasbourg après la défaite française de 1870 pour « réorganiser » l'université et y mourut en 1900.

3 Géométries d'espaces courbes. En haut : le plan (qui est « plat »), où le théorème de Pythagore est applicable. **Au centre :** la sphère, exemple de géométrie « elliptique » où par un point ne passe aucune parallèle à une « droite » (à savoir le chemin le plus court entre deux points, un arc de cercle en l'occurrence). **En bas :** un exemple de géométrie « hyperbolique » (étudiée par Bolyai et Lobachevsky) où, par un point, passe une infinité de parallèles à une droite.

la relation que Riemann avait obtenue entre la distance séparant deux points et la courbure de l'espace en exprimant, à l'inverse, cette courbure en fonction de la métrique, c'est-à-dire les grandeurs qu'il faut se donner pour calculer la distance d'un point à un point voisin.

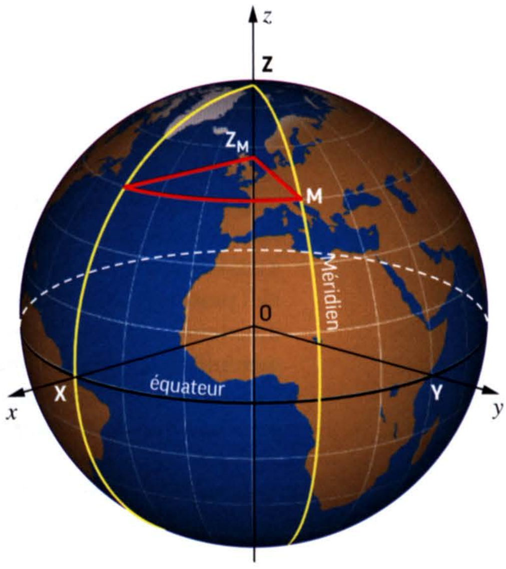
Pour mieux saisir cette notion de « métrique », reprenons l'exemple de la sphère, déjà évoqué au chapitre 4 : pour calculer la distance entre, par exemple, Glasgow et Moscou le long du 55[e] parallèle, on peut soit introduire l'espace à trois dimensions dans lequel la Terre est plongée, soit utiliser le fait que, sur une sphère, la distance dl entre deux points n'est pas donnée par le théorème de Pythagore, mais par celui de la géométrie sphérique (Fig. 5) – soit, dans notre cas, non pas par d$l = r$dφ, mais par d$l = r\sin\theta$dφ, où $2/r^2$ est la courbure de la Terre, θ la latitude du parallèle et dφ la différence des longitudes de Glasgow et de Moscou. (Pour une définition plus générale de la métrique d'une surface courbe, voir p. 177.)

L'étape suivante fut l'œuvre de l'école italienne, en particulier Gregorio Ricci-Curbastro et Tullio Levi-Civita. Leur long article de 1901, intitulé « Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications », introduisait ce qu'on appelle le « calcul tensoriel ». Ce nouvel outil est aux espaces courbes ce que la géométrie analytique de Descartes et le calcul différentiel de Newton et Leibniz furent à la géométrie euclidienne : il permet une écriture quasi automatique des transformations des grandeurs que l'on peut définir en chaque point d'un espace lorsqu'on change leurs coordonnées, que ce soient les familiers vecteurs, ou leurs généralisations que sont les *tenseurs*, tels



4 Le théorème de Pythagore. s'applique sur le plan tangent mais pas sur la surface courbe. Il fallut le génie de Riemann pour généraliser cette «évidence» à l'espace tri-dimensionnel lui-même.

5 La métrique d'une sphère. À gauche : « à la Gauss », c'est-à-dire sans faire appel à la troisième dimension dans laquelle on peut la plonger (à droite).



la métrique qui définit la distance entre deux points proches ou le tenseur de Riemann-Christoffel qui définit la courbure de l'espace.

Donnons un exemple de la puissance de ce nouvel outil avec lequel Einstein aura bientôt à se familiariser pour bâtir sa théorie de la relativité générale. Dans l'expérience de Coulomb (voir chapitre 6), une charge électrique immobile crée dans le laboratoire un champ électrique ; dans la représentation mathématique de l'électromagnétisme de Maxwell, Hertz ou Lorentz, ce champ est un vecteur, noté $\boldsymbol{E}$, c'est-à-dire un objet ayant trois composantes – ses projections sur trois axes – $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$, dont l'intensité décroît en $1/r^2$. Dans la représentation de Minkowski, ce champ est un « tenseur », le tenseur dit « de Faraday », noté $\boldsymbol{F}$, un objet ayant *a priori* six composantes notées $F_{\mu\nu}$, trois d'entre elles étant nulles dans le cas considéré, les trois autres étant E_x, E_y et E_z.

Décrivons maintenant notre charge et le champ qu'elle crée à partir d'un autre référentiel, en mouvement par rapport au premier, dans lequel elle bouge. On sait depuis les expériences d'Œrsted et d'Ampère que non seulement le champ électrique sera modifié mais qu'un champ magnétique apparaîtra de surcroît. Grâce au calcul tensoriel développé par Ricci et ses successeurs, cela devient un « jeu d'enfant » de prédire ces modifications, quel que soit le mouvement de la charge ou du repère, quel que soit le système de coordonnées utilisé pour la repérer, quel que soit le mouvement des horloges et quelle que soit la courbure de l'espace.

Cela dit, maîtriser l'outil requiert un peu de pratique… Comme l'écrivit en 1917 Einstein à Levi-Civita : « *Ce doit être bien agréable de pouvoir galoper dans ces champs sur le cheval des mathématiques pendant que nous autres devons péniblement tailler notre chemin à pieds.* »…

Les mathématiciens du XIXe siècle, Gauss et Riemann tout particulièrement, n'étaient cependant en rien confinés dans leur bel édifice. Ils étaient en effet parfaitement conscients que le nouveau continent des géométries non-euclidiennes qu'ils découvraient allait ébranler la représentation de l'espace que l'humanité (occidentale en tout cas) s'était forgée depuis Newton et Kant.

Gauss, par exemple, écrivait dans cette lettre à Taurinus que j'ai citée plus haut : « *Il me semble que, quoi qu'en disent les métaphysiciens [il songe à Kant], nous savons trop peu de choses, voire rien du tout, sur la véritable nature de l'espace pour considérer comme « absolument impossible » ce qui nous semble contre nature. Si cette géométrie non-euclidienne était vraie, et s'il était possible de comparer cette constante [la « courbure de Gauss »] à des mesures sur Terre ou dans les cieux, la géométrie pourrait alors être déterminée a posteriori.* »

Lobachevsky, lui, dit essentiellement la même chose en 1835 : « *La vanité des efforts faits depuis Euclide [pour prouver le postulat des parallèles] […] me fit suspecter que la vérité […] n'était pas incluse dans les données [c'est-à-dire dans les* Éléments *d'Euclide] ; que pour l'établir le concours de l'expérience serait nécessaire, par exemple des observations astronomiques, comme c'est le cas pour toutes les autres lois de la Nature.* »

Quant à Riemann, il ouvre sa leçon « *Über das hypotheses* » par cette remarque : « *Nous avons donc toute liberté de supposer que les relations métriques de l'espace […] ne se conforment pas aux hypothèses de la géométrie [euclidienne] ; et nous devrions en fait le supposer si cela permet une explication plus simple des phénomènes* », et la conclut par : « *Ceci nous mène dans un autre domaine de la science, la physique, que l'objet de ce travail ne nous permet pas d'aborder aujourd'hui.* »

Poincaré enfin affirme à raison que pour un mathématicien, cela ne fait pas sens de se demander si une géométrie est plus « vraie » qu'une autre : elles « sont » c'est tout. Ce conventionalisme, qui lui a fait rater la révolution einsteinienne, transparaît dans tous ses textes destinés au grand public. En voici un exemple : « *Les axiomes géométriques ne sont pas des énoncés a priori ni des faits expérimentaux. Ce sont seulement des conventions. En conséquence [...] que doit-on penser de la question : est-ce que la géométrie euclidienne est vraie ? Elle n'a aucun sens. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre. Elle peut simplement être plus commode.* » In *La Science et l'hypothèse*, 1902.

Étant donné la grande influence de Poincaré, il n'est pas interdit de penser que de telles remarques ont pu convaincre nombre de physiciens de l'inutilité de se pencher plus avant sur les espaces courbes... Ce qui est sûr, comme l'écrivit Einstein en 1934, c'est que pour les physiciens du tournant du siècle : « *L'espace était encore une chose rigide et homogène, susceptible d'aucune modification. Seul Riemann, génie solitaire et incompris, avait déjà tracé la route vers une nouvelle conception de l'espace, défait de sa rigidité et ayant le potentiel de jouer un rôle sur la scène des phénomènes.* »

En 1905 Einstein, lui, connaissait des géométries non-euclidiennes ce qu'il en avait entendu pendant ses études et ce qu'il en avait lu dans les écrits de vulgarisation, ceux de Poincaré entre autres. Quand, en 1911, il s'aperçut lors de son séjour à Prague qu'il aurait besoin, pour libérer la gravitation de l'espace et du temps absolus, de ces trésors tout récemment découverts par les mathématiciens, il appela à l'aide son ami et condisciple du Polytechnikum, Marcel Grossmann, qui s'était spécialisé en géométrie descriptive : « *Grossmann*, rapportera Louis Kollros – un autre ami d'Einstein –, *tu dois m'aider sinon je vais devenir fou.* »

Grossmann, devenu directeur du département de mathématiques et de physique du Polytechnikum, obtint une chaire pour Einstein qui s'installa à Zurich à l'été 1912. En octobre, Einstein écrivait à Arnold Sommerfeld : « *Je travaille en ce moment exclusivement sur le problème de la gravitation avec l'aide d'un ami mathématicien d'ici. Une chose est certaine : de toute ma vie je ne me suis autant concentré et j'ai acquis un immense respect pour les mathématiques dont je considérais jusqu'alors les arcanes, dans ma grande ignorance, comme un luxe inutile.* »

On se souvient que Newton avait utilisé les mathématiques les plus avancées de son temps pour bâtir sa théorie de la gravitation, en avait même inventé. Deux-cent-trente ans plus tard, Einstein fait de même : il s'approprie des découvertes très récentes des mathématiciens – espaces courbes, métriques, tenseurs... – et va les identifier à la gravitation, créant ainsi une nouvelle réalité physique, un nouveau filigrane des phénomènes, une nouvelle façon de voir tomber les pommes...

L'inertie géométrisée[2]

Les physiciens du XIX^e^ siècle avaient cherché en vain à mesurer en laboratoire, à l'aide de lumière et de champs électromagnétiques, la vitesse de la Terre par rapport aux étoiles lointaines. En 1905, Einstein postula que les lois de la physique devaient être les mêmes dans tous les repères en translation relative uniforme et que donc l'entreprise était vouée à l'échec.

La raison de cet échec dorénavant programmé par Einstein est, on l'a vu, que si les lois de l'électromagnétisme semblent différentes dans deux repères différents (un champ magnétique, par exemple, apparaissant dans un référentiel en mouvement par rapport à une charge électrique), cela est dû au fait que l'on raisonne dans le cadre newtonien d'un espace et d'un temps absolu. Dans le cadre nouveau de la relativité restreinte, où le temps devient une coordonnée comme les

2. Je reprends ici et dans la suite, en les adaptant, les considérations du premier chapitre du Livre III de *Théories de la Relativité*, Nathalie Deruelle et Jean-Philippe Uzan, op. cit.

autres, cette différence n'est plus qu'une « illusion d'optique » due à une rotation des axes de l'espace-temps décrivant un changement de repère inertiel.

La classe des repères inertiels, que la barge de Galilée ou la Terre elle-même incarnent approximativement, restait cependant privilégiée. C'est en effet seulement dans ces systèmes de référence que les particules libres peuvent être au repos. Dans tout autre, elles sont accélérées et, pour les y maintenir au repos, il faut les soumettre à des forces : rappelons-nous le passager de la barge, obligé de retenir ses boules d'ébène lorsqu'elle appareille[3] ! Ces accélérations, qui signalent seulement que le système auquel les mouvements sont rapportés n'est pas inertiel, agissent en quelque sorte comme un « rappel à l'ordre » des repères galiléens associés au « fantôme » qu'est l'espace absolu. L'on peut donc être insatisfait « *d'un tel acteur restant ainsi dans l'ombre, qui agit sur la matière sans qu'elle puisse agir en retour sur lui* » comme l'écrivit le mathématicien-philosophe Gilles Châtelet[4].

Einstein, ayant réussi, tout comme Newton mais en redéfinissant le temps, à imposer que les lois de la physique moderne soient les mêmes dans tous les repères inertiels, eut dès 1907 l'ambition de bâtir une théorie où les lois de la physique auraient la même forme dans *tous* les repères, inertiels ou non, afin de ne pouvoir en privilégier aucun, bref, de bâtir une théorie de relativité « générale » : « *Est-il concevable que le principe de relativité vale aussi pour des systèmes qui sont accélérés les uns par rapport aux autres ?* » écrivit-il alors. Ce que cherchait Einstein, c'était en quelque sorte à réduire aussi à une « illusion d'optique » le fait que, livrées à elle-même sur le pont d'une barge qui appareille, des boules d'ébène roulent de plus en plus vite et toutes de la même façon vers la poupe.

Cette réduction des accélérations d'inertie à de la géométrie fut possible grâce à l'existence de la quatrième dimension, grâce au fait que nous ne sommes plus limités à évoluer au rythme d'une horloge universelle, mais libres de nous mouvoir dans l'espace-temps de Minkowski, libres de repérer les événements (l'arrivée d'un train en gare de Berne ou le transit de Mercure) au temps de n'importe quelle horloge et à l'aide de coordonnées d'espace choisies à notre gré (pour une formulation un peu plus précise, voir « Une relativité "générale" » p. 178).

Ainsi, guidés par les mathématiques, nous sommes avec Einstein conduits à élargir à nouveau notre vision de l'espace et du temps : passer d'un repère inertiel à un autre c'est effectuer une rotation, passer à un repère accéléré, c'est *aussi* effectuer une transformation géométrique. L'accélération qu'un enfant ressent sur son manège, qui l'oblige à se retenir à sa nacelle (voir chapitre 4, Fig. 5), n'est causée par aucune force « réelle », mais par le seul mouvement de son manège : c'est de la pure géométrie, une illusion d'optique. Son mouvement (contrairement à ce que son père peut croire en lui criant « Tiens-toi bien ! ») est libre : sa « quadri-accélération » est nulle, celle qu'il ressent n'en est que l'avatar dans son repère tournant – tout comme l'apparition d'un champ magnétique dans un repère en mouvement par rapport à une charge est un avatar du tenseur de Faraday.

Une question épineuse arrêta cependant Einstein à ce stade. Comme il l'écrivit plus tard : « *Pourquoi fallut-il encore sept ans pour arriver à la Relativité Générale ? Principalement parce qu'on ne se libère pas si facilement de l'idée que les coordonnées ont une signification physique immédiate.* »

« Autobiographical Notes », in *Albert Einstein Philosopher-Scientist* (Paul A. Schilpp, ed.), pp. 2-94, Open Court : La Salle/Cambridge University Press, 1949.

3. Ou le pendule de Foucault qui, de l'intérieur du Panthéon, nous dit que la Terre tourne par rapport aux étoiles et n'est donc un repère inertiel qu'en première approximation.
4. In *Les enjeux du mobile*, Le Seuil, 1993.

Ce qu'il entendait par là c'est qu'en physique newtonienne, les objets sont repérés par leurs coordonnées qui donnent leurs positions par rapport à un trièdre solide de référence (incarné, par exemple, par les « murs du laboratoire »). Or un solide est, par définition, un assemblage d'objets dont les distances relatives sont constantes… mais par rapport au temps de quelles horloges ?

Il s'aperçut par ailleurs (en 1911) que le théorème de Pythagore ordinaire n'est plus applicable dans des référentiels accélérés. Pour étudier en effet comment les temps se dilatent et les longueurs se contractent dans un référentiel en rotation, un manège par exemple, écrivons le théorème de Pythagore minkowskien (qui donne le temps écoulé à la montre d'un voyageur entre deux événements proches, $ds^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2)/c^2 - dt^2$) dans un quadrillage d'axes tournants. Calculons alors avec Einstein la distance entre deux nacelles situées à même distance du centre, donnée par le temps, mesuré aux horloges du manège, que met un signal lumineux pour faire l'aller-retour entre elles ; nous constaterons que la distance entre les nacelles augmente beaucoup plus vite en fonction de la distance au centre que ne le donne le théorème de Pythagore[5].

Comment définir alors un « solide » de référence si les tranches d'espace découpées dans l'espace-temps de Minkowski par le temps d'horloges accélérées ne sont plus euclidiennes : comment bâtir des murs de laboratoire « droits » ?

Cette irruption de la géométrie non-euclidienne dans les repères non-inertiels rappela à Einstein les cours de géométrie des surfaces de son professeur du Polytechnikum, Karl Freidrich Geiser, et les notes que prenait alors son ami Marcel Grossmann. Guidé par Grossmann, avec l'aide de qui il adapta lors de son séjour à Zurich en 1912-1913 les outils que les mathématiciens depuis Gauss avaient affinés, sa vision du « continuum » que sont l'espace et le temps peu à peu se clarifia : « *Des corps de référence non-rigides sont utilisés, qui de manière générale non seulement se meuvent de n'importe quelle façon mais subissent également des modifications de forme ad libitum pendant leur mouvement […]. Ce corps de référence non-rigide, qui peut de manière appropriée être qualifié de « mollusque de référence », est en gros équivalent à un système de coordonnées gaussiennes [c'est-à-dire un « étiquetage » des événements] choisi arbitrairement.* »

Albert Einstein, *Relativity, The Special and General Theory*, Methuen, 1954.

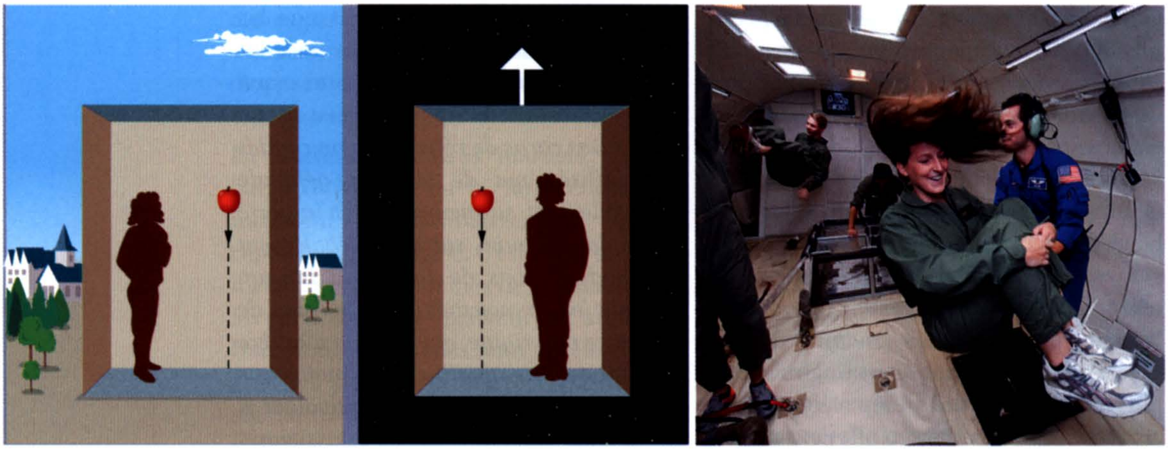
Ainsi, Einstein finit par résoudre la difficulté sur laquelle il achoppait en s'apercevant que les solides de référence ne sont pas indispensables, pas plus que l'éther, pas plus que l'espace absolu… En effet, la géométrie d'un espace se détermine très bien à l'aide seulement des temps que met la lumière pour aller d'un objet à un autre – comme tout arpenteur, utilisant un faisceau laser pour métrer une pièce, le sait de nos jours.

Cela montre en fin de compte que la physique classique avait plus d'un oripeau dans son sac. Einstein avait réussi à la débarrasser de l'éther en 1905, il lui fallut la débarrasser aussi d'un autre concept qui n'apparaît nulle part dans les équations : celui de corps solide de référence.

La gravitation, trame de l'espace-temps

« Inertie = géométrie ». Cette étape franchie, allons plus loin : pourquoi distinguer les forces d'inertie, dues au mouvement des repères auxquels on rapporte les mouvements, et les forces « réelles » ? Ne serait-il pas possible d'assigner une origine géométrique à *toutes* les forces ? Ainsi toutes les forces seraient des manifestations de la géométrie, des illusions

5. Plus précisément la circonférence d'un cercle n'est pas donnée par $C = 2\pi r$, où r est la distance au centre, mais par $C = 2\pi r/\sqrt{1-(\omega r/c)^2}$ où ω est la vitesse angulaire de rotation du manège et c la vitesse de la lumière.



6 « Gravitation = inertie ». À gauche : l'« ascenseur d'Einstein ». Il est impossible, par des expériences locales, de distinguer le champ de gravitation à l'œuvre dans un laboratoire terrestre d'une accélération de ce même laboratoire dans les espaces intersidéraux, loin de tout astre. À droite : il est impossible, par des expériences locales, de distinguer un laboratoire inertiel d'un laboratoire en chute libre dans un champ de gravitation.

d'optique, tout mouvement serait libre ! Nous allons voir comment Einstein réussit en 1915 à réduire la force de gravitation à de l'inertie (les autres résistent encore...).

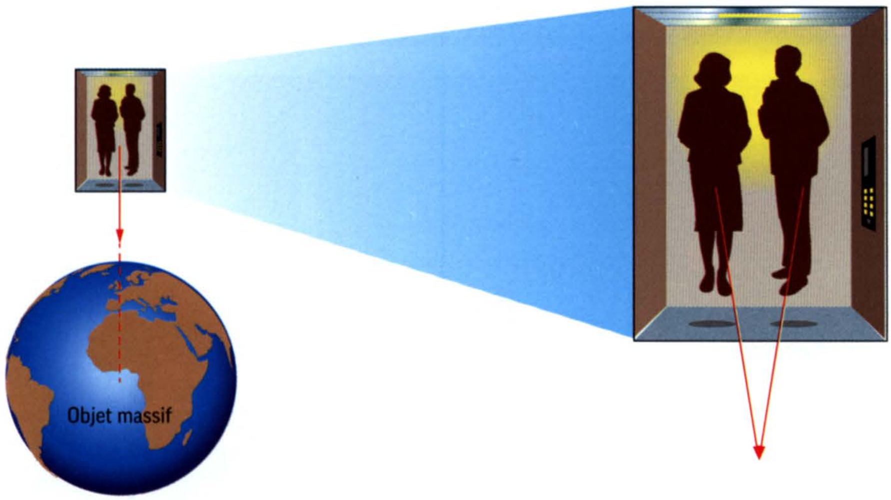
Le « *pied de biche* » qu'Einstein utilisa pour « *fracturer l'espace-temps de Minkowski* » (comme l'écrit Thibault Damour) et en extraire la gravitation, fut le fait curieux que tous les corps tombent de la même façon dans un champ de gravitation, comme nous nous en sommes étonnés avec Newton au chapitre 4.

La mécanique newtonienne rend compte de ce fait par une égalité fortuite des masses grave et inerte. Rappelons-nous la deuxième loi de Newton, $F = m_i a$, où m_i est la masse inerte d'un corps et a son accélération s'il subit une force F. Si cette force est la gravitation, alors $F = m_g g$ où g est l'accélération de la pesanteur ($g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$ sur Terre) et m_g la masse grave du corps. Comme il « se trouve » que $m_i = m_g$, on a $a = g$ pour tous les corps : boules de liège et d'ébène arrivent ensemble au bas de la tour de Pise.

Cette égalité des masses grave et inerte, comme Einstein le dévoila, n'est en fait pas anodine du tout. En effet, l'accélération d'objets variés due au fait que leurs mouvements sont rapportés au plancher d'une barge accélérée ne dépend que du mouvement de la barge, et non de leurs propriétés intrinsèques, comme leur masse inerte. Dans un « champ d'inertie » donc, *comme dans un champ de gravitation*, tous les corps « tombent » de la même façon. Cette similarité conduisit Einstein, dès 1907, à ériger en postulat l'égalité des masses inerte et grave et à *identifier* forces d'inertie et de gravitation. C'est le *principe d'équivalence* – « *l'idée la plus heureuse de ma vie*[6] ».

Ce principe d'équivalence a plusieurs facettes. La première est qu'une accélération peut simuler un champ de gravitation, comme l'illustre la célèbre expérience de pensée de l'« ascenseur d'Einstein » (Fig. 6). Une deuxième est, à l'inverse, qu'un champ de gravitation (par exemple celui de la Terre) peut être effacé : dans un référentiel en chute « libre », et donc accéléré par rapport aux référentiels inertiels lointains, le champ de gravitation peut être légitimement ignoré car les objets en co-mouvement, c'est-à-dire qui tombent eux aussi, sont en mouvement rectiligne uniforme, de sorte que le référentiel est, *de facto*, inertiel. Cette possibilité d'effacer un champ de gravitation est maintenant popularisée par de nombreux films qui ne sont plus de science-« fiction ». Einstein, lui, en eut l'idée au tout début de sa carrière, comme il le raconta lors d'une

6. « *Der glücklichste Gedanke meines Lebens* », Einstein (vers 1920) in *Fundamental Ideas and Methods of Relativity*, (le « Manuscrit Morgan »).



7 Les trajectoires d'objets en chute libre dans un champ de gravitation ne sont qu'approximativement parallèles.

conférence à Kyoto en décembre 1922 : « *[...] J'étais assis à mon bureau de l'office des brevets de Berne ; soudain je pensai que si quelqu'un tombait en chute libre, il ne sentirait pas son propre poids. Je fus surpris. Cette simple pensée fit une forte impression sur moi [...]. Car pour un observateur tombant d'un toit, il n'existe pas de champ de gravitation. S'il laisse tomber des objets, ils resteront au repos par rapport à lui, ou en mouvement uniforme [...]. Il est donc en droit de se trouver au repos.* »

Une troisième facette de cette équivalence entre inertie et gravitation est que la notion de particule libre (du moins au regard de la gravitation) n'a pas grand sens : les particules « attirées » par le Soleil, par exemple, sont « libres » dans l'ascenseur qui tombe avec elles, une contradiction dans les termes. Or la définition des repères inertiels repose sur la notion de particule libre. Si aucune ne l'est ou si elles le sont toutes, c'est toute la classe des repères inertiels qui disparaît à son tour dans les limbes.

À ce stade du raisonnement, un vertige à la Descartes nous menace : que reste-t-il de l'édifice bâti par Newton ? Pour l'heure un champ de ruines... mais la lumière est au bout du tunnel. (Pour une approche plus historique du chemin conceptuel suivi par Einstein, voir l'encadré page suivante.)

Nous avons vu que « inertie = géométrie », puis que « gravitation = inertie » ; la conclusion est imparable : « gravitation = géométrie ». Voyons plus précisément ce que cela signifie.

Les forces auxquelles il faut soumettre des particules libres pour qu'elles restent immobiles dans un référentiel accéléré deviennent inutiles (par définition) lorsqu'on passe à un référentiel inertiel (l'enfant n'a plus besoin de s'agripper à sa nacelle lorsque le manège s'arrête de tourner). L'effacement de ces forces est total dans le sens où, dans le nouveau référentiel (celui des arbres du parc), inertiel, toutes les particules libres ont *ad vitam aeternam* un simple mouvement rectiligne uniforme (pour ce qui est de l'enfant, ce sera peut-être pour moins longtemps...).

En revanche, dans un référentiel en chute radiale libre, le champ de gravitation ne s'évanouit en fait pas complètement (Fig. 7) : deux particules initialement au repos y demeurent, leur distance reste invariable, mais pendant un certain temps seulement, d'autant plus court que la précision des mesures est grande. En effet, la distance entre les particules diminue en fait peu à peu car la force de Newton fait converger leurs trajectoires vers le centre du corps qui les attire. Ainsi la propriété d'« effacement » n'est

1907 et 1911, les deux premières étapes d'une « longue marche »

6 Le premier congrès Solvay, à l'hôtel Métropole de Bruxelles en 1911. On reconnait à droite Einstein, Poincaré, Curie ; Lorentz en bout de table, Planck debout au fond à gauche, etc.

J'ai abordé l'ascension de notre Everest qu'est la relativité générale en commençant par l'identité inertie-géométrie (l'espace-temps de Minkowski absorbe les forces d'inertie), puis l'identité inertie-gravitation (le « principe d'équivalence »). Historiquement la démarche d'Einstein fut inverse.

En 1907, un journal (le *Jahrbuch der Radioactivität und Elecktronik*) lui demande un article de revue sur la relativité restreinte qu'il intitule « Sur le principe de relativité et ses conséquences ». Dans la dernière partie, plus spéculative, il énonce l'équivalence entre accélérations d'inertie et de gravitation due à l'égalité des masses grave et inerte. Il en déduit que les battements d'une horloge dépendent du champ gravitationnel dans lequel elle est plongée. C'est ce qu'on appelle aujourd'hui l'effet de « redshift » gravitationnel : Alice sur Terre vieillit moins vite que Bob au loin. Einstein toutefois ne parle pas d'espace-temps quadridimensionnel (l'article de Minkowski date de 1908) et ne touche pas à l'espace qu'il garde euclidien.

Pendant les quatre années qui suivent, Einstein se consacre surtout au développement de la physique quantique. Il participe, par exemple, au premier congrès Solvay à Bruxelles en 1911 qui lui est consacré et y parle de la chaleur spécifique des solides.

C'est pendant son séjour à Prague en 1911-1912 qu'il s'attelle « pour de bon » au problème de la gravitation. Il écrit plusieurs articles qui reprennent et développent celui de 1907. Il y prédit en particulier une déflexion de la lumière en provenance des étoiles lorsqu'elle passe près du Soleil mais, comme il ne lui vient pas à l'idée que l'espace puisse être courbé (pourquoi le serait-il ?), l'angle de déflexion obtenu est la moitié de ce que donneront les équations finales de la relativité générale.

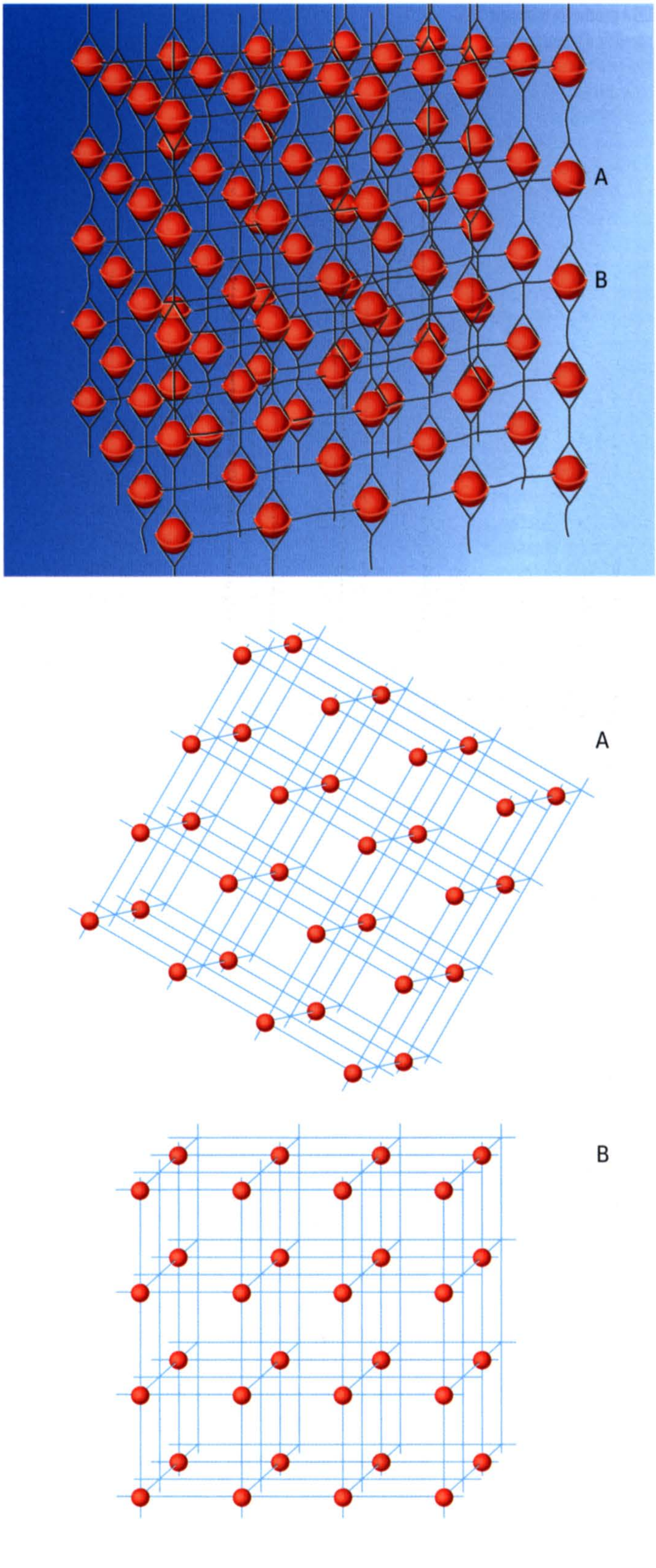
C'est toutefois aussi à Prague, en réfléchissant à la manière de construire des repères accélérés rigides si le théorème de Pythagore n'y est plus applicable, qu'il s'aperçoit qu'il aura besoin pour progresser des mathématiques développées par Gauss et ses successeurs. Son installation à Zurich en août 1912 arrive donc à point nommé. La collaboration qu'il y développe avec Grossmann est un des plus beaux exemples de synergie entre physique et mathématiques.

que locale : à tout moment, en tout lieu, il existe des systèmes de référence où le champ de gravitation peut être ignoré, où les particules peuvent être considérées comme au repos, mais ces systèmes dépendent du lieu et du moment.

La structure géométrique de l'Univers serait-elle donc celle d'un espace où les parallèles se coupent ? L'Univers serait-il donc « courbe » ? C'est à ce stade de l'élaboration de sa pensée qu'Einstein appela à la rescousse son ami Marcel Grossmann. L'identité gravitation = géométrie nous conduit ainsi à nous représenter l'espace-temps « fracturé » en une « *mosaïque de petits éclats minkowskiens* », comme l'écrit joliment Thibault Damour. Dans chaque « éclat », c'est-à-dire localement –dans nos ascenseurs ou stations spatiales en mouvement libre –, l'espace-temps est quasi minkowskien, la gravitation peut être ignorée, et l'on postule que tous les résultats de la relativité restreinte y sont valables. C'est le principe de *relativité locale*.

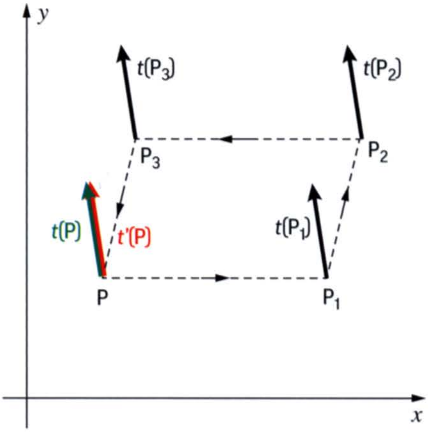
Reste à raccorder entre eux ces divers éclats, à comparer nos observations d'un ascenseur à un autre (Fig. 9).

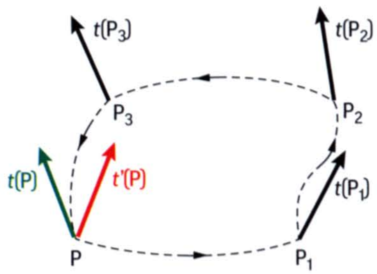
En relativité générale, l'espace-temps est un simple « continuum », un ensemble d'événements différenciés par leur étiquetage dans un repérage quelconque. On peut si l'on veut se figurer ce continuum comme un océan peuplé de bathyscaphes reliés par un réseau de lâches filins, dont les mouvements relatifs sont mesurés aux temps d'horloges en mouvements quelconques. Au voisinage de tout point, on peut cependant passer de ce « mollusque » de référence (comme Einstein, nous l'avons vu, l'a appelé) au



9 **En haut : une représentation du « mollusque de référence »** (les filins) reliant les « éclats minkowskiens » (les bathyscaphes) de l'espace-temps riemannien de la relativité générale. **En bas : les quadrillages minkowskiens dans des « bathyscaphes » différents.** Ces illustrations sont en fait la version quadridimensionnelle de la Fig. 4, où le plan tangent devient un « bathyscaphe », où la surface courbe devient la « mer » et les « filins » sont la version tridimensionnelle des lignes de coordonnées sur la surface.

10 À gauche : le transport parallèle d'un vecteur (qui peut représenter une règle, par exemple, ou un champ électrique), noté *t*(P), dans le plan euclidien qui nous est familier ; par définition de « transport parallèle », le vecteur garde la même longueur et la même orientation (c'est-à-dire les mêmes « composantes cartésiennes ») par rapport au repère (des murs du laboratoire, par exemple). **En bas : la même opération dans un espace courbe ;** la métrique définit les chemins de point en point, ainsi que la façon dont évoluent les composantes du vecteur ; si ce vecteur transporté parallèlement à lui-même le long d'un circuit fermé n'est pas le même qu'au départ, c'est que l'espace est riemannien et non euclidien, courbe et non « plat ».





« quadrillage » local de coordonnées minkowskiennes du bathyscaphe, c'est-à-dire passer à un repère momentanément inertiel, en chute libre, appelé par les mathématiciens l'espace *tangent*.

La métrique d'un espace riemannien permet aussi de transporter les objets géométriques (« vecteurs », « tenseurs ») d'un point à un autre (Fig. 10). Pour tâcher de rendre cela un peu moins abscons, reprenons notre image d'un océan peuplé de bathyscaphes reliés par de lâches filins. Ces filins peuvent être les chemins les plus courts entre les bathyscaphes, et se construisent alors pas à pas à l'aide de la métrique. Dans les bathyscaphes, il peut par ailleurs régner, par exemple, des champs électriques ; pour les comparer, il faut pouvoir transporter d'un bathyscaphe à un autre le champ « parallèlement », c'est-à-dire sans le modifier : c'est ce que permet aussi de faire la métrique. La métrique est donc l'outil mathématique qui permet de relier les uns aux autres les éclats d'espace-temps de Minkowski – ces bathyscaphes en chute libre dans lesquels la gravité est effacée.

Les équations d'Einstein

« Il était difficile de réconcilier la théorie newtonienne de la gravitation et sa propagation instantanée des forces avec les exigences de la relativité restreinte ; Einstein, en travaillant sur ce problème, fut amené à une généralisation de sa relativité – ce qui fut probablement la plus grande découverte scientifique jamais faite. »

Paul Dirac, cité par Subrahmanyan Chandrasekhar, in *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 5, 1984, pp. 3-11.

Toute la géométrie d'un espace-temps riemannien – la façon dont les horloges mesurent le temps, la valeur de la somme des angles d'un triangle – est dans sa métrique, cette « règle du jeu » qui nous donne la distance entre deux points voisins. Comme gravitation = géométrie, la force qui fait tourner les planètes autour du Soleil, se mouvoir les étoiles dans la galaxie et les galaxies dans l'Univers, est donc absorbée dans la métrique, c'est-à-dire dans la géométrie de l'espace-temps. Restait, ultime étape dans l'ascension de l'Everest, à déterminer *comment* la matière – le Soleil, les étoiles, les galaxies – courbe l'espace-temps, comment connaître, en d'autres termes, une fois les objets étiquetés par des coordonnées, la métrique. Cela prit trois ans à Einstein, trois ans d'avancées fulgurantes qui touchaient presqu'au but, de reculades, de doutes, de calculs faux, d'intuitions malheureuses, trois ans surtout de travail insensé.

Arrivé à Zurich en août 1912 Einstein collabore avec Grossmann pendant près de

1913, à mi-chemin, l'*Entwurf*

Il est fascinant de voir dans le carnet de notes, dit « de Zurich », qu'Einstein et Grossmann arrivent à deux doigts des équations finales de la relativité générale[7], mais les rejettent car elles ne redonnent pas celles de Newton dans la limite des champs faibles; de voir comment Einstein essaie de sortir de l'impasse en « bricolant » ces équations de limite des champs faibles, obtient les « bonnes »[8], mais, en les généralisant par tâtonnements, aboutit à des équations qui, avec le recul du temps, apparaissent « monstrueuses ».
Elles redonnent bien en effet les équations de Newton dans la limite des champs faibles, mais n'ont pas la même forme dans tous les systèmes de coordonnées (elles ne sont pas « covariantes »), ce qui était une des exigences de départ[9]. Einstein est bien conscient que cela n'est pas satisfaisant car il écrit à Lorentz en août 1913: « *Les équations de la gravitation ne sont malheureusement pas covariantes [...] Or tout repose sur la conviction que l'accélération d'un repère est équivalente à un champ de gravitation [...] La théorie contredit donc son point de départ et tout est en l'air !* »

Il essaie néanmoins de justifier cette entorse à son programme de recherche et tente de se convaincre que ces équations sont les bonnes. Il argue qu'elles seraient les seules possibles; que, de plus, ce serait finalement une erreur d'en chercher qui satisferaient au principe de « relativité générale » – car on ne pourrait pas alors, prétend-il, déterminer toute la métrique, c'est-à-dire connaître complètement le champ de gravitation créé par le Soleil par exemple (cela s'appelle, dans la littérature spécialisée, l'argument du « trou »; il a fait couler beaucoup d'encre). Ces arguments sont mathématiquement faux, mais cela est facile à dire avec un recul de plus de cent ans!
Malgré obstacles et critiques, Einstein continue pourtant à « faire parler » ses équations. Par exemple, il montre avec Grossmann dans un second article publié en 1914 (sur une suggestion d'un élève de David Hilbert, le logicien David Bernays) qu'elles peuvent de mettre sous une forme « lagrangienne », ce qui les place dans la grande tradition de la physique classique. Cela conforte sa confiance dans leur valeur; il intitule d'ailleurs un article publié par l'Académie de Prusse en 1914 « Les fondations formelles de la théorie de la Relativité Générale »: il n'est plus question d'« ébauche »!
Les failles de ces équations apparaissent cependant peu à peu. Non seulement elles n'expliquent pas l'anomalie du mouvement de Mercure, mais Tullio Levi-Civita, avec qui Einstein correspond en mars-avril 1915, lui montre, par exemple, que les changements de

11 En haut : Marcel Grossmann en 1909, à 31 ans.
En bas : Einstein en 1912, à 33 ans.

coordonnées auxquels il s'est restreint pour déduire ses équations d'un lagrangien ne laissent pas ses équations invariantes, pas plus que les changements généraux. Il s'aperçoit aussi en septembre 1915 qu'un autre calcul fait avec Besso lors de son séjour à Zurich deux ans plus tôt était faux: contrairement à ce qu'ils avaient cru, les équations de l'*Entwurf* ne permettent pas de traiter la géométrie d'un repère tournant! Elles n'incluent donc pas, dans un cas pourtant simple, l'équivalence gravitation-inertie.

7. $R_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$, où $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci et $T_{\mu\nu}$ le tenseur énergie-impulsion de la matière (quelques détails supplémentaires seront donnés plus bas).
8. Celles de la relativité générale linéarisée en coordonnées harmoniques. (Cela est un clin d'œil aux « initiés », je le reconnais.)
9. Ces équations garantissent que les planètes ont un mouvement libre dans le champ du Soleil, en accord avec le principe d'équivalence, mais à condition de se placer dans des repères bien particuliers, ce qui est contraire au principe de « relativité générale ».

deux ans (il part pour Berlin en avril 1914). Dans l'article qu'ils publient ensemble en 1913, intitulé « Ébauche d'une théorie généralisée de la relativité et d'une théorie de la gravitation » et connu familièrement sous le nom de « *Entwurf* » (l'« Ébauche »), on voit d'abord l'immense chemin parcouru par Einstein dans la maison des mathématiques : guidé par Grossmann, il a absorbé en un temps record la substantifique moelle des géométries riemanniennes. Hélas, les « équations de champ » qu'ils proposent alors, dont on peut déduire la métrique de l'espace-temps, c'est-à-dire le champ de gravitation généré par des masses, ne sont pas les bonnes.

12 David Hilbert (1862-1943) en 1912, à 50 ans.

En juin 1913, Michele Besso, l'ami de toujours, camarade d'études comme Grossmann et installé à Gorizia près de Trieste, vient pour un mois à Zurich et met avec Einstein l'*Entwurf* à l'épreuve du feu : peut-elle rendre compte de l'avance du périhélie de Mercure inexpliquée en théorie newtonienne (voir chapitre 5) ? J'ai mentionné au chapitre 6 que Poincaré avait donné dans son livre *Science et méthode* de 1908 une liste de théories relativistes de la gravitation (dont la sienne) qui ne l'expliquaient pas. L'*Entwurf* fait-elle mieux ? Non... Car, comme le montrent les calculs précieusement conservés par Besso, elle prédit seulement les 5/12^{e} de l'anomalie observée, soit 18 secondes d'arc par siècle au lieu de 43. (Pour une analyse un peu plus détaillée de l'« *Entwurf* », voir l'encadré p. précédente.)

Ce sont pourtant ces équations de l'*Entwurf* qu'Einstein présente lors de nombreuses conférences et qu'il expose en détail à Göttingen sur l'invitation de David Hilbert (avec qui il sympathise et chez qui il loge) en une série de six cours donnés la dernière semaine de juin 1915. Hilbert (Fig. 12) est probablement le plus grand mathématicien de son temps avec Poincaré (mort, rappelons-le, trois ans plus tôt). Il est vivement intéressé par cette théorie de la gravitation en gestation qui s'est approprié les géométries riemaniennes – dont bien sûr il maîtrise tous les aspects, lui qui, souvenons-nous en, a publié une version axiomatisée de la géométrie d'Euclide en 1899, les *Grundlagen der Geometrie.* Il se met à travailler activement sur le sujet. Lorsqu'on sait qu'il demandera à ce que soit écrit sur sa tombe « *Wir müssen wissen, wir werden wissen* » (« nous devons savoir et nous saurons »), Einstein est en droit de s'inquiéter de cette compétition à venir...
De retour à Berlin, Einstein met les bouchées doubles. Pendant le mois de novembre 1915, il fait une communication à l'Académie à chaque séance, les jeudis 4, 11, 18 et 25. De son côté, Hilbert annonce ses propres progrès à Göttingen le mardi 16 et le samedi 20. Ils échangent résultats et remarques par des cartes postales très cordiales qui, bien que l'Europe soit en pleine guerre, arrivent à destination le lendemain. Certaines de ces cartes sont hélas perdues... ce qui a suscité et suscite encore des spéculations et controverses sans fin pour déterminer si, oui ou non, Einstein aurait été doublé par Hilbert dans cette dernière ligne droite.

Plus précisément, le jeudi 11, Einstein abandonne les équations de l'*Entwurf* et revient à celles de son carnet de notes de Zurich, que Grossmann et lui avaient écartées deux ans plus tôt, mais qui ont le mérite – redevenu indispensable à ses yeux – d'être covariantes, i.e. de conserver leur forme dans tout système de coordonnées même si elles sont toujours aussi problématiques pour déterminer la gravitation à l'intérieur d'une étoile. Le jeudi 18, il découvre que ces équations donnent, loin d'une étoile (et à l'extérieur de la matière donc) une métrique, i.e. un champ de gravitation, qui induit une avance de périhélie de Mercure de... 43 secondes d'arc par siècle, exactement égale à l'anomalie mesurée par le Verrier plus

10. S'il put effectuer ce calcul si rapidement (ce qui impressionna Hilbert), c'est qu'il s'était fait la main, comme nous l'avons vu, sur un calcul similaire deux ans plus tôt avec Besso.

de soixante-dix ans auparavant. Ce fut là, dira-t-il plus tard, « *la plus grande émotion scientifique de ma vie* »[10].

La question dont débattent encore les historiens est de savoir ce que Hilbert a présenté lors de sa conférence du 20 novembre : étaient-ce les équations finales de la relativité générale, ou, « seulement », le « lagrangien » de la théorie dont on peut les déduire ? (On trouvera dans les notes bibliographiques un échantillon de l'abondante littérature sur cette question probablement indécidable.) Ce qui est sûr, c'est que le jeudi suivant, 25 novembre, Einstein présente à Berlin les « équations d'Einstein », qui ne diffèrent de celles du carnet de Zurich (reprises le 11) qu'à l'intérieur de la matière. Je calligraphie ici ces équations, comme j'ai calligraphié celles de Newton ou de Maxwell, dans toute leur beauté platonicienne :

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}$$

Ces équations sont au nombre de dix (les indices μ et ν varient de 0 à 4 et les « matrices » sont symétriques). Dans le membre de droite, le « tenseur d'énergie-impulsion » $T_{\mu\nu}$ représente la masse-énergie de la matière (c'est-à-dire tout ce qui rentre dans « $E = mc^2$ » : les masses des constituants élémentaires des planètes ou étoiles ainsi que leur énergie cinétique, augmentée de l'énergie correspondant aux forces, mécaniques, électriques ou nucléaires qui les lient) ; $8\pi G/c^4$ est la « constante d'Einstein », où G est la constante que nous avons introduite il y a deux siècles et demi dans la force de gravitation de Newton, $F = -GmM/r^2$.

Le membre de gauche de l'équation, le « tenseur d'Einstein » $G_{\mu\nu}$, a été l'objet mathématique le plus difficile à saisir ; il est relié à la courbure de l'espace-temps (c'est-à-dire au tenseur de Riemann que nous avons introduit plus haut) ; il fait intervenir ce qu'on peut appeler l'« accélération de la gravitation », à savoir les dérivées secondes de la métrique. Ainsi, du point de vue des analystes et spécialistes des équations différentielles, les équations d'Einstein sont analogues aux équations de Maxwell qui relient, elles, l'« accélération » du « potentiel » électromagnétique au courant des charges qui le crée – analogues aussi aux équations de la gravitation de Newton[11].

Arrivés au sommet de l'Everest, Einstein et Hilbert ont l'un envers l'autre des sentiments un peu mêlés, faits d'admiration réciproque teintée d'arrière-pensées qu'ils ont l'intelligence de dépasser. Ainsi Einstein écrit-il à Hilbert le 20 décembre 1915 : « *Je voudrais saisir l'occasion de vous dire quelque chose qui est important pour moi. Il y a eu un certain froid entre nous, que je ne veux pas analyser. Je me suis battu contre ce ressentiment et l'ai surmonté. Je pense à nouveau à vous avec une amitié sans nuage, et souhaite que vous essayiez de penser à moi de même. C'est vraiment dommage que deux vrais types [zwei wirkliche Kerle], que leur travail a élevés au-dessus du bas monde, ne s'entendent pas.* »

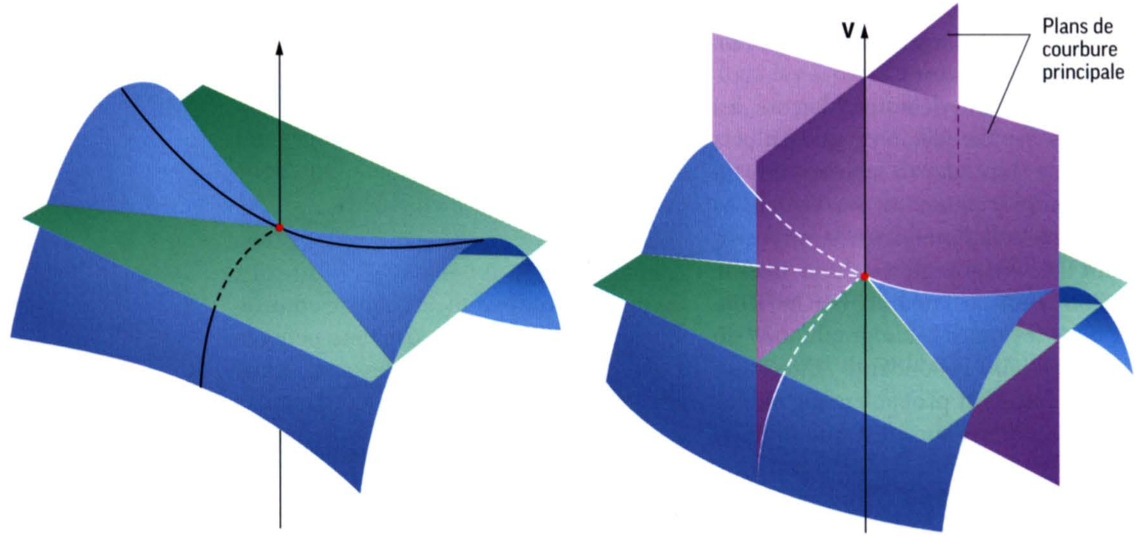
Quant à Hilbert, il aurait dit (du moins c'est ce qu'affirme sa biographe Constance Reid) : « *N'importe quel galopin de Göttingen en sait plus en géométrie quadridimensionnelle qu'Einstein, mais [...] c'est lui qui a fait le travail et pas les mathématiciens.* »

Pour aller plus loin

Le theorema egregium

Considérons une surface (celle en forme de selle de la figure 13 gauche, par exemple). En chaque point de cette surface, on peut construire un plan qui lui

11. Elles sont, plus exactement, analogues à la forme que leur avaient donnée Laplace et Poisson, évoquée au chapitre 5 : $\Delta U = 4\pi G\rho$ – la métrique jouant ici le rôle du potentiel gravitationnel U, $G_{\mu\nu}$ celui du laplacien de U, ΔU, et $T_{\mu\nu}$ celui de la densité de masse ρ. Ce qui distingue les équations d'Einstein de celles de Maxwell, Laplace ou Poisson est qu'elles sont « non-linéaires » et, en conséquence, très difficiles à résoudre (elles sont en quelque sorte ce que l'équation $x^2 + ax + b = 0$ est à $x + b = 0$ – en plus compliqué cela s'entend !).



13 La courbure de Gauss. Habituellement, une surface est « plongée » (visualisée) dans l'espace. Dans son *theorema egregium*, Gauss montre que la façon dont elle est courbée dans l'espace ambiant (la « courbure de Gauss ») peut en fait être définie sans faire référence du tout à cet espace ambiant.

est tangent. On peut construire ensuite la normale en ce point. Considérons alors un plan qui contient cette normale, perpendiculaire donc au plan tangent. Il intersecte la surface selon une courbe plus ou moins compliquée, mais qui, près du point étudié, peut être assimilée à une portion de cercle (ou de droite). Lorsqu'on fait pivoter ce plan autour de la normale, le rayon de ce cercle varie. Il y a donc deux plans particuliers (Fig. 13 droite) : celui pour lequel le rayon du cercle est maximal et celui pour lequel il est minimal. On appelle « courbure de Gauss » le produit de l'inverse de ces deux rayons (ou le double de ce produit, cela dépend des définitions).

Comme sa construction le montre bien, la définition de cette courbure de Gauss nécessite de visualiser la surface dans l'espace euclidien dans lequel elle est plongée. Si l'on déforme la surface, alors le plan tangent, la normale, les plans normaux, les rayons des cercles changent et, *a priori*, la courbure change aussi. Ce que montra Gauss est que si la déformation s'effectue sans étirer ni froisser la surface (c'est-à-dire sans modifier les angles ni les distances sur la surface près du point étudié), alors sa courbure reste la même. Ce résultat remarquable (dont la démonstration n'est pas simple) est le *theorema egregium*.

Gauss en déduisit que les distances entre les points d'une surface (c'est-à-dire la longueur des courbes les plus courtes reliant deux points sur cette surface, courbes appelées géodésiques) ou bien la somme des angles d'un triangle dessiné dessus ne dépendent *pas* de la façon dont on peut la visualiser dans l'espace ; elles ne dépendent que de la valeur de la courbure.

Ce fut l'œuvre de Riemann, Christoffel, Ricci-Curbastro, Levi-Civita et de leurs successeurs de généraliser ces résultats à l'espace tridimensionnel lui-même, puis à tous les espaces – la courbure de Gauss, dite dorénavant *extrinsèque*, étant alors reliée à la courbure de Riemann, *intrinsèque*, de l'espace.

Les courbures de Gauss et de Riemann

Imaginons, comme nous l'avons déjà fait, une pièce obscure constellée de points lumineux et un système de coordonnées qui les repère. Si nous décrétons que cet espace mental est euclidien et à trois dimensions, cela signifie, on l'a vu, que parmi tous les systèmes de coordonnées possibles il en est, appelés cartésiens (Fig. 14 en bas), tels que la distance entre deux points P et Q de coordonnées cartésiennes (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) est donnée par le théorème de Pythagore soit, en posant $dx = x_2 - x_1$, etc. :

$$(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$$

Décrétons maintenant que notre espace imaginaire n'est pas euclidien mais riemannien. À deux dimensions (Fig. 14 en haut), cela signifie qu'il existe des coordonnées, dites coordonnées « normales » de Riemann (ce qui veut dire, en clair, « les plus proches possible de coordonnées cartésiennes »), telles que la distance entre deux points P et Q de coordonnées (x, y) et $(x + dx, y + dy)$ est donnée par –en supposant que dx et dy sont petits :

$$(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 - (R/6)(xdy - ydx)^2$$

où R est la *courbure de Riemann* au point P – qui se réduit dans ce cas simple à celle de Gauss et vaut $R = 2/r^2$ si notre espace est une sphère de rayon r. À trois dimensions la formule est similaire, mais plus longue :

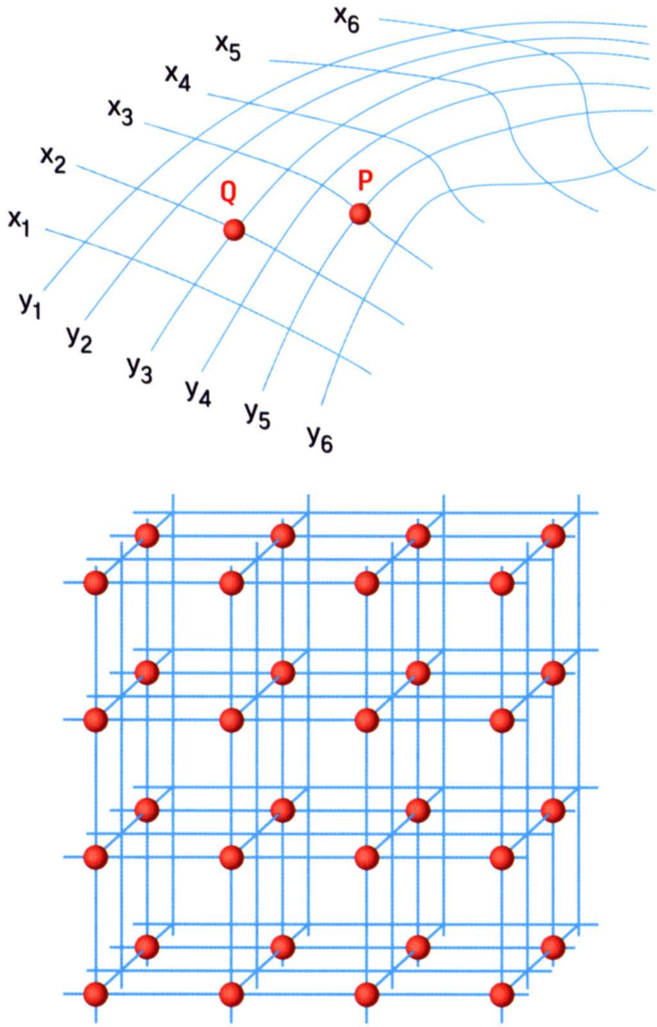
$$\begin{aligned}(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 &- R_1(xdy - ydx)^2 \\ - R_2(xdz - zdx)^2 &- R_3(ydz - zdy)^2 \\ &- R_4(xdy - ydx)(xdz - zdx) \\ &- R_5(xdy - ydx)(ydz - zdy) \\ &- R_6(xdz - zdx)(ydz - zdy)\end{aligned}$$

La courbure de Riemann est maintenant la donnée en chaque point de 6 nombres $(R_1, R_2...)$, les 6 composantes ($R_{xyxy} \sim R_1$, etc.) du *tenseur de Riemann-Christoffel*, noté R_{ijkl}, où les indices (i, j, k, l) prennent les valeurs 1, 2 et 3.

La métrique d'un espace courbe

Dans le plan euclidien à 2 dimensions en coordonnées cartésiennes, la distance entre deux points (ou élément de longueur) est donnée par le théorème de Pythagore : $(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$.

La *métrique* de ce plan dans ces coordonnées est, par définition, l'ensemble des coefficients de $(dx)^2$, $dxdy$, $(dx)^2$ qui apparaissent dans l'élément de longueur $(dl)^2$; dans le cas présent du plan euclidien à 2 dimensions en coordonnées cartésiennes, ils valent, en tout point : (1, 0, 1).



14 En haut : les coordonnées « normales », c'est-à-dire les plus proches possibles des coordonnées cartésiennes, d'une surface courbe.
En bas : quadrillage cartésien de l'espace euclidien tridimensionnel, où la distance entre deux points est donnée par le théorème de Pythagore.

La distance entre deux points proches sur une surface courbe, a été donnée plus haut :

$$(dl)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 - (R/6)(xdy - ydx)^2$$

La métrique de la surface dans ces coordonnées normales est l'ensemble des coefficients de $(dx)^2$, $dxdy$, $(dx)^2$ qui apparaissent dans l'élément de longueur $(dl)^2$. On les note g_{xx}, g_{xy}, g_{yy}, soit, collectivement, g_{ij}, et ils valent : $g_{xx} = 1 - Ry^2/6$; $g_{xy} = Rxy/6$; $g_{yy} = 1 + Rx^2/6$.

Dans un espace à 3 dimensions, les coefficients de la métrique sont au nombre de 6, ils sont 10 à 4 dimensions, etc. Si l'espace est courbe, ils sont différents en chaque point – ce sont donc des fonctions

Maxwell

$$e=\frac{1}{4\pi E^2}\left(\frac{dP}{dx}+\frac{dQ}{dy}+\frac{dR}{dz}\right)$$

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d}{dx}\mu\alpha+\frac{d}{dy}\mu\beta+\frac{d}{dz}\mu\gamma\right)=m=0,$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dQ}{dz}-\frac{dR}{dy}&=\mu\frac{d\alpha}{dt},\\ \frac{dR}{dx}-\frac{dP}{dz}&=\mu\frac{d\beta}{dt},\\ \frac{dP}{dy}-\frac{dQ}{dx}&=\mu\frac{d\gamma}{dt}.\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}p&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}-\frac{1}{E^2}\frac{dP}{dt}\right),\\ q&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}-\frac{1}{E^2}\frac{dQ}{dt}\right),\\ r&=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}-\frac{1}{E^2}\frac{dR}{dt}\right),\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}P&=\mu\gamma\frac{dy}{dt}-\mu\beta\frac{dz}{dt}+\frac{dF}{dt}-\frac{d\Psi}{dx},\\ Q&=\mu\alpha\frac{dz}{dt}-\mu\gamma\frac{dx}{dt}+\frac{dG}{dt}-\frac{d\Psi}{dy},\\ R&=\mu\beta\frac{dx}{dt}-\mu\alpha\frac{dy}{dt}+\frac{dH}{dt}-\frac{d\Psi}{dz}.\end{aligned}\right\}$$

Minkowski

$$\partial_\mu \boldsymbol{F}^{*\mu\nu}=0$$

$$\partial_\mu \boldsymbol{F}^{\mu\nu}=4\pi \boldsymbol{j}^\mu$$

Écriture moderne

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}\equiv 0$$

$$\delta\boldsymbol{F}=4\pi\boldsymbol{j}$$

Hertz-Lorentz

$$\nabla.\boldsymbol{B}=0$$

$$\nabla\wedge\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla.\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla\wedge\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{j}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}$$

15 Les différentes écritures des équations de Maxwell.

des coordonnées (x, y, z...) – et il n'existe *pas* de système de coordonnées qui les réduisent à leurs valeurs euclidiennes.

Une relativité « générale »

Les champs électrique et magnétique sont, dans la formulation quadridimensionnelle de Minkowski de la relativité restreinte, réunis dans un tenseur, celui de Faraday. Un tenseur, tout comme un vecteur, est un objet géométrique « intrinsèque », c'est-à-dire dont les composantes, qui sont celles des vecteurs électrique et magnétique, ne sont que des avatars du tenseur lui-même, variant d'un repère à l'autre. Ainsi, de même que la seconde loi de Newton s'écrit $F = ma$, l'équation de Maxwell s'écrit dorénavant $\delta F = 4\pi j$ dans tout repère inertiel, ce qui interdit de pouvoir distinguer ces repères les uns des autres[12].

Plus précisément, l'équation de Maxwell $\delta F = 4\pi j$ s'écrit sous cette forme dans tous les repères reliés les uns aux autres par des transformations de Lorentz, c'est-à-dire par des rotations d'espace-temps. Or – Ricci et Levi-Civita l'ont montré dans leur article de 1901 – cette équation, et toutes celles écrites en termes de vecteurs ou tenseurs quadridimensionnels, gardent la même forme dans des changements de coordonnées d'espace et de temps beaucoup plus généraux que des simples rotations (dits « non-linéaires ») qui incluent ceux décrivant le passage à un repère accéléré, un manège tournant, par exemple. Cette possibilité donnée par les mathématiques d'écrire les lois de la physique de manière unifiée dans n'importe quel repère – autrement dit, de les écrire de sorte qu'elles préservent leur forme (soient *invariantes*) dans un changement général de coordonnées – s'appelle la propriété de *covariance générale*. Pour donner un exemple de la puissance de la formulation quadridimensionnelle des équations de la physique, comparons les équations de Maxwell, telles qu'elles furent écrites par Maxwell lui-même en

12. Attention ! Le premier F représente le vecteur force appliqué à une particule de masse m et d'accélération a, alors que le second F représente le tenseur de Faraday créé par le courant j (quant à la « codifférentielle » δ, c'est une opération de dérivation ; pour en savoir plus, voir, par exemple, *Théories de la Relativité*, op. cit.).

1861, leur version dite de Hertz-Lorentz, celle de Minkowski et, pour faire bonne mesure, celle utilisant les outils de géométrie différentielle moderne dans laquelle tous les phénomènes électriques et magnétiques sont enchâssés dans deux formules contenant 10 caractères en tout (8 même si on pose $4\pi = 1$; Fig. 15).

Quant à la force de Lorentz qu'un champ électromagnétique exerce sur une charge, elle s'écrit « à la Lorentz » ou « à la Minkowski » selon :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B}) \; ; \; \frac{Du^\mu}{d\tau} = qF^{\mu\nu}u_\nu$$

C'est là le cœur de l'apport de Minkowski, qui reformule les équations de la relativité restreinte en termes de grandeurs quadridimensionnelles, quadri-vitesses, tenseur du champ électromagnétique, « dérivée covariante *D* », etc., ce qui permit un bond en avant de la théorie et, aussi, ouvrit la voie à la relativité générale.

En effet, sous leur forme quadridimensionnelle ($\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$ et $Du^\mu/d\tau = qF^{\mu\nu}u_\nu$ par exemple), les équations de Maxwell-Lorentz sont les mêmes, non seulement dans tous les repères inertiels (reliés les uns aux autres par des transformations de Lorentz), mais aussi dans des repères accélérés et, également, en présence de gravitation.

Cent ans de relativité générale

Nous sommes aujourd'hui en 2015, cent ans après qu'Einstein, qui est à la fois le Galilée et le Newton de notre ère, a inventé la relativité générale. Pouvons-nous affirmer qu'il a triomphé ?
Oui, bien sûr.

Les débuts de la relativité générale furent fulgurants. En décembre 1915, un mois seulement après qu'Einstein eut écrit ses équations, le mathématicien et astronome Karl Schwarzschild, stationné sur le front russe, trouvait la solution exacte qui donne la courbure de l'espace-temps à l'extérieur d'un objet sphérique et immobile. En 1917, Einstein construisait le premier modèle cosmologique représentant un Univers statique et fermé sur lui-même comme une sphère. En 1918, il donnait les principales caractéristiques des ondes gravitationnelles, ces « vagues » de l'espace-temps engendrées par des masses en mouvement. Ainsi, en moins de trois ans, les grands chantiers de la relativité générale étaient ouverts. En 1919, des expéditions à Principe, dans le Golfe de Guinée, et à Sobral, au Brésil, confirmaient à l'occasion d'une éclipse que la lumière en provenance des étoiles est déviée par le Soleil, en accord avec la prédiction relativiste, et Einstein devint une célébrité mondiale.

S'ensuivit une longue période de stagnation. Einstein poursuivit sa route en solitaire en quête d'une théorie où tout serait géométrie ; ses disciples, enfermés dans leur tour d'ivoire, tournaient un peu en rond faute de manne expérimentale. Ainsi, par exemple, Richard Feynman, invité à une conférence de relativité à Varsovie en 1962, pouvait écrire à sa femme, avec toute la hauteur du grand spécialiste qu'il était de la théorie quantique des champs alors en plein essor : « *Je ne tire rien de cette conférence. Je n'apprends rien. Comme il n'y a pas d'expériences ce domaine n'est pas actif et peu de gens doués y travaillent. [...] "l'activité" consiste principalement à montrer que celle du voisin mène à une impasse ou à rien d'utile ou à quelque chose qualifié de "prometteur".* »

Dans le courant des années 1960, la situation changea du tout au tout, grâce essentiellement aux développements spectaculaires de l'astronomie et de l'astrophysique. L'école de Princeton en particulier, menée par John Wheeler (dont Feynman avait été un élève), joua un rôle considérable dans ce renouveau.

De nos jours, la mécanique céleste relativiste confirme, avec une précision cent mille fois meilleure qu'en 1915, les prédictions que l'on peut extraire de la relativité générale. Grâce à l'étude fine des signaux radios émis par des pulsars orbitant autour d'objets compacts, les ondes gravitationnelles ont été détectées, en parfait accord avec les prédictions de la théorie, ce qui valut le prix Nobel de 1993 à Robert Hulse et Joseph Taylor. Quelle belle nouvelle illustration de la « déraisonnable » efficacité des mathématiques !

Après cinquante ans de débats pour décrypter leur géométrie, les nouveaux objets de la réalité physique que Schwarzschild avait trouvés au bout de sa plume, les « trous noirs » comme les baptisa Wheeler, sont maintenant au cœur de la compréhension des phénomènes extraordinairement énergétiques découverts au cours du siècle dernier, quasars, noyaux actifs de galaxies, sursauts gamma, etc. Le prix Nobel de 2002 fut décerné à Riccardo Giacconi qui, au début des années 1970, fut le premier à les mettre en évidence. La plupart des galaxies en recèleraient d'énormes en leur sein, telle la nôtre qui en héberge un dans la constellation du Sagittaire, de 4 millions de masses solaires.

La cosmologie relativiste, quant à elle, a connu un formidable développement ces trente dernières années. Arno Penzias et Robert Wilson reçurent le prix Nobel en 1978 pour leur découverte de 1963 du rayonnement cosmique fossile, qui confirme que l'Univers a traversé dans le passé une période dense et chaude. John Mather et George Smoot furent, eux, récompensés en 2006 pour avoir détecté dans ce rayonnement des petites anisotropies, qui peuvent être expliquées par des fluctuations du vide quantique amplifiées lors d'une période primordiale d'« inflation ». En 2011 enfin, Saul Perlmutter, d'une part, Brian Schmidt et Adam Riess, d'autre part, reçurent le prix pour avoir mis en évidence l'accélération de l'expansion de l'Univers au moyen de l'observation de supernovæ lointaines, qui s'interprète actuellement en termes d'une mystérieuse « énergie noire ».

Tout cela étant, la relativité générale n'a pas encore donné je pense tout le meilleur d'elle-même et ce parce que nous, les physiciens à cheval sur le millénaire, restons timorés, et démunis, devant cette formidable théorie que nous ne maîtrisons pas bien encore. La mécanique céleste relativiste reste en effet pour l'heure aux abords « post »-newtoniens des nouveaux territoires découverts par Einstein, même si des méthodes de raccordement des zones de champ faible aux régions proches des astres où il est intense, ainsi que la résolution numérique de ses équations ont connu depuis dix ans des percées majeures. La complexité géométrique de l'intérieur des trous noirs, si loin de l'intuition euclidienne, et leur rayonnement de corps noir, découvert par Stephen Hawking en 1975, déroutent encore. La cosmologie, enfin, reste attachée au concept de temps absolu, rebaptisé « cosmique » pour l'occasion.

Il faut aussi ne pas se voiler la face sur l'aspect de la révolution einsteinienne qui est pour l'heure un échec patent : contrairement à la théorie de Newton qui, pendant plus de deux-cents ans, servit de modèle pour comprendre toutes les facettes de la nature, la relativité générale n'englobe pas, dans sa formulation actuelle tout du moins, l'indéterminisme fondamental qui est à la racine de l'autre pilier de la physique d'aujourd'hui, la mécanique quantique. Des chantiers sont en cours qui ouvrent quantité de pistes dont une s'avérera (sûrement) fructueuse... mais cela est une autre histoire.

Chapitre 1

Sur les sciences babylonienne et égyptienne, ainsi que leur influence sur les mathématiques et l'astronomie grecques, voir, par exemple, Otto Neugebauer, *Les sciences exactes dans l'Antiquité*, 1952, traduction française Actes Sud, 1992.

Sur la découverte des nombres irrationnels, voir, par exemple, Jean-Louis Périllié, « La découverte des incommensurables et le vertige de l'infini », Cahiers philosophiques, CNDP, **91**, 2002, p. 9. J. L. Périllié fait remonter à Paul Tannery (in *Mémoires scientifiques*, Privat, Toulouse, 1912) l'idée que cette découverte a été un « scandale logique », une « crise des fondements ».

Le mépris affiché des savants grecs pour les « ingénieurs » doit être nuancé ; voir, par exemple, Bertrand Gille, *Les mécaniciens grecs*, Seuil, 1980. Voir aussi la façon dont Vitruve, au Ier siècle avant J.-C., contourne dans son *De architectura* (livre IX) les problèmes mathématiques et explique comment, « dans la pratique », on double la surface d'un carré (texte disponible sur le site penelope.uchicago.edu/Thayer/E/home.html).

La traduction du *De Caelo* par J. Barthélemy Saint-Hilaire (1866) et les citations qui en sont extraites est disponible sur le site http://remacle.org ; on trouvera celle de l'*Almageste* par N. Halma (1813) sur le site de Carlo Rovelli, www.cpt.univ-mrs.fr/~rovelli/Almagest.pdf

Sur la légende de la Terre plate, voir, par exemple, Umberto Eco, « La legenda della terra piatta », *La Repubblica*, 2009, sur le site www.repubblica.it/2009/02/sezioni/spettacoli_e_cultura/medioevo-eco/medioevo-eco/medioevo-eco.html

Sur l'école de Pythagore voir, par exemple, Charles Renouvier, *Philosophie analytique de l'histoire : les idées, les religions, les systèmes*, 1896, tome I, livre II, chapitre 2 (voir aussi le site agora.qc.ca).

Sur la notion de lieu chez Aristote, voir, par exemple Christiane Vilain, « Aristote et l'espace », *Fundamenta Scientiae*, **7**, 1987, p. 223.

Pour en savoir plus sur les systèmes planétaires grecs, voir, par exemple O. Neugebauer, *Les Sciences exactes dans l'Antiquité*, op. cit. ; ou Thomas S. Kuhn, *La révolution copernicienne*, 1re édition, 1957, traduction française, Fayard, 1973 ; voir aussi John Louis Emil Dryer, *History of the planetary systems from Thales to Kepler*, Cambridge University Press, 1906 (disponible sur le site archive.org/details/historyofplanetaoodreyuoft) ; et Jean-Baptiste Delambre, *Histoire de l'Astronomie ancienne*, tome II, chapitre 1, Mme Ve Courcier, 1817.

Sur la taille du cosmos grec, voir Albert van Helden, *Measuring the Universe*, Chicago University Press, 1985. Voir aussi J. L. E. Dryer, *History of the planetary systems from Thales to Kepler*, op. cit., chap. 8.

Sur la science médiévale, voir, par exemple, le magistral ouvrage de Pierre Duhem (1861-1916), *Le Système du Monde*, Hermann, dont la publication s'étala entre 1913 et 1959. Voir aussi Edward Grant, *Physical Science in the Middle Ages*, John Wiley 1971 (réédition Cambridge University Press, 1977), traduit de l'anglais par Pierre-Antoine Fabre, PUF, 1995.

Sur Alexandrie à l'époque d'Hypathie, voir Marie Dzielska, « Hypathie d'Alexandrie », *Des femmes*, 2010.

Sur les tables astronomiques médiévales, voir Emmanuel Poulle, « Les tables alphonsines et Alphonse X de Castille », Comptes rendus des séances de l'Académie des inscriptions et belles lettres, **131**, n° 1, 1987, p. 86.

Pour une thèse intéressante sur la transubstantiation, voir Pietro Redondi, *Galileo eretico*, Einaudi, Turin, 1983 (traduction française Monique Aymard, Gallimard, 1985).

Chapitre 2

Pour écrire ce chapitre je me suis appuyée sur :

Alain Connes, « L'impitoyable réalité », in *Les déchiffreurs*, Belin, 2008.

Jean Dieudonné, « The work of Nicholas Bourbaki », *Amer. Math. Monthly*, **77**, 1970, pp. 134-145.

Godfrey Harold Hardy, *Apology of a mathematician*, Cambridge University Press, 1967 (1re édition 1940), disponible sur le site math.ualberta.ca/mss/misc.

Martin Heidegger, « L'époque des conceptions du monde », in *Chemins qui ne mènent nulle part*, Gallimard, 1962.

David Hilbert : la version française de ses *Grundlagen* est disponible sur le site Gallica (www.gallica.bnf.fr). Hilbert met en exergue de son texte une citation de Kant : « *Ainsi donc, toute connaissance humaine commence par des intuitions, s'élève ensuite à des concepts et finit par des idées* » (in *Critique de la raison pure*, traduction de A. Tremesaygues et B. Pacaud, Félix Alcan éditeur, 1905, disponible sur le site Gallica, p. 558).

Gottfried Wilhelm Leibniz : on trouvera sa citation sur la musique in *Epistolae ad diversos*, KE1, 240, 1734.

Henri Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, coll. « Bibliothèque de Philosophie scientifique » de Gustave Le Bon, 1902.

Bertrand Russell, *History of Western Philosophy*, George Allen & Unwin Ltd, 1945. Sa citation de 1902 sur Euclide se trouve sur le site www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Extras/Russell_Euclid.html.

Arthur Schopenhauer : on trouvera sa citation sur la musique in *Le Monde comme volonté et représentation*, 3e livre, §52, p. 329, 1819. Voir aussi le site de Jacques Darriulat : www.jdarriulat.net/Auteurs/Schopenhauer/SchopenhauerMusique.html#Text23

René Thom, « Les mathématiques « modernes » : une erreur pédagogique et philosophique ? », in *L'Âge de la science*, **3**, n° 3, 1970, Dunod. Disponible sur le site michel.delord.free.fr/thom70.pdf. Les citations du texte sont extraites de cet article.

Bernard Victorri, « À la recherche de la langue originelle », in J.-L. Dessalles, P. Picq B. Victorri, *Les origines du langage*, chap. 2, Le Pommier, 2006. Voir aussi sa conférence sur le site www.lesernest.fr

Eugène Wigner, « The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences », in *Com. in Pure and Appl. Math.*, **13**, n° 1, 1960. Disponible sur le site dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html.

Sur les interprétations des taches de la Lune, voir le site *The Galileo Project*, galileo.rice.edu/sci/observations/moon.html. Pour celles de la Voie lactée, voir Aristote, « *La météorologie* » (la science de ce qui est dans les airs), traduction de Barthélémy Saint Hilaire, 1863, disponible sur le site remacle.org.

Chapitre 3

Pour une biographie récente de Copernic, voir, par exemple, John Freely, *Celestial Revolutionary*, I. B. Tauris, 2014.

Pour en savoir plus sur ses années d'étude en Italie, voir, par exemple, Fabrizio Bonoli *et al.*, « L'Ambiente culturale bolognese del quattrocento attraverso Domenico Maria de Novara et la sua influenza in Nicolo Copernico », *Memorie della Società Astronomica Italiana*, **66**, 4, 1995.

Sur l'hermétisme de Copernic et de son temps :

- Frances A. Yates, *Giordano Bruno and the hermetic tradition*, University of Chicago Press, 1964.
- Edward Rosen, in « Was Copernicus an Hermetist ? », *Minnesota Studies in Philosophy of Science*, **5**, 1970, p. 163.

Le manuscrit du *Commentariolus* qui illustre le texte de ce chapitre est conservé à la bibliothèque de Vienne et est disponible sur le site www.copernicus.torun.pl/en/archives/astronomical/1. On en trouvera la traduction française, ainsi que celle de la *Narratio prima* et de précieuses notes dans Henry Hugonnard-Roche, Edward Rosen et Jean-Pierre Verdet, *Introductions à l'astronomie de Copernic*, Éditions Albert Blanchard, 1975.

Alexandre Koyré a commenté et traduit en 1934 les onze premiers chapitres du Livre I du *De revolutionibus* de Copernic : *Des révolutions des orbes célestes*, disponible sur le site classiques.uqac.ca.

Sur la réalité des orbes dans la vision de Copernic, voir, par exemple, Nicholas Jardine, « The significance of the Copernican orbs », *Journal for the History of Astronomy*, **13**, 1982, p. 168.

Pour une étude de la réception du *De Revolutionibus*, voir, par exemple :

- Jean-Pierre Verdet, « La diffusion de l'héliocentrisme », *Revue d'histoire des sciences*, **42**, 3, 1989, pp. 241-253.
- Michel-Pierre Lerner, « Aux origines de la polémique anti-copernicienne I et II », *Revue des sciences philosophiques et théologiques*, 2002, **86**, 4, pp. 681-722 et 2006, **90**, 3, pp. 409-452.

Pour une étude détaillée des systèmes planétaires en compétition, voir John L. E. Dryer, *History of the planetary systems from Thales to Kepler*, Cambridge University Press, 1906. Voir aussi son édition des œuvres de Tycho Brahe publiée entre 1913 et 1929 ; l'illustration du système de Tycho Brahe (Fig. 2) est extraite du tome 4 (*De mundi aetherei recentioribus phaenomenis*), chapitre 8, p. 158.

Pour une biographie haute en couleurs de Kepler, voir Arthur Koestler, *Les Somnambules*, Calmann-Lévy, 1960.

Pour une étude détaillée des tours et détours qui le menèrent à ses lois, voir John L. E. Dryer, *History of the planetary systems from Thales to Kepler*, *op. cit.*, ainsi que Gérard Simon, *Kepler, astronome, astrologue*, Gallimard, 1979.

Pour une présentation moderne et imagée des tours de force de Kepler, voir le site www.keplersdiscovery.com

Koestler dresse un portrait au vitriol de Galilée dans ses *Les somnambules*, op. cit.

Parmi les biographies et essais écrits par des historiens, citons :

- Alexandre Koyré, *Les études galiléennes*, Hermann, 1939.
- Stillman Drake, *Galileo at work*, Chicago University Press, 1978.
- *Galilée, aspects de sa vie et de son œuvre*, ouvrage collectif, PUF, 1968, en particulier les articles de René Taton, Dominique Dubarle, Émile Namer, Maurice Clavelin et Vasco Ronchi.

Sur Galilée polémiste, lire son *Dialogo di Cecco di Ronchitti*, 1604, en réponse à Cremonini, *alias* Lorenzini, et les Considérations XXIV et LII d'*Alimberto Mauri sur le discours de Colombe*, 1606. Sur ces deux pamphlets, voir Stillman Drake, *Galileo at work*, op. cit.

Sur la diffusion de la science européenne en Chine par les jésuites aux XVIᵉ et XVIIᵉ siècles, voir Vincent Cronin, *Matteo Ricci*, Albin Michel, 1957.

Sur Giordano Bruno, voir Alexandre Koyré, *Du monde clos à l'univers infini*, Gallimard, 1973. Voir aussi Paul-Henri Michel, *La cosmologie de Giordano Bruno*, Hermann, 1962 (les citations données dans le texte sont une retraduction de la version anglaise, pp. 51-52).

En introduction à la littérature sur les procès de Galilée, citons Émile Namer, *L'affaire Galilée*, Gallimard, 1975 ou Richard S. Wesftall, *Essays on the trial of Galileo*, Studi Galileani, Vatican Observatory Publications, 1989.

Pour la position actuelle de l'église catholique, voir le discours du pape Jean-Paul II devant l'Académie pontificale des Sciences (qui renvoie Bellarmin et Galilée dos à dos...) : vatican.va/holy_father/john_paul_ii/speeches/1992/october

Le poème d'Edmund Spenser cité dans le texte est disponible sur le site poetryfoundation.org/poem/174480.

Pour une étude de l'impact de Copernic sur la littérature française du XVIᵉ siècle, voir Isabelle Pantin, *La poésie du ciel en France dans la seconde moitié du seizième siècle*, Droz, 1995 et le site de Tony Gheeraert, manierisme.melancholia.fr, d'où les citations de du Bartas, John Donne et Montaigne sont tirées.

La citation de Bellarmin au sujet de Galilée est extraite de l'article de René Taton in *Galilée, aspects de sa vie et de son œuvre*, op. cit. ; celle de Galilée de l'article de François Russo, ibidem.

Pour une introduction aux études sur les « mathématiciens-ingénieurs » de cette époque, voir le livre pionnier d'Eva G. W. Taylor, *The mathematical practitioners of Tudor and Stuart England*, Cambridge University Press, 1954. Voir aussi Matteo Valleriani, *Galileo Engineer*, Springer, 2010 et Stillman Drake, op. cit.

Sur l'« anti-keplerianisme » de Galilée, voir Erwin Panofsky, *Galilée, Critique d'art*, 1954 disponible sur le site www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/arss_0335-5322_1987_num_66_1_2357. Voir aussi la conférence de Vincent Jullien sur le site http://caphi.univ-nantes.fr/IMG/pdf/Galilee_critique_d_art.pdf

Sur les polémiques concernant la découverte des taches solaires : voir Bernard Dame, « Galilée et les taches solaires (1610-1613) », in *Galilée, aspects de sa vie et de son œuvre*, PUF, 1968.

Voir aussi le « Galileo project » http://galileo.rice.edu/sci/observations/sunspots.html et http://galileo.rice.edu/sci/harriot.html

La question est encore débattue de savoir si Galilée effectua vraiment toutes les expériences qu'il a décrites. Alexandre Koyré est sceptique... (voir ses *Études galiléennes*, op. cit., ainsi que « Le *De Motu Gravium* de Galilée. De l'expérience imaginaire et de son abus », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 1960, **13**, 3, pp. 197-245). Stillman Drake, lui, en est convaincu (voir son *Galileo at work*, op. cit.).

Pour une illustration divertissante des expériences sur la chute des corps, voir la vidéo commentée

par Jean-Philippe Uzan sur www.dailymotion.com/video/xgl4ab_galilee-plan-incline_school

Sur Thomas Harriot, voir Matthias Schemmel, *The English Galileo. Thomas Harriot's Work on Motion as an Example of Preclassical Mechanics*, Springer, 2008, et John Henry, « Why Thomas Harriot was not the English Galileo », in Robert Fox (éd.), *Thomas Harriot and His World : Mathematics, Exploration, and Natural Philosophy in Early Modern England*, Farnham Ashgate, 2012.

Sur les théories des marées, voir, par exemple, Jules Rouch, *Les marées*, Payot, 1961.

Pour une introduction aux travaux historiques sur la théorie des marées galiléenne, voir Pierre Souffrin, « La théorie des marées de Galilée n'est pas une théorie fausse », in Épistémologiques, **1-2**, 2000, pp. 113-139, disponible sur le site http://wwwrc.obs-azur.fr/cerga/SitePierreSouffrin/Psouffrin/TGMhtml/TGM.htm

Pour une bibliographie, voir Rossella Gigli, *Galileo's theory of tides*, sur le site http://galileo.rice.edu/sci/observations/tides.html

Chapitre 4

Les œuvres de Descartes, éditées en 12 tomes par Charles Adam et Paul Tannery entre 1897 et 1913, sont disponibles sur le site Gallica ou Google Books. L'inoubliable professeur de classes préparatoires aux lycées Henry-IV et Louis-le-Grand, André Warusfel, a soutenu en 2010 une thèse lumineuse sur la *Géométrie*, disponible sur le site www.pedagogie.ac-nantes.fr

Sur la mécanique de Descartes voir, par exemple, Michel Blay, *La naissance de la science classique au XVII*e siècle, Nathan, 1999, ou encore Vincent Jullien et André Charrak, *Ce que dit Descartes touchant la chute des graves*, Septentrion, 2002.

Pour des analyses claires des idées scientifiques de Descartes, voir les ouvrages et articles de Vincent Jullien sur son site http://caphi.univ-nantes.fr/_Vincent-Jullien, en particulier son *Abstraction faite, que reste-t-il ?*, in *Liber amicorum* dédié à Jean Dhombres, Brepols, 2008. Voir aussi les ouvrages de Michel Blay, par exemple *La science du mouvement*, Belin, 2002, ou *L'existence au risque de l'innovation*, CNRS Éditions, 2014.

Sur la mort de Descartes, voir Theodor Ebert, *L'énigme de la mort de Descartes*, traduction Claire Husemann, Hermann, 2011. Sur les polémiques que ce livre a suscitées voir, par exemple, Thibaut Gress sur le site www.actu-philosophia.com/spip.php?article358

Sur Francis Bacon voir, par exemple, la thèse de Philippe Boulier, *Cosmologie et science de la nature chez Francis Bacon et Galilée*, Paris, 2010.

Sur les expériences de Pascal sur le vide, voir Pierre Marage, « Pour une histoire du vide », in *Le vide, Univers du tout et du rien*, Edgard Gunzig et Simon Diner, Complexes, Bruxelles, 1999.

On trouvera une analyse interactive des *Pensées* de Pascal sur le site www.penseesdepascal.fr/index.php

Les bonnes biographies de Newton abondent, par exemple, Richard Westfall, *Never at rest*, Cambridge University Press, 1980 (traduit en français en 1998 chez Flammarion).

Pour un exposé plus court, on peut lire Edward Neville da Costa Andrade « Newton, Considérations sur l'homme et son œuvre », in *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, **6**, 4, 1953, pp. 289-307 par (disponible sur le site *Persée*).

La traduction des *Principia* par Émilie du Châtelet est disponible chez Dunod, 2011.

Marie-Françoise Biarnais a donné dans son *Isaac Newton, les Principia* (Bourgois, 1985) une nouvelle traduction d'extraits pertinents accompagnée d'une introduction et de commentaires détaillés.

Pour une étude de la philosophie de Newton voir, par exemple, l'article de Andrew Janiak sur le site http://plato.stanford.edu/entries/newton-philosophy/#toc

Pour un résumé à la fois concis et complet des œuvres de Newton, voir l'article de Michel Paty, « Isaac Newton », *Encyclopædia Universalis*, Albin Michel, Paris, 1999, p. 642-650.

Pour une analyse concise de la pensée de Kant, voir Bertrand Russell, *History of Western Philosophy*, George Allen & Unwin Ltd, 1946.

On trouvera sur le site Gallica une traduction de la *Critique de la raison pure* (publiée en 1781), faite par A. Tremesaygues et B. Pacaud en 1905.

La remarque d'Einstein p. 85 (« *chacun a son Kant à soi* ») est rapportée par Charles Nordmann, « Einstein expose et discute sa théorie », *Revue des deux mondes*, 1er mai 1922 ; la première citation (« *Selon moi, le but de Kant* [...] ») est extraite de son « Compte Rendu » du livre *Kant und Einstein* d'Alfred Elsbach (*Deutsche Litteraturzeitung*, 1924, p. 1688) ; la citation qui suit (« *Je suis convaincu [...]* ») est extraite de l'introduction du chapitre « Space and Time in pre-relativity physics » de son livre *The meaning of Relativity*, Methuen and CO, 1922 ; la troisième citation est extraite de son discours *Address at the University of Nottingham*, Science, LXXI, n° 1850, p. 608-610, 1930.

On trouvera l'histoire des mathématiques de cette époque dans, par exemple, Évelyne Barbin, *La révolution mathématique du XVII^e^* siècle, Ellipses, 2006, ou Michel Paty, « Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique », in *Contre les titans de la routine*, Comunidad de Madrid/C.S.I.C., Madrid, 1994, p. 401.

Sur la lente « domestication » des irrationnels, voir, par exemple, Éliane Cousquer, *De la théorie des proportions à la théorie des nombres réels*, disponible sur le site http://leuwen.perso.neuf.fr/cousquer-proportions.pdf

Pour une analyse concise des principes d'inertie et de relativité, voir Françoise Balibar, *Galilée, Newton lus par Einstein*, PUF, 7e édition, 2007.

Pour en savoir plus sur les remarquables et nombreux travaux de Christian Huygens voir, par exemple, Christiane Vilain, *La mécanique de Christian Huygens. La relativité du mouvement au XVII^e^ siècle*, A. Blanchard, 1996.

Chapitre 5

Sur la formulation géométrique des *Principia* : Robert Simpson Woodward, « Tisserand's Mécanique céleste », *Annals of Mathematics*, **6**, 2, août 1891, pp. 49-56 (www.jstor.org/stable/1967235).

Pour en savoir plus sur le problème à trois corps, voir, par exemple :

- Richard Montgomery, « A new solution to the Three-body problem », *Notices of the AMS*, 2001 ;
- Florin Diacu, « The solution of the N body problem », *The Mathematical Intelligencer*, **18**, 3, 1996 ;
- François Béguin, « Le Mémoire de Poincaré pour le prix du roi Oscar ; l'harmonie céleste empêtrée dans les intersections homoclines », in Éric Charpentier, Étienne Ghys, Annick Lesne, *L'héritage scientifique de Poincaré*, Belin, 2006.

Sur Le Verrier, voir, par exemple, Evariste Sanchez-Palencia, *La découverte de Neptune et le fiasco de Vulcain*, Académie des Sciences, www.academie-sciences.fr/activite/hds/textes/evol_Sanchez2.pdf

Chapitre 6

Pour une histoire plus détaillée de l'électricité et du magnétisme, voir, par exemple :

- *Ampère et l'histoire de l'électricité* sur le site du CNRS : www.ampere.cnrs.fr/?lang=fr
- Gérard Borvon, *Histoire de l'électricité, de l'ambre à l'électron*, Vuibert, 2009.
- John Hendry, *James Clerk Maxwell and the theory of electromagnetic Field*, Adam Bilger 1986.
- Olivier Darrigol, *Les équations de Maxwell de MacCullagh à Lorentz*, Belin, 2005 ; « The genesis of the Theory of Relativity », in Thibault Damour, Olivier Darrigol, Bertrand Duplantier, Vincent Rivasseau (eds.), *Einstein 1905-2005 : Poincaré seminar 2005*, Birkhäuser, 2006, pp. 1-31. Disponible sur : www.bourbaphy.fr/darrigol2.pdf

Sur l'histoire de la lumière, voir, par exemple :

- Olivier Darrigol, *A History of Optics. From Greek Antiquity to the Nineteenth Century*, Oxford University Press, 2012.
- Edward Neville da Costa Andrade, « Newton, considérations sur l'homme et son œuvre », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, **6**, 4, 1953, pp. 289-307.
- Jean Eisenstaedt, *Avant Einstein, Relativité, lumière, gravitation*, Le Seuil, 2005, ainsi que « From Newton to Einstein : A forgotten relativistic optics of moving bodies », *Am. J. Phys.*, **75**, 2007, p. 741.
- Pour un exposé succinct des mathématiques qui sous-tendent les conceptions newtoniennes de la lumière, voir, par exemple, Nathalie Deruelle et Jean-Philippe Uzan, *Théories de la Relativité*, chapitre 17 du livre I, Belin, 2014.

Pour en savoir plus sur Arago, voir James Lequeux, « Les expériences d'Arago sur la vitesse de la lumière (1810) ; Fresnel et Arago : aux origines de l'optique physique », *UPFC 98*, 2004, p. 1621, disponibles sur : www.udppc.asso.fr/bupdoc.

Voir aussi Rafael Ferraro et Daniel M. Sforza, « Arago (1810) the first experimental result against the ether », *Eur. J. Phys.*, **26**, 2005, pp. 195-204.

On trouvera sur le site Gallica la lettre de 1818 de Fresnel à Arago, dans le tome II de ses œuvres complètes, p. 635 et suivantes, ainsi qu'un article de Fizeau dans lequel il décrit son expérience de

1851 (in CRAS, 1851 p 349) et redérive la formule de Fresnel (*Ann. de Chim. et de Phys*, **57**, 1859, p. 385).

Dans son article de 1892, « De relatieve beweging van de aarde en den aether », Lorentz introduit de manière *ad hoc* la contraction des longueurs (comme FitzGerald en 1889, mais indépendamment) ; dans son ouvrage, *Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpen* de 1892 puis, de façon plus compacte et plus générale dans son article de 1899, « Simplified Theory of Electrical and Optical Phenomena in Moving Systems », il montre comment obtenir l'invariance des équations de Maxwell pour les petites vitesses en introduisant un « temps local », en sus des contractions des longueurs ; enfin, dans l'article de 1904 (« Phénomènes électromagnétiques dans un système qui se meut à une vitesse arbitraire, inférieure à celle de la lumière »), il trouve les « transformations de Lorentz » (à ce que Poincaré plus tard considérera être des détails près) qui permettent de mettre les équations de Maxwell sous la même forme dans tous les repères inertiels quelles que soient les vitesses.

Sur les corrections par Poincaré des formules de Lorentz, voir leur échange de correspondance de mai 1905 (disponible sur le site http://henri-poincarepapers.univ-lorraine.fr/) et l'hommage rendu à Poincaré par Lorentz en 1915 (in « Deux mémoires de Henri Poincaré sur la physique mathématique », *Acta Mathematica*, 38, p. 293-308).

Pour une analyse des travaux de Lorentz voir, par exemple, Michael Janssen, « Reconsidering a Scientific Revolution : The Case of Einstein versus Lorentz », *Phys. perspect.*, **4**, 2002, pp. 421–446.

Pour mon résumé des positions épistémologiques de Poincaré, je me suis inspirée de :

• Michel Paty, « Poincaré et le principe de relativité », in *Henri Poincaré, Science et philosophie*, Blanchard, 1996, p. 101 et « Poincaré, Langevin et Einstein », Épistémologiques, 2, 2002, pp. 33-76.

• Vincent Borella, « Les écrits épistémologiques de Poincaré, obstacles à la diffusion de la relativité ? », *Revue d'histoire des sciences*, **55**, 1, 2002, pp. 45-81.

• Olivier Darrigol, *The Mystery of the Einstein-Poincaré Connection*, Isis, **95**, 4, 2004, pp. 614-626, ainsi que son « The Genesis of the Theory of Relativity », op. cit..

• Shaul Katzir, « Poincaré's Relativistic Physics : Its Origins and Nature », *Phys. perspect.*, 7, 2005, pp. 268-292.

• Thibault Damour, « Poincaré, Relativity, Billiards and Symmetry », *Proceedings of the Symposium Henri Poincaré, Brussels*, 8-9 octobre 2004, disponible sur arXiv hep-th/0501168v1.

• Scott Walter, « Henri Poincaré, theoretical Physics, and Relativity Theory in Paris », in Karl-Heinz Schlote and Martina Schneider, *Mathematics meets physics*, Harri Deutsch, 2011, pp. 213-239.

• voir aussi le remarquable article de Wikipedia : *Histoire de la relativité restreinte*.

Chapitre 7

La vie d'Einstein est connue de tous. Pour en savoir plus, voir, par exemple :

• Banesh Hoffmann et Hélène Dukas, *Einstein, créateur et rebelle*, 1972, traduction française de Maurice Manly, Seuil, 1975.

• Abraham Pais, *Subtle is the Lord*, Oxford University Press, 1982.

• Albert Fölsing, *Albert Einstein : Eine biographie*, Suhrkamp Verlag, 1993.

Sur l'évolution de la pensée d'Einstein au sujet de Mach, voir Gerald Holton, *Où est la réalité ? La réponse d'Einstein* in *Science et synthèse*, Gallimard, 1967. Voir aussi Thibault Damour, *Einstein 1905-1955 : son approche de la physique*, Séminaire Poincaré 1, 2005, p. 1.

Pour une approche globale de la philosophie einsteinienne, voir, par exemple, Michel Paty, *Einstein philosophe*, PUF, 1993.

Pour en savoir plus sur Minkowski, voir, par exemple, Scott Walter, « Hermann Minkowski's approach to physics », *Mathematische Semesterberichte*, **55**, 2, 2008, pp. 213-235 ou Thibault Damour, « What is missing from Minskowski's « Raum and Zeit » lecture », *Annalen der Physik*, **17**, 9-10, 2008, pp. 619-630, arXiv : 0807.1300.

Chapitre 8

Pour en savoir plus sur les géométries non euclidiennes, voir, par exemple :

• Cornelius Lanczos, *Space through the ages*, Academic Press, 1970.

• Marvin Jay Greenberg, *Euclidean and non Euclidean geometries*, Freeman and Co., 1974.
• Roberto Torretti, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Hingham, 1978.
• Luciano Boi, *Le problème mathématique de l'espace, une quête de l'intelligible*, Springer, 1995.
• Jean-Pierre Bourguignon, « Transport parallèle et connexions en géométrie et en physique », in Luciano Boi, Dominique Flament, Jean-Michel Salanskis (sous la direction de), *1830–1930 : a century of geometry*, Springer-Verlag, 1992, pp. 150–164.
• Rossana Tazzioli, *Riemann, le géomètre de la nature*, Belin, 2010.

Sur la « longue marche » de la relativité restreinte à la relativité générale, voir, par exemple :
• John Earman et Clark Glymour, « Lost in the tensors : Einstein's struggles with covariance principles 1912–1916 », *Studies In History and Philosophy of Science*, Part A, **9**, 4, 1978, pp. 251-278.
• Tilman Sauer, « Albert Einstein's 1916 Review Article on General Relativity », in Ivor Grattan-Guinness (ed.), *Landmark Writings in Western Mathematics, 1640–1940*, Elsevier, 2005.
• Tilman Sauer, « Marcel Grossmann and his contribution to the general theory of relativity », in Robert T. Jantzen, Kjell Rosquist, Remo Ruffini (eds.), *Proceedings of the Thirteenth Marcel Grossman Meeting on General Relativity*, World Scientific, Singapore, 2015.
• Ivan Todorov, *Einstein and Hilbert, the creation of General Relativity*, ArXiv physics/0504179.
• Michel Janssen et Jürgen Renn, « Untying the knot : how Einstein found his way back to field equations discarded in the Zürich notebook », in Jürgen Renn (ed.), *The genesis of General Relativity*, Springer, 2007.
• Norbert Straumann, « Einstein's « Zürich Notebook » and his journey to general relativity », *Ann. Phys.* (Berlin), 2011, pp. 1-13.
• L'article de Wikipedia, *Relativity priority dispute.*

Sur les débuts de la relativité générale et sa « traversée du désert », voir Jean Eisenstaedt, *Einstein et la relativité générale, Les chemins de l'espace-temps*, CNRS éditions, 2002.

Pour une introduction aux développements récents de la mécanique céleste relativiste, voir Thibault Damour, *Si Einstein m'était conté*, Cherche-Midi, 2[e] édition, 2012.

Sur les trous noirs, voir Jean-Pierre Lasota, *La science des trous noirs*, Odile Jacob 2010.

Sur la cosmologie, voir Joseph Silk, *Le futur du cosmos*, Odile Jacob, 2015.

Index

Crédits photographiques

Couverture : Peterscode/Istock/Thinkstock
p. 8-9 : Dzika-Mrowka/Istock/Thinkstock
p. 12h : The University of Pennsylvania Museum of Archeology and Anthropology, Philadelphia
p. 12b : Bibliothèque Nationale de France, Paris
p. 17g : Sebastian Voltmer/Novapix
p. 17d : Tunc Tezel/TWAN, www.twanight.org
p. 19hg : Rue des Archives/The Granger collection
p. 19hd : Bibliothèque Nationale de France, Paris
p. 19b : Malcom Varon/The Metropolitan Museum of Art, New York/Dist. RMN
p. 20g : Bayerische Staatsbibliothek, Munich, BSB-Ink I-627, 2 Inc. c. a. 129
p. 20d : Leemage/Electa
p. 21h : Akg-Images
p. 21b : Coll. Christophe L
p. 23h : Leiden Universiteit Bibliotheken, ms. Voss. Lat. Q79, fol. 93v
p. 23b : ETH-Bibliothek Zürich, Rar. 3999
p. 30-31 : Leemage/Electa
p. 34g : Nathaniel Frey/Istock/Thinkstock
p. 34d : Courtesy of Giuseppe Penone and The Art Gallery of Ontario, Toronto © Adagp, Paris 2015
p. 41 : Nasa
p. 42 : Nasa/JPL-Caltech/Cornell University/Arizona State University
p. 44-45 : Akg-Images/The National Gallery, London
p. 46 : Östereichische Nationalbibliothek, Wien, cod. 10530
p. 50hg : Collection privée
p. 50hd : Collection privée
p. 50bg : Photos.com/Thinkstock
p. 50bd : Biblioteca Civica Bertoliana, Vicenze
p. 54 : Bibliothèque Apostolique, Vatican
p. 60g : Bibliothèque de l'Observatoire de Paris
p. 60d : Akg-Images/Rabatti-Domingie
p. 61 : Cortesia Museo Galileo – Instituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze
p. 64h : Scala, Florence
p. 64b : Collection privée
p. 65g : ETH-Bibliothek Zürich, Rar. 8913q
p. 65d : Courtesy History of Science Collections, University of Oklahoma Libraries
p. 68 : Leemage/MP
p. 69 : Collection privée
p. 71 : Bibliothèque Nationale de France, Paris
p. 72 : Collection privée
p. 76-77 : Charles O. Cecil/Alamy/Photo12
p. 82 : Bibliothèque de l'Observatoire de Paris
p. 83 : British Library/SPL/Cosmos
p. 89 : Stockbyte/Thinkstock
p. 96 : Cambridge University Library, Adv.b.39.1
p. 97g : Witold Ryka/Istock/Thinkstock
p. 97d : Le Compendium/Albert Balasse/www.lecompendium.com
p. 99h : University of California Libraries
p. 99b : Akg-Images/British Library
p. 106-107 : J. M. Kollar/Observatoire de Paris
p. 113 : IMCCE/Observatoire de Paris/UPMC/CNRS
p. 120 : François Béguin, figures réalisées grâce à l'applet java Kepler3C
p. 122-123 : Panmaule/Istock/Thinkstock
p. 124h : Collection privée
p. 124b : University of California Libraries
p. 125h : Leemage/Heritage Images
p. 125bg : University of California Libraries
p. 125bd : Harvard University Library
p. 126 : SSPL/SPL/Cosmos
p. 128h : Collection privée
p. 128bg : Bibliothèque Nationale de France, Paris
p. 128bd : KIT-Archives 28010, I/3152
p. 131 : Laverrue was here/Ocean/Corbis
p. 132 : Emilio Segre Visual Archives/American Institute of Physics/SPL/Cosmos
p. 135 : Akg-Images/Interfoto/Sammlung Rauch
p. 137 : Académie des Sciences – Institut de France
p. 144-145 : Akg-Images/Imagno
p. 146 : ETH-Bibliothek Zürich, Bildarchiv
p. 147 : Bridgeman Art/De Agostini P. L./A. Dagli-Orti
p. 149 : GIOck/Shutterstock
p. 150 : Science Museum/SSPL/Cosmos
p. 158-159 : Gamma-Rapho/Keystone
p. 160 : Leemage/FineArtImages
p. 161 : Collection privée
p. 168 : Nasa/JSC
p. 170 : Collection privée
p. 173h : ETH-Bibliothek Zürich, Bildarchiv
p. 173b : ETH-Bibliothek Zürich, Bildarchiv
p. 174 : Emilio Segre Visual Archives/American Institute of Physics/SPL/Cosmos

---

Schémas : Laurent Blondel / Corédoc
Iconographie : Valérie Delchambre

IMPRIM'VERT®

Imprimé en France par I.M.E. – 25110 Autechaux
N° d'édition : 70119501-01 - Dépôt légal : septembre 2015

De Pythagore à Einstein, tout est nombre

La relativité générale, 25 siècles d'histoire

La théorie d'Einstein de la gravitation, plus connue sous le nom de relativité générale, a maintenant 100 ans.

Pour comprendre pourquoi elle supplanta la loi de Newton de l'attraction universelle, pour appréhender le changement profond qu'elle a apporté à notre perception de l'espace et du temps, bref, pour en montrer toute la grandeur, cet ouvrage remonte à la révolution scientifique du XVII^e^ siècle, qui elle-même résulte des blocages auxquels se heurtait la science d'alors, héritée des Grecs.

Ce livre met l'accent sur les liens profonds qui unissent physique et mathématiques. Il met en valeur la puissance créatrice de quelques géants de la science qui, guidés certes par l'observation et l'expérience, posent néanmoins librement des hypothèses, bâtissent des théories, les élaguent, créant ainsi une trame du réel, une « réalité physique » qui trace des chemins intelligibles dans la forêt des phénomènes.

Il suit donc un fil directeur qui parcourt la science depuis 2 500 ans, à savoir que les grandes théories de la physique, de Pythagore à Einstein, forgent, main dans la main avec les mathématiques de leur temps, notre vision de l'Univers.

Nathalie Deruelle est directeur de recherche au CNRS, actuellement membre du laboratoire AstroParticule et Cosmologie de l'université Paris 7-Denis Diderot, et professeur affilié à l'Institut Yukawa de Kyoto. Elle a enseigné la relativité générale pendant de nombreuses années à l'École polytechnique et à l'École normale supérieure. Elle a publié *Théories de la Relativité* (Belin, 2014) en collaboration avec Jean-Philippe Uzan.

100 ans après Einstein, quel regard porter sur la relativité générale, son ancrage et son devenir ?

Belin
ÉDITEUR INDÉPENDANT
DEPUIS 1777

www.editions-belin.com
ISBN 978-2-7011-9501-8
9 782701 195018
70119501
24 €